GH. VLĂDUCĂ
N. GHERBANOVSCHI
M. MELNIC

D. CIOBOTARU

I. MUNTEANU
A. RUSU
I. VIŢĂ

PROBLEME DE FIZICĂ

PENTRU CLASELE XI–XII

Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1983

Lucrarea a fost elaborată astfel:
I.1; I.2 — **NICOLAE GHERBANOVSCHI,** lector, dr.
I.3 — **ADRIAN RUSU,** şef de lucrări, dr. ing.
I.4; II.1 — **MIHAI MELNIC,** prof.
I.5; I.6; I.7 — **ION VÎŢĂ,** prof.
II.2; II.4 — **GHEORGHIŢĂ VLĂDUCĂ,** lector, dr.
II.3 — **ION MUNTEANU,** lector, dr.
II.5 — **DUMITRU CIOBOTARU,** conferenţiar, dr.

Referenţi:
ARTIZIA GOILAV, IOAN GAVRIL, SANDA SPIRIDON, DOREL HARALAMB, DUMITRU ROŞCA — profesori de fizică la liceul „Petru Rareş" din municipiul Piatra Neamţ.

Redactor: **E. MESAROŞ,** prof.
Tehnoredactor: **EL. OPRIŞEANU**
Coperta: **V. WEGEMANN**

Nr. colilor de tipar : 14
Bun de tipar : 11.11.1983

Com. nr. 30 404/7234
Combinatul poligrafic
„CASA SCÎNTEII"
Bucureşti — R.S.R.

PREFAŢĂ

Această culegere de probleme a fost elaborată în acord cu conţinutul manualelor de fizică pentru clasele a XI-a şi a XII-a şi astfel concepută încît să acopere în întregime tematica acestora. Din acest motiv, gruparea problemelor în capitole şi paragrafe, tematica acestora, precum şi notaţiile folosite au fost condiţionate, în esenţă, de structura şi conţinutul manualelor. În acest context introducerea breviarelor, uzual folosite în alte culegeri de probleme, nu a fost necesară.

Lucrarea conţine probleme de largă circulaţie selectate din alte culegeri de probleme sau din lucrări de specialitate, dar prelucrate şi reformulate în spiritul manualelor. Precizăm însă că o bună parte din problemele propuse sînt originale.

În fiecare paragraf problemele au fost sistematizate, pe cît posibil, după gradul lor de dificultate şi, ca atare, se recomandă rezolvarea lor în ordinea din culegere. Rezolvarea lor într-o altă ordine este posibilă, deoarece problemele, cu mici excepţii, sînt independente. Problemele tipice sau cele cu un grad mai ridicat de dificultate sînt rezolvate în detaliu. Pentru problemele similare sau cu un grad redus de dificultate sînt date relaţiile de calcul, ca şi rezultatul numeric sau numai rezultatul numeric. Menţionăm că problemele cu un grad mai ridicat de dificultate, notate cu un asterisc, se pot rezolva cu noţiunile şi cunoştinţele din manualele de fizică. Aceste probleme testează abilitatea elevilor de a folosi eficient ansamblul acestor cunoştinţe dezvoltînd, în acelaşi timp, mobilitatea lor în gîndire. Rezolvarea acestor probleme, fără a folosi indicaţiile, constituie o dovadă a înţelegerii profunde de către elevi a proceselor fizice implicate în problemele respective şi a legăturii lor cauzale.

Culegerea se adresează elevilor de liceu, participanţilor la concursurile de fizică şi candidaţilor la examenele de admitere în învăţămîntul superior.

Sperăm că această culegere, prin ordonarea problemelor după gradul lor de dificultate, prin conținutul lor, ca și prin dozarea judicioasă a indicațiilor de rezolvare, va contribui la clarificarea, adîncirea și fixarea cunoștințelor teoretice, va dezvolta la elevi deprinderile necesare folosirii acestora în mod eficient pentru rezolvarea problemelor de fizică și pentru interpretarea corectă și corelată a legilor și fenomenelor fizice.

Autorii mulțumesc celor cu care au purtat discuții utile pe marginea acestei lucrări și vor rămîne îndatorați cititorilor care vor face sugestii și propuneri pentru îmbunătățirea unei ediții viitoare.

AUTORII

CUPRINS

PARTEA ÎNTÎI

FIZICA CLASA A XI-A

PARTEA A DOUA

FIZICA CLASA A XII-A

Indicații și răspunsuri

PARTEA A TREIA

PROBLEME RECAPITULATIVE

Partea întîi

FIZICA CLASA A XI-A

ENUNȚURI

I.1. CURENTUL ALTERNATIV

I.1.1. O spiră circulară conductoare cu aria $S = 50$ cm^2 este rotită uniform cu turația $n = 10$ rot/s în jurul axei perpendiculare pe liniile unui cîmp magnetic uniform de inducție $B = 10^{-2}$ T. Să se calculeze t.e.m. e indusă în spiră. Se consideră ca origine a timpului, momentul în care fluxul magnetic prin spiră este maxim.

I.1.2. Un rezistor cu rezistența $R = 5\ \Omega$ este parcurs de un curent de intensitate $I = 4$ A și frecvență $\nu = 50$ Hz. Să se scrie expresiile mărimilor instantanee tensiune la borne u_R și intensitatea curentului i_R pentru rezistor.

I.1.3. O bobină cu rezistența $R = 10\ \Omega$ și inductanța $L = 180$ mH este legată la o sursă de tensiune alternativă cu $U = 220$ V și $\nu = 50$ Hz. Să se calculeze intensitatea curentului I prin bobină.

I.1.4. O spiră perfect conductoare, plană, cu aria $S = 100$ cm^2, este rotită cu turația $n = 3\,000$ ture/min într-un cîmp magnetic uniform de inducție $B = 1$ T, ca în figura I.1.4. Să se calculeze: *a*) valoarea efectivă E a t.e.m. induse e; *b*) expresia intensității instantanee i a curentului în circuitul conectat la bornele spirei, caracterizat prin rezistența $R = 0{,}157\ \Omega$ și inductanța $L = 0{,}5$ mH; *c*) considerînd ca origine a timpului momentul în care t.e.m. e este zero, timpul t_1 pentru care, în decursul unei perioade, intensitatea curentului are valoarea instantanee pozitivă egală cu valoarea sa efectivă; *d*) căldura Q disipată în circuit în timpul $t = 1$ min.

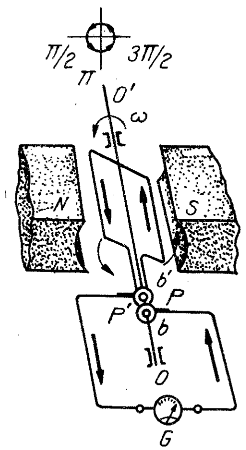


Fig. I.1.4

I.1.5. Care este impedanța Z pentru $\nu = 1$ kHz a unui reostat cu rezistența $R = 100\ \Omega$, $N = 2\,000$ spire, lungimea $l = 50$ cm și aria unei spire $S = 15$ cm^2?

I.1.6. O bobină conectată la o sursă cu tensiunea $U = 105$ V și frecvența $\nu = 50$ Hz este parcursă de curentul de intensitate $I = 1{,}8$ A. Care sînt impedanța Z și inductanța L a bobinei? Ce defazaj φ introduce ea, dacă atunci cînd are la borne tensiunea continuă $U_0 = 6$ V este parcursă de curentul de intensitate $I_0 = 7{,}5$ A?

I.1.7. O bobină este conectată la o sursă cu tensiunea $u = 30 \sin 314\, t$ (V). Intensitatea curentului prin bobină este $i = 21{,}7 \sin 2\pi\,(50\,t - 1/8)$ (A). Se cer: *a)* frecvența ν a curentului și defazajul φ al circuitului; *b)* momentele t și t_1 pentru care intensitatea instantanee i a curentului are valorile pozitivă respectiv negativă egale cu intensitatea efectivă; *c)* rezistența R și inductanța L ale bobinei.

I.1.8. Dacă se aplică la bornele unei bobine o tensiune sinusoidală de frecvență standard ($\nu = 50$ Hz) și tensiune efectivă $U = 60$ V, intensitatea efectivă a curentului prin bobină este $I = 4$ A, iar dacă se aplică la bornele bobinei o tensiune continuă $U_0 = 10$ V, intensitatea curentului este $I_0 = 2$ A. Să se determine inductanța L și defazajul φ al circuitului de curent alternativ.

I.1.9. La bornele unei surse cu tensiunea $U = 22{,}36$ V și frecvența $\nu = 50$ Hz se conectează circuitul serie format din o bobină și un rezistor de rezistență $R = 5\ \Omega$. Cunoscînd că tensiunea la bornele bobinei este $U_b = 10\sqrt{2}$ V, iar tensiunea la bornele rezistorului este $U_R = 10$ V, să se calculeze rezistența R_l, inductanța L și defazajul circuitului (φ).

I.1.10. Un condensator cu capacitatea $C = 100\ \mu$F conectat la o sursă are tensiunea la borne $u = 1{,}4 \sin 10^3 t$ (V). Să se determine expresia intensității instantanee i a curentului care parcurge condensatorul.

I.1.11. La bornele unei surse cu tensiune la borne $U = 220$ V și frecvența $\nu = 50$ Hz se leagă în serie două condensatoare avînd capacitățile $C_1 = 0{,}2\ \mu$F, respectiv $C_2 = 0{,}4\ \mu$F. Să se determine intensitatea curentului I prin circuit și tensiunile U_1 și U_2 la bornele condensatoarelor.

I.1.12. La bornele unei surse cu tensiunea la borne U și frecvența $\nu = 50$ Hz se leagă un circuit serie *RC*. Cunoscînd că tensiunile la bornele elementelor circuitului sînt $U_R = 120$ V și $U_C = 160$ V, iar intensitatea curentului prin circuit este $I = 1$ A, să se determine capacitatea C a condensatorului, defazajul circuitului φ și tensiunea U.

I.1.13. La bornele unui circuit format dintr-un rezistor de rezistență $R = 3\ \Omega$ înseriat cu un condensator de capacitate $C = 250\ \mu$F se aplică tensiunea $u = 0{,}5\sqrt{2} \sin 1\,000\, t$ (V). Să se determine expresia pentru intensitatea i a curentului prin circuit.

I.1.14. Un circuit *RLC* serie, caracterizat prin rezistența $R = 20\ \Omega$, inductanța $L = 30$ mH și capacitatea $C = 50\ \mu$F, este parcurs de un curent de intensitate $I = 10$ A și frecvența $\nu = (500/\pi)$Hz. Să se determine defazajul φ și tensiunea U la bornele circuitului.

I.1.15. Un circuit *RLC* serie alcătuit dintr-o bobină cu rezistența $R = 16\ \Omega$, inductanța $L = 95{,}5$ mH și un condensator cu capacitatea C este parcurs de un curent de intensitate $i = 6\sqrt{2} \sin (314\, t - 36°52'11'')$ (A). Să se determine capacitatea C, tensiunea U_b la bornele bobinei, tensiunea U la bornele circuitului și puterea P disipată în circuit.

I.1.16. Să se verifice relația $S = \sqrt{P^2 + P_r^2}$ pentru circuitul din problema precedentă.

I.1.17. Un circuit serie este caracterizat prin $R = 10\ \Omega$, $L = 0{,}04$ H, $C = 50\ \mu$F, $U = 220$ V cu $\nu = 50$ Hz. Să se determine defazajul φ, factorul de calitate Q și căldura disipată în circuit timp de un minut.

I.1.18. Un circuit *RLC* serie format dintr-o bobină avînd rezistența $R = 21\ \Omega$, inductanța $L = 70$ mH și un condensator cu capacitatea $C = 82\ \mu$F este conectat la o sursă de curent alternativ de frecvență $\nu = 50$ Hz. Tensiunea la bornele condensatorului este $U_C = 310{,}7$ V. Să se determine intensitatea I a curentului prin circuit, tensiunea U_b la bornele bobinei, tensiunea U la bornele circuitului și defazajul φ al circuitului.

I.1.19. La o sursă cu tensiunea $U = 220$ V și frecvența $\nu = 50$ Hz se conectează o bobină. Intensitatea curentului prin bobină este $I_1 = 2$ A. Prin legarea în serie a unui condensator cu capacitatea $C = 20\ \mu$F, intensitatea curentului prin circuit rămîne aceeași, $I_2 = 2$ A. Să se determine: *a)* rezistența R și inductanța L ale bobinei; *b)* diagrama fazorială; *c)* factorul de calitate Q al circuitului; *d)* puterea activă P și puterea reactivă P_r în cele două situații (fără condensator-cazul 1 și cu condensator-cazul 2).

I.1.20. O bobină cu rezistența $R = 50\ \Omega$ și inductanța $L = 1{,}33$ H este înseriată cu un condensator cu capacitatea $C = 20\ \mu$F. Ansamblul este alimentat sub tensiunea $U = 100$ V, cu frecvența $\nu = 48$ Hz. Se cer: *a)* intensitatea curentului I și defazajul φ al circuitului; *b)* tensiunile U_b și U_C la bornele bobinei și condensatorului. *c)* Se modifică inductanța bobinei (L') astfel încît intensitatea curentului I' prin circuit devine maximă. Să se răspundă la întrebările precedente pentru acest caz și să se determine factorul de calitate Q al circuitului.

I.1.21. Un circuit serie *RLC* este alcătuit dintr-o bobină cu rezistența $R = 10\ \Omega$ și un condensator C. Reactanțele bobinei și condensatorului pentru $\nu = 50$ Hz sînt $X_L = 2\ \Omega$ și $X_C = 1\,000\ \Omega$. Tensiunea de alimentare a circuitului este $U = 120$ V. Să se determine intensitatea curentului I, factorul de calitate Q al circuitului și tensiunile la bornele elementelor circuitului U_b și U_C în condiția de regim de rezonanță, obținută prin varierea frecvenței sursei de alimentare.

I.1.22. Un circuit *RLC* paralel este format dintr-o bobină ideală cu reactanța $X_L = 314\ \Omega$ (pentru $\nu = 50$ Hz) în paralel cu un condensator $C = 4\mu$F și cu un rezistor cu rezistența $R = 10\ \Omega$. Circuitul este legat la o sursă de alimentare cu tensiunea $U = 10$ V și frecvența $\nu = 50$ Hz. Să se determine impedanța Z a circuitului, intensitatea I a curentului prin circuit și defazajul φ al circuitului.

I.1.23. Un rezistor cu rezistența $R = 1$ kΩ, o bobină ideală cu inductanța $L = 0{,}2$ mH și un condensator cu capacitatea $C = 300$ pF sînt conectați în paralel la o sursă cu tensiunea $U = 1$ V și frecvența $\nu = 250$ kHz. Să se determine intensitățile curenților I_R, I_L, I_C prin laturile circuitului, intensitatea curentului total I și defazajul φ al circuitului.

I.1.24. O bobină ideală cu inductanța $L = 1$ mH este legată în paralel cu un condensator cu capacitatea $C = 40\ \mu$F la o sursă cu tensiunea $U = 2$ V și frecvența ν variabilă. Să se calculeze frecvența de rezonanță ν_0 a circuitului și intensitățile curenților I_L, I_C și I din circuit, în acest caz.

I.1.25. Un circuit serie RLC conectat la o sursă cu tensiunea $U = 110$ V şi frecvenţa $\nu = 50$ Hz este caracterizat prin valorile $R = 10\ \Omega$, $L = 0{,}1$ H şi $C = 200\ \mu$F. Să se calculeze intensitatea I a curentului prin circuit.

I.1.26. Se aplică tensiunea U unui circuit serie de curent alternativ format din elementele bobină şi condensator. Impedanţele celor două elemente sînt egale. Defazajul dintre tensiunea U_b la bornele bobinei şi intensitatea curentului I din circuit este $\varphi_b = 30°$. Să se determine relaţia dintre tensiunile U, U_b şi U_C şi defazajul φ a circuitului.

I.1.27. Un circuit serie RLC are rezistenţa $R = 4\ \Omega$ şi inductanţa $L = 2$ H. Tensiunea sursei de alimentare este $U = 220$ V, cu frecvenţa $\nu = 50$ Hz. Ce valoare trebuie să aibă capacitatea C_0 a condensatorului pentru ca circuitul de curent alternativ să prezinte fenomenul de rezonanţă şi care este valoarea maximă a supratensiunii U_{C_0} la bornele condensatorului?

I.2. CURENTUL TRIFAZAT. MAŞINI ELECTRICE. TRANSFORMATORUL

I.2.1. Un generator de curent trifazat, avînd conexiunea în stea, are tensiunea pe fază $U_f = 220$ V. Generatorul alimentează un motor trifazat, care are pentru fiecare bobinaj (fază) rezistenţa $R = 5\ \Omega$ şi reactanţa inductivă $X = 7\ \Omega$. Bobinajele motorului sînt legate în stea. Să se determine: tensiunea de linie U_l, intensităţile curenţilor de fază I_f şi de linie I_l şi puterea P a motorului.

I.2.2. Un generator de curent trifazat, avînd conexiunea în triunghi, are tensiunea pe fază $U_f = 220$ V. Generatorul alimentează un consumator trifazat cu conexiunea în triunghi. Consumatorul are, pentru fiecare fază, rezistenţa $R = 7\ \Omega$ şi reactanţa inductivă $X = 10\ \Omega$. Să se determine intensităţile curenţilor de fază I_f şi de linie I_l şi puterea consumatorului.

I.2.3. Un alternator monofazat cu doisprezece poli, bobinajul statorului cu $N = 540$ spire, turaţia rotorului $n = 500$ rot/min, aria suprafeţei unui pol inductor $S = 833$ cm², are inducţia în întrefier $B = 0{,}6$ T. Admiţînd că inducţia este constantă în dreptul unui pol şi zero în intervalul dintre doi poli consecutivi, să se calculeze t.e.m. efectivă E a alternatorului.

I.2.4. Rotorul unui alternator (monofazat) cu opt poli alternaţi are turaţia $n = 750$ rot/min. Bobinele indusului au $N' = 80$ spire fiecare, diametrul unei spire fiind $D = 10$ cm. Cînd polii rotorului sînt în dreptul bobinelor statorului, inducţia în întrefier este $B = 0{,}7$ T. Bobinele statorului sînt conectate în serie astfel încît t.e.m. induse în bobine se adună. Să se calculeze: *a)* frecvenţa ν a t.e.m. induse; *b)* expresia şi valoarea efectivă E a t.e.m. induse; *c)* factorul de putere, $\cos\varphi$, a instalaţiei formată din alternator şi consumator, dacă puterea disipată în circuit este $P = 53{,}4$ kW, iar intensitatea curentului prin circuit este $I = 112$ A.

I.2.5. Un alternator (monofazat) are $p = 12$ perechi de poli. Fluxul prin fiecare bobină de pe stator este funcţie sinusoidală de timp şi are valoarea maximă $\Phi_0 = 7 \cdot 10^{-4}$ Wb. Turaţia rotorului este $n = 3\,000$ rot/m. Să se determine: *a)* frecvenţa ν a curentului produs de alternator; *b)* expresia cu valori numerice a t.e.m. induse e; *c)* puterea P disipată pentru o intensitate a curentului $I = 2$ A şi un factor de putere $\cos\varphi = 0{,}85$.

I.2.6. Un motor cu $P = 5{,}4$ kW şi $U = 220$ V are rezistenţa rotorului $r = 0{,}6\ \Omega$ şi randamentul $\eta = 0{,}9$. Să se determine: *a)* intensitatea curentului I absorbit de la reţeaua de alimentare în funcţionare nominală; *b)* tensiunea contraelectromotoare E_c; *c)* rezistenţa R_p a reostatului de pornire pentru ca la pornire intensitatea curentului să fie $I_p = 40$ A.

I.2.7. Un generator de curent continuu, cu excitaţia derivaţie, furnizează în circuitul de utilizare, sub tensiunea $U = 115$ V, curentul de intensitate $I = 48$ A. Rezistenţa rotorului este $r = 0{,}16\ \Omega$, iar intensitatea curentului de excitaţie este $I_e = 2$ A. Să se calculeze t.e.m. E a generatorului şi rezistenţa r_i a înfăşurării de excitaţie.

I.2.8. Rotorul unui generator de curent continuu cu excitaţie derivaţie generează o t.e.m. $E = 120$ V. Care este tensiunea U la bornele generatorului şi ce rezistenţă r_i are înfăşurarea inductorului, dacă curentul din circuitul exterior are intensitatea $I = 30$ A, iar în înfăşurarea inductorului $I_e = 1{,}5$ A?

I.2.9. Să se calculeze t.e.m. E a unui generator de curent continuu cu excitaţie derivaţie şi intensitatea I din circuitul lui exterior, cunoscînd că rotorul are rezistenţa $r = 0{,}2\ \Omega$, tensiunea la borne $U = 110$ V, rezistenţa inductorului $r_i = 55\ \Omega$, iar intensitatea curentului în rotor este $I_r = 30$ A.

I.2.10. Să se calculeze randamentul η al unui motor de curent continuu cu puterea $P = 5$ kW, ştiind că tensiunea la borne este $U = 120$ V, iar intensitatea curentului absorbit în funcţionare normală de la reţeaua de alimentare este $I = 49$ A.

I.2.11. Un transformator de reţea ($U = 220$ V, $\nu = 50$ Hz) coborîtor de tensiune, $U_2 = 12$ V, are bobina primară alcătuită din sîrmă de cupru emailată cu diametrul $D = 1{,}6$ mm şi rezistenţa pe unitate de lungime $R_1 = 0{,}01\ \Omega$. Miezul de fier al transformatorului are secţiunea pătratică cu latura $l = 4{,}43$ cm şi permeabilitatea relativă maximă $\mu_r = 10^4$. Considerînd regimul pentru care permeabilitatea şi-a atins valoarea maximă, să se determine: *a)* impedanţa maximă Z a bobinei primare, cunoscînd că numărul spirelor din secundar este $N_2 = 6$ spire; *b)* defazajul maxim φ al circuitului primar la mersul în gol al transformatorului; *c)* intensitatea curentului I_{2s} prin circuitul secundar scurtcircuitat; *d)* puterea P a transformatorului.

I.2.12. Pe miezul magnetic al unui transformator cu raportul de transformare $U_1/U_2 = 10$ kV/240 V, folosit într-o reţea de distribuţie a energiei electrice, se înfăşoară o bobină cu $N = 10$ spire. Tensiunea măsurată la bornele bobinei este $U = 10$ V. Să se calculeze numerele de spire N_1 ale primarului şi N_2 ale secundarului.

I.2.13. Un transformator de mare putere, cu puterea utilă $P_2 = 312{,}5$ MVA are randamentul $\eta = 99{,}6\%$. Considerînd că transformatorul funcţionează cu un factor de putere $\cos\varphi = 0{,}9$, să se calculeze puterea P disipată în transformator.

I.3. ELEMENTE NELINIARE DE CIRCUIT (DIODA, TRIODA)

I.3.1. Să se specifice modul de aplicare a legii lui Ohm la un element neliniar de circuit.

I.3.2. Să se indice sensul vectorului intensităţii cîmpului electric datorat sarcinii spaţiale a electronilor şi sensul aceluiaşi vector datorat tensiunii anodice, în spaţiul dintre anodul şi catodul unei diode cu vid.

I.3.3. Catodul unei diode cu vid are un curent de emisie $I_E = 100$ mA. Să se calculeze numărul de electroni emişi de catod în unitatea de timp.

I.3.4. Avînd în vedere rezultatul obţinut la problema anterioară, să se explice de ce materialul catodului nu se goleşte complet de electroni după un timp de funcţionare. Se va argumenta răspunsul pentru toate cele trei regiuni ale caracteristicii: regiunea de blocare ($U_A < 0$), regiunea curenţilor limitaţi de sarcina spaţială ($0 < U_A < U_{AS}$) şi regiunea de saturaţie ($U_A > U_{AS}$).

I.3.5. Diodele din figura I.3.5, *a* şi *b* au catozi cu încălzire directă şi prezintă caracteristici ideale, identice. Sursele de tensiune pentru încălzirea filamentelor au aceeaşi tensiune electromotoare. Să se arate dacă există deosebiri între valorile intensităţilor curenţilor I'_A şi I''_A.

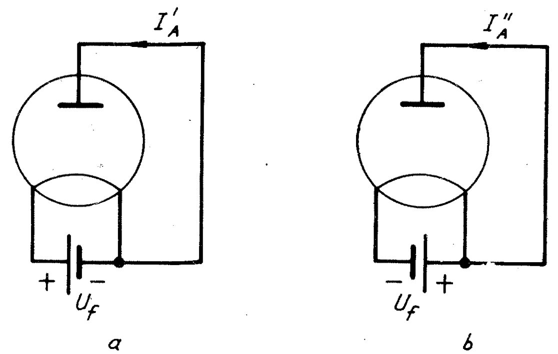


Fig. I.3.5

I.3.6. O diodă cu vid lucrează în punctul de funcţionare dat de: $I_A = 15$ mA şi $U_A = 20$ V. Să se calculeze perveanţa diodei.

I.3.7. O diodă cu vid, avînd caracteristici ideale, are perveanţa $K = 8 \cdot 10^{-2}$ mA/V$^{3/2}$ şi intensitatea curentului de emisie $I_E = 10$ mA. Să se calculeze mărimea intensităţii curentului anodic pentru tensiunile anodice $U_A = -5$; 0; 10; 36 şi 49 V.

I.3.8. Să se calculeze viteza cu care un electron ajunge la anodul unei diode cu vid, polarizată cu tensiunea $U_A = 20$ V. Se presupune că viteza electronului în momentul emiterii de către catod este nulă. Să se estimeze ordinul de mărime a timpului de tranzit al electronului în spaţiul catod-anod, cunoscînd distanţa dintre electrozi $d = 3$ mm.

I.3.9. În figura I.3.9, *a* şi *b* se prezintă două moduri de grupare a două diode: în serie şi, respectiv, în paralel. Diodele au perveanţele K_1, respectiv K_2. Să se calculeze perveanţa echivalentă şi să se indice domeniul de tensiuni în care rămîne valabilă legea 3/2 pentru fiecare dintre grupări.

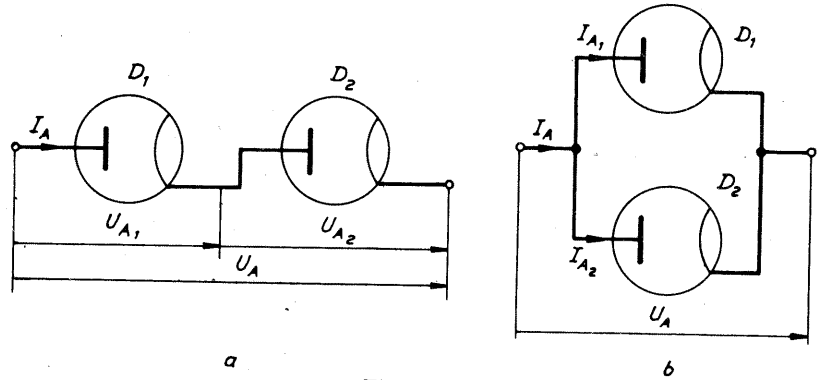


Fig. I.3.9

I.3.10. În figura I.3.10, *a*, *b* se prezintă două moduri de grupare a unei diode cu un rezistor: serie şi paralel. Dioda are $K = 1$ mA/V$^{3/2}$, $I_E = 10$ mA, iar rezistenţa rezistorului este $R = 2$ kΩ. Să se calculeze intensitatea curentului I prin fiecare grupare, pentru două valori ale tensiunii: $U = 5$ V şi 50 V.

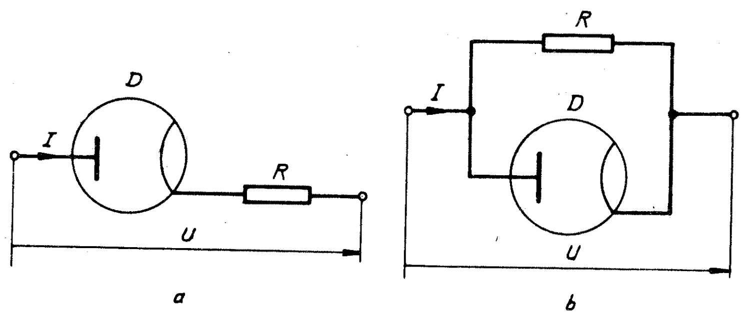


Fig. I.3.10

I.3.11. Să se deseneze, calitativ, dependenţa $I - U$ pentru un grup format dintr-o diodă în serie cu o sursă de tensiune electromotoare E (fig. I.3.11).

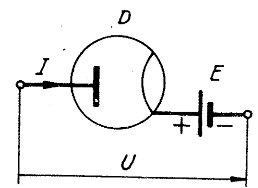


Fig. I.3.11

I.3.12. Un redresor monoalternanţă cu filtru capacitiv este alimentat de un transformator care furnizează în secundar tensiunea $u_2 = 20 \sin 100\,\pi t$ (V). Tensiunea continuă, obţinută la bornele condensatorului, are valoarea $U = 19$ V. Să se calculeze procentul de timp în care conduce dioda, presupunînd un factor de ondulaţie neglijabil.

I.3.13. Să se calculeze factorul de ondulație (γ) la ieșirea unui redresor bialternanță cu filtru (schema filtrului este prezentată în figura I.3.13); tensiunea continuă la bornele condensatorului C_1 are valoarea $U_1 = 20$ V, iar factorul de ondulație în același loc este $\gamma' = 0{,}1$. Elementele filtrului au valorile: $L = 5$ H; $C = 100\ \mu$F, iar rezistența rezistorului de sarcină are valoarea $R_s = 10$ kΩ. Frecvența tensiunii alternative redresate este $\nu = 50$ Hz.

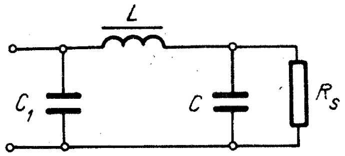


Fig. I.3.13

I.3.14. Să se exprime mărimea tensiunii anodice maxime ($U_{A,max}$) aplicată pe diodă în polarizare inversă ($U_A < 0$) într-un redresor monoalternanță cu filtru capacitiv, în funcție de amplitudinea U_2 a tensiunii din secundarul transformatorului.

I.3.15. Într-o triodă cu vid electronii pot trece de la catod la anod, deși în drumul lor se află grila, polarizată cu o tensiune negativă. Să se explice acest lucru.

I.3.16. Să se găsească legea de dependență a curentului anodic al unei triode (I_A) de tensiunea anodică (U_A) și de tensiunea de grilă (U_G), în domeniul $U_G < 0$, dacă se fac următoarele presupuneri:

— se aplică principiul superpoziției efectelor tensiunii anodice și de grilă, precum și formalismul matematic al diodei cu vid (legea lui Langmuir);

— tensiunea de grilă are un efect de μ ori mai mare asupra curentului anodic decît tensiunea anodică.

Cum se modifică această lege pentru domeniul $U_G > 0$?

I.3.17. Avînd în vedere rezultatele problemei precedente, să se calculeze tensiunea de grilă necesară blocării unei triode ($I_A = 0$), avînd $\mu = 20$ și fiind polarizată cu $U_A = 200$ V.

I.3.18. O triodă cu vid are caracteristicile anodice prezentate în figura I.3.18. Să se calculeze parametrii triodei (S, R_i, μ) în punctul M_0.

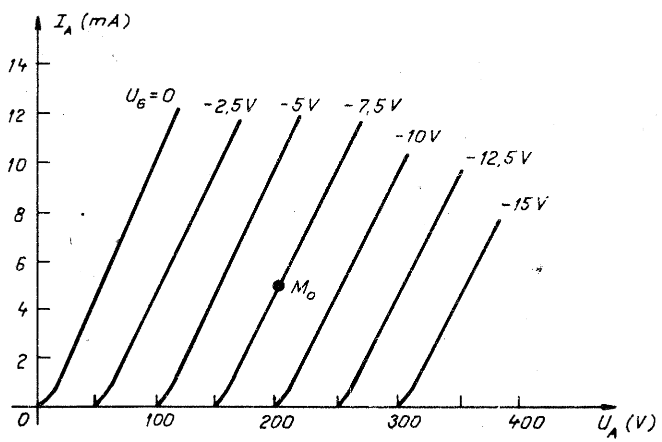


Fig. I.3.18

I.3.19. Să se construiască grafic caracteristicile de grilă și anodice ale unei triode cu parametrii $S = 4$ mA/V și $R_i = 10$ kΩ. Se presupune că aceste caracteristici sînt liniare, iar unul dintre punctele posibile de funcționare are coordonatele $I_{A0} = 12$ mA; $U_{G0} = -2$ V și $U_{A0} = 200$ V. Să se deducă expresia matematică a caracteristicilor liniarizate.

I.3.20. Montajul de amplificator, din figura I.3.20, lucrează cu o triodă ale cărei caracteristici sînt prezentate în figura I.3.18. Elementele montajului au valorile: $E_A = 250$ V; $R_A = 10$ kΩ; $R_C = 1$ kΩ. Să se determine: valorile statice (componente continue) ale tensiunilor și curenților U_G, U_A și I_A; mărimea amplificării în tensiune; amplitudinea maximă a semnalului de la ieșire ($U_{a,max}$).

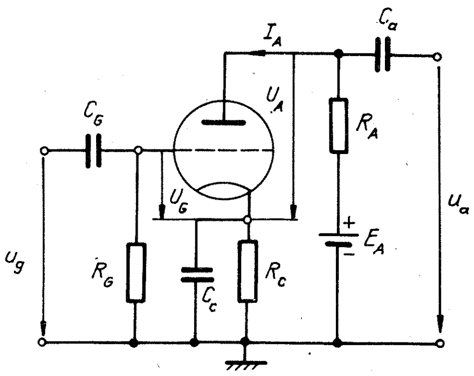


Fig. I.3.20

I.4. OSCILAȚII ELECTROMAGNETICE

I.4.1. Cum se schimbă frecvența oscilațiilor libere dintr-un circuit oscilant, dacă mărim distanța dintre armăturile condensatorului? Dar dacă introducem în bobină un miez de fier?

I.4.2. Se schimbă frecvența unui circuit oscilant închis cînd este transformat într-un circuit oscilant deschis?

I.4.3. Într-un circuit oscilant ideal, coincid oare ca fază oscilațiile tensiunii dintre armăturile condensatorului cu oscilațiile intensității curentului? Dacă nu coincid, care este defazajul? Să se construiască în același sistem de coordonate graficele variației tensiunii și intensității curentului dintr-un circuit în decursul a două perioade.

I.4.4. Unde se află concentrată energia, într-un circuit oscilant, la momentele $T/8$, $T/4$, $T/2$, $3T/4$ considerate de la începutul descărcării condensatorului? (Oscilațiile sînt libere.)

I.4.5. Prin ce se deosebesc oscilațiile libere produse în două circuite oscilante care au aceiași parametri C, L și R, dacă condensatoarele au fost încărcate la baterii cu t.e.m. diferite?

I.4.6. O baterie formată din două condensatoare cu capacitatea de 2 μF fiecare se descarcă printr-o bobină ($L = 1$ mH, $R = 50\ \Omega$). Vor apărea oscilații, dacă gruparea condensatoarelor este: *a)* în paralel? *b)* în serie?

I.4.7. Ce inductanță trebuie să aibă un circuit oscilant care conține un condensator cu capacitatea $C = 2\ \mu$F, pentru a produce oscilații cu frecvența $\nu = 10^3$ Hz? Se neglijează rezistența circuitului.

I.4.8. Intensitatea curentului într-un circuit oscilant variază cu timpul după ecuația: $i = 0{,}01 \cos 1\,000\, t$. Determinați inductanța circuitului, știind că valoarea capacității condensatorului este $C = 2 \cdot 10^{-5}$ F.

I.4.9. Cum se schimbă perioada și frecvența oscilațiilor libere într-un circuit oscilant, dacă micșorăm inductanța de 4 ori și mărim capacitatea de 9 ori?

I.4.10. Un circuit oscilant este format dintr-o bobină cu inductanța $L = 0{,}03$ H și un condensator plan, compus din două plăci de forma unor discuri cu raza $r = 1{,}2$ cm, situate la distanța $d = 0{,}3$ mm una de alta. Să se determine perioada oscilațiilor libere în circuit. Cît va deveni perioada oscilațiilor, dacă spațiul dintre armături este ocupat de o plăcuță cu permitivitatea relativă $\varepsilon_r = 4$?

I.4.11. Avem două circuite oscilante la care $T_1 = 3\, T_2$; $r_1 = 2\, r_2$; $d_1 = d_2 = d$; $l_1 = l_2 = l$. Se bobinează spiră lîngă spiră pe un rînd și se întreabă ce raport există între C_1 și C_2. Am notat prin: $T_{1,2}$ perioadele, $r_{1,2}$ razele spirelor, $d_{1,2}$ diametrele firelor și $l_{1,2}$ lungimile firelor.

I.4.12. Factorul de calitate al unui circuit oscilant este 100. Bobina este formată dintr-un rînd de spire una lîngă alta. Raza spirei $r_1 = 1/\pi^2$ m, iar raza firului $r_2 = 1/\pi$ mm. Rezistivitatea fiind $\rho = 10^{-7}\, \Omega \cdot$ m, care este perioada oscilațiilor libere?

I.4.13. Se consideră circuitul oscilant din figura I.4.13. Cum se modifică frecvența oscilațiilor proprii și de cîte ori, dacă se schimbă comutatorul K din poziția a în poziția b? Se știe că $C_2 = nC_1$.

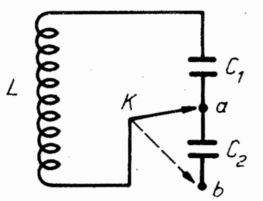


Fig. I.4.13

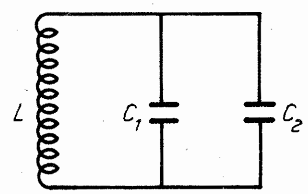


Fig. I.4.14

I.4.14. Determinați frecvența, perioada și pulsația oscilațiilor electromagnetice produse în circuitul oscilant din figura I.4.14. Mărimile caracteristice circuitului sînt: $L = 10$ mH; $C_1 = 880$ pF și $C_2 = 20$ pF.

I.4.15. O bobină este legată în paralel cu un condensator a cărui capacitate poate fi variată prin rotirea unui buton. Dorim să realizăm o variație liniară a frecvenței circuitului oscilant LC în funcție de unghiul de rotație a butonului, începînd cu $2 \cdot 10^5$Hz și sfîrșind cu $4 \cdot 10^5$Hz pentru o rotație de 180° a butonului. Dacă $L = 1$ mH, reprezentați grafic dependența lui C de unghiul de rotație a butonului între zero și 180°.

I.4.16. Circuitul oscilant al unui aparat de radio are o bobină de inductanță L și un condensator variabil, cu rotorul avînd n armături în formă de coroană semicirculară de rază r, respectiv R, distanța dintre o armătură fixă și cea mobilă fiind d. Axul rotorului este situat în centrul coroanei semicirculare. Se cere: *a)* să se reprezinte grafic variația capacității condensatorului ca funcție de unghiul de introducere a armăturilor rotorului în stator, știind că atunci cînd armăturile sînt complet scoase, condensatorul variabil are capacitatea C_0; *b)* să se reprezinte grafic frecvența ce poate fi recepționată în funcție de unghiul de introducere al armăturilor mobile în stator.

I.4.17. Un circuit este alcătuit dintr-un condensator cu capacitatea C, 2 diode ideale D_1 și D_2 și două bobine ideale, legate ca în figura I.4.17. Determinați perioada oscilațiilor tensiunii dintre armăturile condensatorului din această schemă.

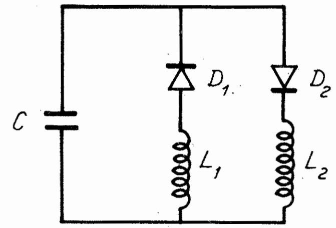


Fig. I.4.17

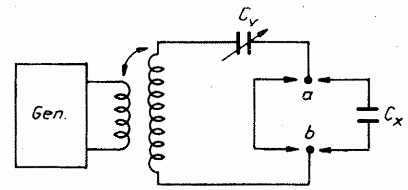


Fig. I.4.19

I.4.18. Într-un circuit oscilant, avînd un condensator cu capacitatea $C_1 = 10^{-6}$ F, rezonanța apare la o frecvență a oscilațiilor $\nu_1 = 400$ Hz. Dacă la condensatorul C_1 este conectat în paralel un alt condensator cu capacitatea C_2, frecvența de rezonanță devine egală cu $\nu_2 = 100$ Hz. Să se determine capacitatea C_2. Rezistența circuitului se neglijează.

I.4.19. Se măsoară capacitatea unui condensator, printr-o metodă de rezonanță. Bornele a, b fiind scurtcircuitate, rezonanța circuitului se obține pentru o valoare a condensatorului variabil $C_{v1} = 200$ pF (fig. I.4.19). Conectîndu-se între bornele a, b condensatorul de capacitate necunoscută C_x, rezonanța se obține pentru o valoare a condensatorului variabil $C_{v2} = 500$ pF. Care este valoarea capacității C_x?

I.4.20. Fie două circuite oscilante L_1C_1 și L_2C_2 în rezonanță. Se construiește un al treilea circuit oscilant care să cuprindă inductanțele L_1 și L_2 și capacitățile C_1 și C_2 legate în serie. Se cere să se demonstreze că perioada proprie de oscilație a acestui circuit este identică cu perioadele T_1 și T_2 ale circuitelor inițiale.

I.4.21. Un resort este suspendat în poziția verticală, la capătul liber fiind suspendată o mică bară magnetică cu masa de 10 g, conform figurii I.4.21. Sub polul barei magnetice se găsește bobina unui circuit oscilant ce conține un condensator variabil. Inductanța bobinei este 1 H, iar coeficientul de elasticitate a resortului 10^3 N/m. În circuit menținem oscilații electromagnetice și modificăm valoarea capacității condensatorului pînă cînd oscilațiile resortului prezintă amplitudine maximă. În acest caz, cît este valoarea capacității?

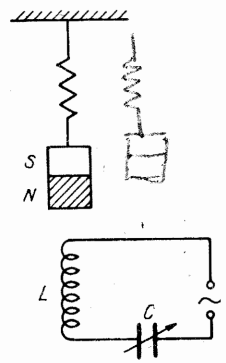


Fig. I.4.21

I.4.22. Un circuit oscilant este format dintr-o inductanță L și un condensator variabil a cărui capacitate maximă este de 500 pF. Știind că atunci cînd condensatorul este complet închis, capacitatea sa fiind de 500 pF, frecvența de rezonanță a circuitului este 500 kHz și că la o rotire a axului condensatorului cu un grad capacitatea condensatorului scade cu 2 pF, să se calculeze: *a)* cu cîte grade trebuie rotit axul condensatorului pentru ca frecvența de rezonanță a circuitului să fie 800 kHz? *b)* valoarea inductanței L?

I.4.23. Un circuit oscilant are confecționate miezul bobinei și dielectricul condensatorului din același material. În această situație perioada oscilațiilor este T. Dacă se scoate dielectricul dintre plăcile condensatorului, perioada devine T_1. Dacă ar fi scos miezul bobinei, perioada ar deveni T_2. Să se determine permitivitatea relativă și permeabilitatea relativă a materialului precum și perioada oscilațiilor, dacă se scoate atît miezul din interiorul bobinei cît și dielectricul din interiorul condensatorului.

I.4.24. Într-un circuit oscilant închis, fără rezistență electrică, tensiunea efectivă la condensator este $U = 100$ V. Capacitatea condensatorului are valoarea $C = 10$ pF. Determinați valorile maxime ale energiilor electrică și magnetică din circuit.

I.4.25. Un condensator de 1μF este încărcat la 50 V. Bateria de încărcare este deconectată și în paralel cu condensatorul se leagă o bobină de 10 mH, astfel încît se produc oscilații libere. Care va fi curentul maxim din bobină? Presupuneți că circuitul nu conține rezistență.

I.4.26. Un circuit oscilant este format dintr-o bobină cu inductanța $L = 0{,}2$ H și un condensator cu capacitatea $C = 10^{-5}$ F. Condensatorul a fost încărcat la tensiunea $U_m = 2$ V și se descarcă prin bobină. Care va fi intensitatea curentului electric în momentul în care energia cîmpului electric este egală cu energia cîmpului magnetic?

I.4.27. Tensiunea maximă într-un circuit oscilant cu $L = 5 \cdot 10^{-6}$ H și $C = (4/3)10^{-8}$ F este $U_m = 1{,}2$ V. *a)* Care este valoarea efectivă a intensității curentului din circuit? *b)* Care este valoarea maximă a fluxului magnetic printr-o spiră, dacă numărul de spire este $N = 28$?

I.4.28. Într-un circuit oscilant capacitatea condensatorului este egală cu 2 μF, iar tensiunea maximă dintre armături este egală cu 5 V. Să se afle: energia maximă a cîmpului magnetic al bobinei; energia cîmpului magnetic în momentul în care tensiunea la condensator este de 3 V.

I.4.29. Determinați intensitatea maximă a curentului prin bobinele cu inductanțele L_1 și L_2, după închiderea întrerupătorului K din circuitul prezentat în figura I.4.29. Capacitatea condensatorului este C, iar tensiunea inițială maximă este U_m. Bobinele nu sînt cuplate.

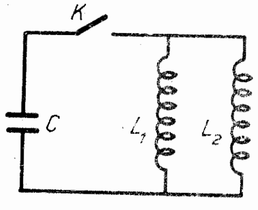


Fig. I.4.29

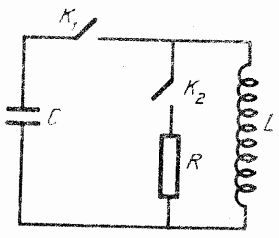


Fig. I.4.30

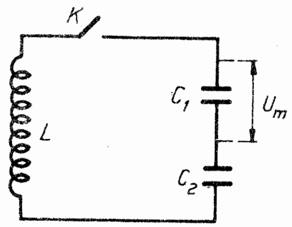


Fig. I.4.31

I.4.30. În circuitul din figura I.4.30 condensatorul cu capacitatea C este încărcat la tensiunea U_m. Întîi se închide întrerupătorul K_1. În momentul în care curentul prin bobina cu inductanța L atinge valoarea maximă se închide întrerupătorul K_2 și se deschide întrerupătorul K_1. Care este valoarea maximă a tensiunii la bornele rezistorului de rezistență R?

I.4.31. Un circuit oscilant este format din condensatoarele cu capacitățile C_1 și C_2 și o bobină de inductanță L (fig. I.4.31). Știind că inițial condensatorul C_1 a fost încărcat la tensiunea U_m, iar condensatorul C_2 a fost neîncărcat, determinați valoarea maximă a intensității curentului după închiderea întrerupătorului K. Se neglijează rezistența circuitului.

I.4.32. *a)* Care este valoarea sarcinii, raportată la sarcina maximă, de pe un condensator ce face parte dintr-un circuit oscilant LC, în momentul în care energia este egal repartizată între cîmpul electric și magnetic? *b)* Care este intervalul de timp necesar pentru ca acest lucru să se producă, presupunînd că la început condensatorul a fost încărcat cu sarcina q_m? Presupuneți că $L = 10$ mH și $C = 1$ μF.

I.4.33. Două circuite oscilante identice sînt formate, fiecare în parte, dintr-o bobină și un condensator. La primul circuit oscilant în interiorul bobinei se introduce un miez de fier, mărindu-i inductanța de 4 ori. Determinați raportul frecvențelor proprii și al energiilor, dacă sarcina electrică maximă pe armăturile condensatoarelor este aceeași.

I.4.34. Un circuit oscilant este format dintr-un condensator cu capacitatea de 2 μF și o bobină cu inductanța de 0,0001 H. Știind că la momentul inițial tensiunea la bornele condensatorului era maximă și egală cu 6 V, să se calculeze: *a)* intensitatea curentului din circuit și energia cîmpului magnetic din bobină la momentul $T/8$; *b)* cu cît trebuie să varieze capacitatea condensatorului pentru ca perioada oscilațiilor proprii să crească cu un sfert din valoarea inițială.

I.4.35. Într-un circuit oscilant format dintr-un condensator cu aer și o bobină se stabilește un curent care variază cu timpul după ecuația $i = I_m \sin \omega t$ ($t \leqslant 0$). Cînd intensitatea curentului în circuit este nulă, între armăturile condensatorului, se introduce brusc o plăcuță cu permitivitatea relativă ε_r și cu grosimea egală cu distanța dintre armături. Timpul de introducere a plăcuței este neglijabil în raport cu perioada oscilațiilor. Determinați dependența de timp a intensității curentului după introducerea plăcuței.

I.4.36. Un circuit (fig. I.4.36) este alcătuit dintr-un condensator de capacitate C, o bobină ideală cu inductanța L, un întrerupător K și o sursă cu t.e.m. E și rezistență interioară r. După deschiderea circuitului apar oscilații electromagnetice în circuitul oscilant. Determinați ecuația de variație a tensiunii de la bornele condensatorului.

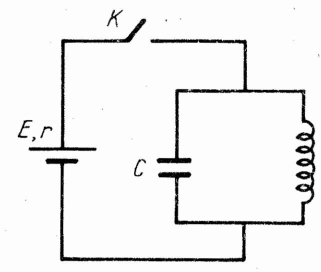


Fig. I.4.36

I.4.37. Într-un circuit oscilant este conectată o sursă cu t.e.m. alternativă $e = E_m \cos \omega t$, iar $E_m = 2$ V. Să se determine factorul de calitate şi amplitudinea tensiunii la condensator în cazul rezonanţei. Frecvenţa de rezonanţă a circuitului este $\nu_0 = 10^5$ Hz, inductanţa bobinei $L = 1$ mH, iar rezistenţa ei activă $R = 3$ Ω.

I.4.38. După ce condensatorul unui circuit oscilant a fost încărcat cu sarcina electrică $q_m = 10^{-6}$ C, în circuit se produc oscilaţii electromagnetice amortizate. Ce căldură se degajă în circuit, pînă cînd oscilaţiile se sting? Capacitatea condensatorului este $C = 0{,}01$ μF.

I.4.39. Rezistenţa unui circuit oscilant este $R = 0{,}33$ Ω. Ce putere trebuie transmisă circuitului pentru întreţinerea oscilaţiilor, în cazul în care intensitatea maximă a curentului este $I_m = 30$ mA?

I.4.40. Parametrii unui circuit oscilant sînt: $C = 1$ nF, $L = 6$ μH şi $R = 0{,}5$ Ω. Ce putere trebuie transmisă circuitului pentru ca oscilaţiile să fie neamortizate, iar tensiunea maximă la condensator să fie $U_m = 10$ V?

I.4.41. Un circuit este compus dintr-o sursă de curent alternativ, o bobină cu inductanţa $L = 0{,}1$ H, un condensator cu capacitatea $C = 1$ μF şi un rezistor cu rezistenţa $R = 10$ Ω legate în serie. *a)* Care este frecvenţa curentului alternativ astfel ca intensitatea să fie maximă? *b)* Dacă valoarea efectivă a tensiunii de alimentare este $U = 120$ V, care este intensitatea curentului pentru frecvenţa obţinută la punctul *a*? Dar în cazul în care frecvenţa, ν', este dublul frecvenţei de la punctul *a*?

I.4.42. La bornele unui circuit compus dintr-un rezistor cu rezistenţa $R = 10$ Ω în serie cu o bobină de inductanţă $L = 0{,}4$ H se aplică o tensiune alternativă sinusoidală cu valoarea efectivă $U = 220$ V şi frecvenţa $\nu = 50$ Hz. Să se determine: *a)* capacitatea condensatorului ce trebuie montat în serie cu rezistorul şi bobina pentru a obţine condiţia de rezonanţă a tensiunilor; *b)* intensitatea curentului în cazul rezonanţei tensiunilor; *c)* valoarea R' pe care trebuie să o aibă rezistenţa, astfel încît tensiunea la bornele bobinei să fie de 100 de ori mai mare decît tensiunea aplicată circuitului.

I.4.43. La bornele unei surse de t.e.m. alternativă sinusoidală cu valoarea efectivă U se conectează în serie o bobină cu inductanţa L şi un rezistor cu rezistenţa R. În paralel cu acestea se montează un condensator variabil, înseriat cu un întrerupător K. Să se exprime valoarea capacităţii C în funcţie de R, L şi ω, pentru ca intensitatea totală I să nu se modifice prin închiderea şi deschiderea întrerupătorului.

I.4.44. Să se determine coeficientul de cuplaj pentru două bobine cu inductanţele $L_1 = 2$ mH şi $L_2 = 8$ mH, dacă inductanţa lor mutuală este $L_{12} = 3{,}2$ mH.

I.4.45. Determinaţi inductanţa mutuală a două bobine perfect cuplate magnetic cînd inductanţele lor sînt $L_1 = 4$ mH şi $L_2 = 9$ mH.

I.4.46. Două bobine cuplate au inductanţa mutuală de 3 mH, la un coeficient de cuplaj de 0,6. Să se determine inductanţele celor două bobine, ştiind că inductanţa uneia este de 4 ori mai mare decît a celeilalte.

I.5. UNDE ELECTROMAGNETICE

I.5.1. Viteza de propagare a unei unde electromagnetice este $v = 0{,}9c$. Ştiind că frecvenţa undei este $\nu = 10^{12}$ Hz, să se calculeze: *a)* perioada şi lungimea de undă a undei; *b)* spaţiul parcurs de undă în timpul $t = 3$ μs.

I.5.2. Raportul dintre lungimea de undă a unei unde electromagnetice într-un mediu oarecare şi cea corespunzătoare în vid este $k = 0{,}8$. Distanţa dintre două puncte A şi B ale mediului este $d = 10$ m. În cît timp parcurge unda distanţa ABA?

I.5.3. Frecvenţa unei unde electromagnetice care se propagă din vid într-un mediu cu $\varepsilon_r = 81$ şi $\mu_r = 1$ este $\nu = 2$ MHz. Se cere: *a)* lungimea de undă a undei în mediul respectiv; *b)* variaţiile absolută şi relativă ale lungimii de undă în raport cu cea corespunzătoare în vid.

I.5.4. O instalaţie radar poate detecta obiecte situate între $l_{min} = 100$ m şi $l_{max} = 100$ km. Se cer: *a)* durata unui impuls; *b)* frecvenţa de repetiţie a impulsurilor.

I.5.5. Durata impulsului unui radar este $t_i = 0{,}6 \cdot 10^{-6}$ s, iar frecvenţa de repetiţie $\nu = 1\,500$ impulsuri/s. Între ce distanţe operează radiolocatorul?

I.5.6. Amplitudinea cîmpului electric al unei unde electromagnetice este $E_0 = 0{,}09$ V/m. Se cere: *a)* amplitudinea cîmpului magnetic în vid; *b)* presupunînd neschimbată amplitudinea cîmpului electric, să se calculeze amplitudinea cîmpului magnetic într-un mediu pentru care $\varepsilon_r = 81$ şi $\mu_r = 1$.

I.5.7. Valoarea maximă a inducţiei cîmpului magnetic al unei unde electromagnetice care se propagă în vid este $B_0 = 5 \cdot 10^{-11}$ T, iar frecvenţa undei are valoarea $\nu = 600$ kHz. Se cer: *a)* amplitudinea cîmpului electric al undei; *b)* expresiile valorilor instantanee ale intensităţii cîmpului electric al undei, inducţiei cîmpului magnetic şi densităţii volumice a energiei undei.

I.5.8. Pentru ce lungime de undă este adaptat un radioreceptor, dacă circuitele sale oscilante au capacitatea $C = 8$ nF şi inductanţa proprie $L = 2$ mH?

I.5.9. Un circuit oscilant are capacitatea $C = 0{,}6$ μF şi inductanţa proprie $L = 10^{-4}$ H. Se cere lungimea de undă a radiaţiei emise.

I.5.10. O bobină cu inductanţa proprie $L = 4$ mH este legată de un condensator plan cu aria armăturii $S = 100$ cm². Radiaţia emisă de acest circuit are lungimea de undă $\lambda = 200$ m. Se cere: *a)* distanţa dintre armăturile condensatorului plan, dielectricul fiind aerul ($\pi^2 \simeq 10$); *b)* perioada şi frecvenţa undei electromagnetice produse.

I.5.11. Bobina unui circuit oscilant are inductanţa proprie $L = 300$ mH. Condensatorul corespunzător are armăturile cu suprafaţa $S = 100$ cm² fiecare, depărtate la $d = 0{,}1$ mm. Circuitul emite pe lungimea de undă $\lambda = 750$ m. Să se determine constanta dielectrică relativă a mediului dintre plăcile condensatorului.

I.5.12. Capacitatea condensatorului unui circuit oscilant poate varia între $C_1 = 56$ pF şi $C_2 = 667$ pF. Lungimea de undă a radiaţiilor emise este cuprinsă între $\lambda_1 = 40$ m şi $\lambda_2 = 2\,600$ m. Se cere intervalul de valori ale inductanţei proprii ale bobinei.

I.5.13. Inductanța proprie a bobinei unui circuit oscilant poate varia între $L_1 = 10$ μH și $L_2 = 1\,000$ μH, iar capacitatea condensatorului între $C_1 = 40$ nF și $C_2 = 800$ nF. Să se determine spectrul de frecvențe, perioade și lungimi de undă ale radiațiilor emise de circuit.

I.5.14. Într-un circuit oscilant, inductanța bobinei este $L = 2{,}5 \cdot 10^{-6}$ H. În circuit se mai află două condensatoare cu capacitatea $C = 5\,000$ nF fiecare. Se cere lungimea de undă a undelor electromagnetice corespunzătoare pentru legarea condensatoarelor în serie, respectiv în paralel.

I.5.15. Un radioreceptor are un condensator de capacitate variabilă, cuprinsă între $C_1 = 20$ pF și $C_2 = 500$ pF. Lungimea de undă minimă recepționată este $\lambda_{min} = 200$ m. *a)* Ce inductanță are receptorul? *b)* Care este lungimea de undă maximă recepționată în acest caz? *c)* Cu cît trebuie micșorată inductanța proprie a bobinei astfel ca, folosind condensatorul cu capacitatea mică, să recepționăm unde cu frecvența $\nu = 2$ MHz? *d)* Care este, în acest caz, lungimea de undă maximă recepționată?

I.5.16. Se dau două circuite oscilante în care $L_1 = 4{,}5 \cdot 10^{-3}$ H; $C_1 = 2 \cdot 10^{-9}$ F și $L_2 = 3 \cdot 10^{-3}$ H, din care primul este excitator, iar al doilea rezonator. Se cer: *a)* capacitatea celui de-al doilea circuit, dacă cele două circuite sînt în rezonanță; *b)* lungimea de undă și frecvența de acordare a celor două circuite.

I.5.17. *a)* O antenă cu priză la pămînt recepționează unde electromagnetice de o frecvență dată ν. Se cere lungimea de undă a undelor respective și lungimea proprie a antenei. Aplicație pentru $\nu = 0{,}95$ MHz. *b)* Aceeași întrebare pentru cazul cînd antena este de tipul dipol semiundă.

I.5.18. O antenă legată la pămînt are lungimea proprie $l_0 = 30$ m și inductanța proprie $L = 4 \cdot 10^{-5}$ H. Antena este confecționată dintr-un material cu coeficientul de dilatare liniară $\alpha = 10^{-5}$ grd^{-1}. *a)* Să se afle capacitatea proprie a antenei. *b)* Presupunînd că firul antenei a fost încălzit cu $\Delta t = 100$°C, să se calculeze variațiile absolută și relativă ale lungimii de undă proprii a antenei.

I.6. OPTICA

MĂRIMI ENERGETICE ȘI FOTOMETRICE

I.6.1. Fluxul unei surse luminoase (emis în toate direcțiile în mod egal) este $\Phi = 5\,024$ lumeni. Să se afle intensitatea sursei de lumină.

I.6.2. Știind că planeta Marte este de $n = 1{,}5$ ori mai îndepărtată de Soare decît Pămîntul, să se determine de cîte ori iluminarea lui Marte este mai mică decît cea terestră.

I.6.3. La înălțimea $r = 60$ cm de o masă se află o sursă de lumină ce produce în centrul mesei o iluminare de $E = 200$ lx. Se cere intensitatea sursei.

I.6.4. Un bec introdus într-o cantitate de apă o încălzește după un timp oarecare cu $\Delta t_1 = 14{,}5$°C. Dacă becul nu radiază luminos (de exemplu este înegrit), aceeași cantitate de apă este încălzită în același interval de timp cu $\Delta t_2 = 15$° C. Ce randament luminos are becul?

I.6.5. O hală industrială are dimensiunile 20×100 m și este iluminată de $n = 200$ becuri de cîte $\Phi' = 3\,600$ lumeni fiecare. Iluminarea optimă este de $E = 100$ lx. Să se afle randamentul luminos al iluminării halei.

I.6.6. În centrul unei sfere cu raza $r = 20$ cm se află o sursă luminoasă cu intensitatea $I = 40$ cd. Să se afle: *a)* fluxul luminos total al sursei centrale; *b)* se consideră pe sferă o calotă cu aria $S = 1/n$ din aria sferei. Calculați iluminarea calotei ($n = 16$).

I.6.7. Două surse luminoase de aceeași intensitate se află de aceeași parte a unui ecran pe care îl iluminează de la distanța $d = 8$ m. Una din surse se îndepărtează. Cu cît trebuie să se apropie de ecran cealaltă sursă pentru ca iluminarea acestuia să nu se modifice?

I.6.8. O sursă luminoasă cu intensitatea $I = 800$ cd luminează o podea pătrată cu latura de $l = 4$ m. (fig. I.6.8) Sursa emite uniform în toate direcțiile și se află la înălțimea $h = 5$ m deasupra centrului podelei. Se cer: *a)* iluminarea în centrul podelei; *b)* rapoartele iluminărilor E_O/E_A; E_O/E_B; E_A/E_B.

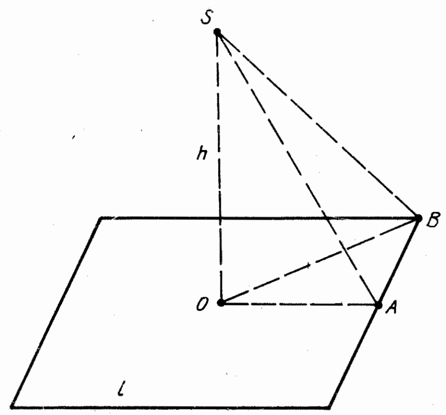


Fig. I.6.8

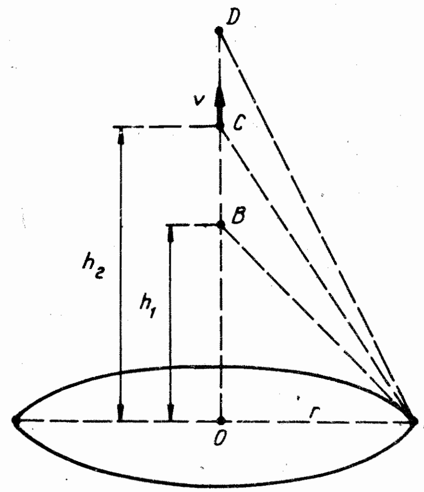


Fig. I.6.10

I.6.9. Un teren este iluminat de două becuri cu intensitățile luminoase $I_1 = 400$ cd și $I_2 = 600$ cd. Becurile se află la înălțimile $h_1 = 4$ m și respectiv $h_2 = 6$ m față de teren, iar distanța dintre proiecțiile lor pe teren este $d = 8$ m. Se cere iluminarea terenului în punctul aflat sub fiecare bec (pe verticala surselor).

I.6.10. O masă circulară cu raza $r = 1$ m este iluminată de două surse cu intensitățile $I_1 = 540$ cd și $I_2 = 700$ cd, aflate la înălțimile $h_1 = 3$m, respectiv $h_2 = 5$ m (fig. I.6.10). Să se afle: *a)* iluminarea totală a centrului mesei; *b)* iluminarea totală a marginei mesei; *c)* cum depinde de timp iluminarea totală a marginei mesei, dacă sursa aflată la înălțimea h_2 urcă uniform cu viteza $v = 0{,}1$ m/s?

I.6.11. Între două ecrane depărtate la $d = 3,6$ m se plasează o lumînare aprinsă. Raportul iluminărilor pe cele două ecrane este $E_1/E_2 = m/n$ ($m = 1$; $n = 4$). Se cer distanţele lumînării la cele două ecrane.

I.6.12. O sursă luminoasă produce pe un ecran o iluminare de $E_1 = 18$ lx, iar pe altul de $E_2 = 2$ lx. Se cere: *a)* să se afle distanţele dintre sursă şi cele două ecrane, dacă distanţa dintre ecrane este $d = 2$ m; *b)* intensitatea sursei; *c)* valorile fluxurilor luminoase trimise de sursă pe cele două ecrane, dacă dimensiunile lor sînt $d_1 = 2$ m; $d_2 = 4$ m (ambele sînt dreptunghiulare).

I.6.13. Un teren circular de rază a trebuie iluminat cît mai mult pe margine. Pentru aceasta se foloseşte o sursă luminoasă fixată la o anumită înălţime pe perpendiculara dusă în centrul terenului. Să se determine această înălţime în condiţiile cerute de problemă.

I.6.14. Un obiect se află la marginea unei mese la distanţa r de o sursă luminoasă de intensitate I. Iluminarea obiectului are valoarea E. Să se afle: *a)* sub ce unghi α este iluminat obiectul; *b)* la ce înălţime h deasupra centrului mesei se află sursa; *c)* la ce depărtare x de centrul mesei se află obiectul? Aplicaţie numerică pentru $I = 200$ cd; $E = 25$ lx; $r = 2$ m.

I.6.15. Se dau două becuri cu intensităţile I_1 şi I_2, aflate la distanţa d unul faţă de altul. Ele iluminează egal un ecran, situat între ele. Se cer distanţele d_1, respectiv d_2 dintre cele două surse şi ecran. Aplicaţie pentru $I_1 = 25$ cd; $I_2 = 100$ cd; $d = 3$ m.

I.6.16. Se dă o cameră cubică de muchie a. O sursă punctiformă este plasată pe verticala mijlocului camerei şi produce în colţurile camerei o iluminare maximă. La ce înălţime este aşezată sursa faţă de podeaua camerei?

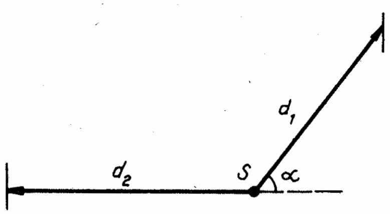


Fig. I.6.17

I.6.17. O sursă S luminează egal două suprafeţe mici aflate la distanţele $d_1 = 0,4$ m şi $d_2 = 0,6$ m (fig. I.6.17). Pe prima suprafaţă razele cad sub un unghi oarecare α, iar pe a doua pe o direcţie perpendiculară. Se cere unghiul sus-amintit.

I.6.18. Deasupra unei suprafeţe orizontale, la înălţimea h se află o sursă punctiformă cu intensitatea I. Notăm cu α, respectiv α_0, unghiurile pe care o rază pornită de la sursă le face cu verticala ce trece prin sursă, respectiv cu suprafaţa orizontală. Se cere: *a)* iluminarea maximă a suprafeţei orizontale; *b)* cum depinde iluminarea unui punct oarecare de pe suprafaţa orizontală de unghiul α_0?

I.6.19. Cu ajutorul unui aparat fotografic care are o sursă de lumină de intensitatea I_1 se execută fotografia unui obiect situat la o distanţă d_1, în timpul t_1. Care este timpul corespunzător, dacă intensitatea sursei devine I_2, iar distanţa obiect — aparat devine d_2?

I.6.20. În vîrful unui triunghi echilateral de latură a se află o placă. În celelalte două vîrfuri sînt plasate surse luminoase de aceeaşi intensitate I (fig. I.6.20). *a)* Cum trebuie aşezată placa pentru ca ea să fie iluminată cît mai bine posibil? *b)* Să se afle valoarea maximă a iluminării plăcii. (Aplicaţie pentru $I = 180$ cd; $a = 3$ cm.)

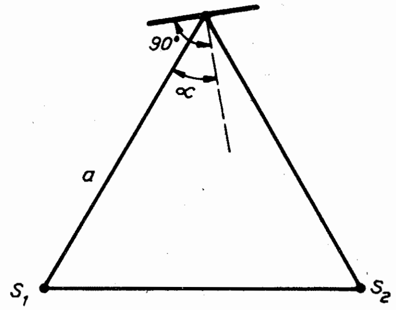


Fig. I.6.20

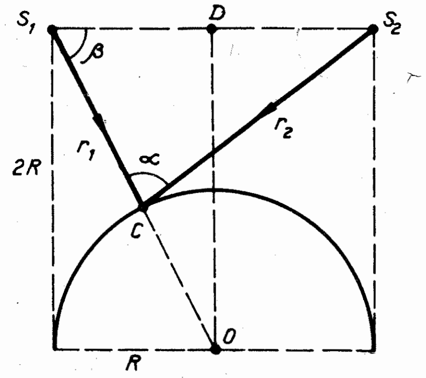


Fig. I.6.21

I.6.21. O emisferă de rază R este iluminată de două surse luminoase dispuse ca în figura I.6.21 care produc fiecare fluxul luminos total Φ. Se cere iluminarea totală în punctul aflat pe emisferă la distanţa minimă de una dintre surse.

I.6.22. Farul (de formă sferică) unui autoturism are două filamente, unul pentru faza scurtă de flux $\Phi_1 = 251,2$ lumeni şi altul pentru fază lungă cu $\Phi_2 = 37,68$ lumeni. Se cer intensităţile luminoase ale celor două filamente.

I.6.23. În centrul unei mese circulare cu diametrul $d = 1,8$ m se află o veioză al cărei bec este la înălţimea $h_1 = 40$ cm. La înălţimea $h_2 = 2$ m de centrul mesei se găseşte o lustră cu 3 becuri similare cu cel al veiozei. În ce caz avem o iluminare mai mare a marginii mesei: cînd funcţionează numai veioza sau cînd funcţionează numai lustra?

I.6.24. Se dau două surse de intensităţi I_1 şi I_2, dispuse ca în figura I.6.24. Avem două mici plăci care formează un unghi diedru drept. Se constată că ele sînt egal iluminate, dacă se formează un anumit unghi α între normala la S_1S_2 şi bisectoarea unghiului diedru al cărui vîrf este la jumătatea distanţei dintre surse. Se cere relaţia dintre I_1, I_2 şi α.

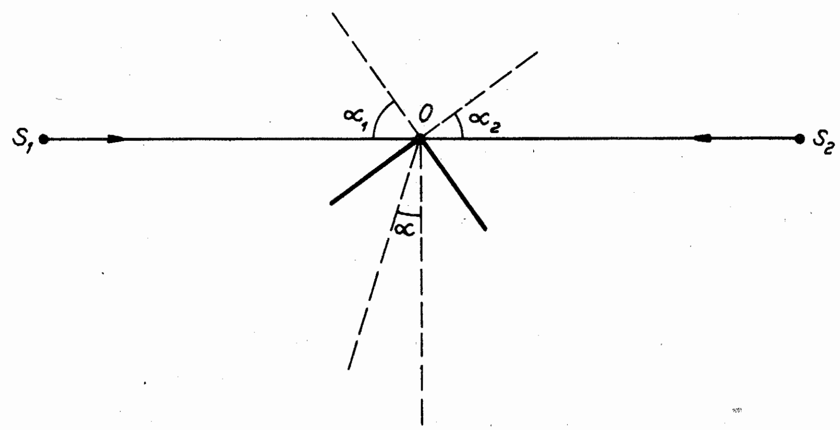


Fig. I.6.24

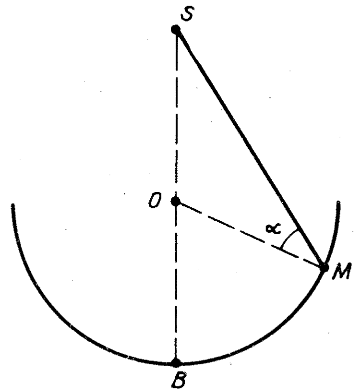


Fig. I.6.25

I.6.25. O sursă luminoasă S este plasată deasupra unei emisfere de rază $R = 1$ m. Intensitatea sursei este $I = 50$ cd. Raza SM face unghiul $\alpha = 30°$ cu raza emisferei. Se cere iluminarea în punctul M (fig. I.6.25).

INTERFERENȚA ȘI DIFRACȚIA LUMINII

I.6.26. Într-un dispozitiv Young, cele două fante S_1 și S_2 sînt la distanța $2l = 1$ mm. Pe un ecran paralel cu S_1S_2, aflat la distanța $D = 2$ m se observă franjele de interferență. În experiment se folosește o radiație monocromatică a cărei lungime de undă este $\lambda = 0{,}5$ μm. Să se calculeze distanța ce separă a cincea franjă întunecoasă de planul de simetrie al dispozitivului.

I.6.27. Fluxul luminos emis de o sursă este separat în două fascicule cu ajutorul a două fante aflate la distanța $2l = 1$ mm. Ecranul este situat în aer la distanța $D = 1{,}2$ m. Știind că interfranja este $i = 0{,}6$ mm, se cere lungimea de undă a radiației utilizate.

I.6.28. O radiație monocromatică cade pe un dispozitiv Young ale cărui fante S_1 și S_2 sînt distanțate la $2l = 2$ mm. Pe un ecran se observă franjele de interferență și se constată că distanța dintre două franje luminoase succesive este $i_1 = 0{,}34$ mm. Se îndepărtează ecranul cu o distanță $D' = 0{,}5$ m. În această situație, noua interfranjă este $i_2 = 0{,}51$ mm. Ce lungime de undă are radiația monocromatică?

I.6.29. Distanța dintre fantele unui dispozitiv Young este $2l = 1$ mm. Între planul fantelor și ecran distanța este $D = 1$ m. *a)* Interfranja fiind $i = 0{,}6$ mm, se cere lungimea de undă a radiației monocromatice (în aer) folosite. *b)* Spațiul dintre paravane se umple cu apă (viteza luminii în apă este 3/4 din viteza luminii în aer). Care este noua valoare a interfranjei? *c)* Știind că lumina albă are ca limite spectrale radiațiile roșie ($\lambda_R = 0{,}75$ μm) și violetă ($\lambda_V = 0{,}4$ μm), se cere lățimea spectrului, dacă experimentul Young se realizează cu lumină naturală în aer.

I.6.30. Două surse punctiforme coerente S_1 și S_2, care produc radiații cu lungimea de undă $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ m se află la distanța $d = 2$ mm între ele și amîndouă la distanța $l = 2$ m de un ecran (fig. I.6.30). Cum va fi punctul A al ecranului: luminos sau întunecat?

I.6.31. O rază cu lungimea de undă $\lambda = 6{,}8 \cdot 10^{-7}$ m cade pe un paravan în care sînt practicate două fante S_1 și S_2 depărtate la $2\,l = 2$ mm. Franjele se observă pe un ecran aflat la o anumită distanță D de planul fantelor. *a)* Să se

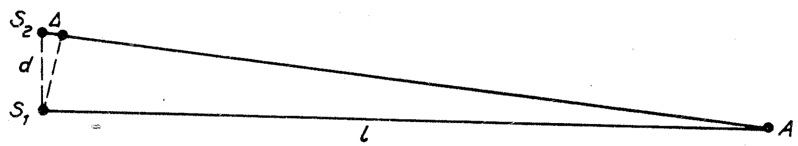


Fig. I.6.30

calculeze distanța D astfel ca pe ecran maximul de ordinul I să fie la distanța $x_1 = 0{,}34$ mm de axa centrală a sistemului. *b)* Paravanul se îndepărtează cu $D' = 0{,}5$ m. Să se calculeze deplasarea primei franje luminoase.

I.6.32. Distanța dintre fantele unui dispozitiv Young este $2\,l = 1$ mm, iar ecranul de observație se află la $D = 0{,}75$ m. Se numără pe o distanță $x = 5{,}625$ mm un număr $N = 10$ franje de interferență. Să se afle: *a)* interfranja; *b)* lungimea de undă a radiației folosite. *c)* Dacă spațiul experienței se umple cu un lichid oarecare, valoarea interfranjei devine $i_1 = 4{,}219 \cdot 10^{-4}$ m. Ce valoare are indicele de refracție al lichidului?

I.6.33. Un dispozitiv Young avînd distanța dintre fante $2\,l = 0{,}5$ mm și distanța dintre planul fantelor și planul de observație $D = 1{,}2$ m este iluminat cu radiații de lungime de undă $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ m. *a)* Să se afle valoarea interfranjei. *b)* Se dublează interfranja. Cît este distanța fante-ecran? *c)* Întregul dispozitiv se cufundă într-un lichid cu indicele de refracție $n = 1{,}5$ iar distanțele rămîn cele inițiale. Ce valoare are în acest caz interfranja?

I.6.34. Un dispozitiv Young este așezat la $D = 1$ m de un ecran. În fața unei fante se așază o lamă subțire de sticlă cu grosimea $d = 0{,}1$ mm și cu indicele de refracție $n = 1{,}5$. Se observă că maximul central se deplasează cu $\Delta x = 0{,}01$ m. Se cer: *a)* diferența de drum dintre razele care interferă și dau maximul central în prezența lamei; *b)* distanța dintre fante $(2\,l)$; *c)* interfranja, dacă experiența se face mai întîi în aer și apoi în apă ($\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ m).

I.6.35. Pentru a determina lungimea de undă a unei radiații se folosește o rețea de difracție avînd 100 trăsături pe 1 mm. Prima figură de difracție, pe un ecran aflat la distanța $D = 2$ m de rețea, este plasată la $x = 12$ cm de centrul ecranului. Se cere lungimea de undă a radiației folosite.

I.6.36. În spectrul de ordinul I, obținut cu o rețea de difracție, radiația verde ($\lambda = 5{,}4 \cdot 10^{-7}$m), se observă pentru $\sin\varphi = 0{,}33$. Se cere numărul de zgîrieturi pe 1 mm al rețelei.

I.6.37. O rețea de difracție, avînd 100 trăsături/mm este așezată la $D = 2$ m de un ecran și iluminată cu lumină naturală. Se cere lățimea spectrului de difracție de ordinul I observat pe ecran.

I.6.38. Să se determine ordinul maxim al spectrului luminii galbene a sodiului dacă lungimea de undă este $\lambda = 5\,890$ Å, constanta rețelei de difracție este $d = a + b = 2 \cdot 10^{-6}$ m (se consideră incidența normală).

I.6.39. O rețea de difracție are constanta $d = 4 \cdot 10^{-6}$ m. Pe rețea cade normal o radiație monocromatică, iar în spatele rețelei există o lentilă convergentă cu distanța focală $f = 0{,}4$ m ce proiectează figura de difracție pe un ecran așezat în planul focal. Primul maxim de difracție se află la distanța $x = 5$ cm de axa centrală. Să se afle lungimea de undă a radiației.

I.6.40. În problema precedentă, unghiul dintre maximul de ordinul II și cel de ordinul III este $\alpha = 2°30'$. Să se afle lungimea de undă a radiației folosite.

I.6.41. Un fascicul paralel de raze monocromatice este trimis perpendicular pe o rețea de difracție cu constanta $d = 10{,}5$ μm și cu ajutorul unei lentile de distanță focală $f = 0{,}24$ m, paralelă cu planul rețelei, se proiectează radiațiile difractate pe un ecran situat în planul focal al lentilei ($\lambda = 656$ nm). Se cer:

a) unghiul de deviație, față de direcția de incidență a fasciculului corespunzător maximului de ordinul $k = 8$; *b)* distanța dintre poziția maximului central și a primului maxim observat pe ecran.

REFLEXIA ŞI REFRACŢIA LUMINII

I.6.42. Ieșind din sticlă, o rază luminoasă formează un unghi de incidență $i = 30°$ și un unghi de refracție $r = 60°$. Să se afle indicele de refracție al sticlei.

I.6.43. Să se afle viteza de propagare a luminii în terebentină, balsam de Canada, sare gemă și diamant, dacă indicii de refracție absoluți sînt în ordine: 1,41; 1,54; 1,55; 2,42.

I.6.44. Pe fundul unui pîrîu se află o pietricică. Un copil vrea s-o miște cu un baston pe care-l introduce în apă ($n = 1{,}3$) sub un unghi de 45°. Adîncimea apei este $h = 40$ cm. La ce depărtare de obiect atinge bastonul fundul apei?

I.6.45. O rază de lumină se refractă, trecînd dintr-un mediu cu $n_1 = 1{,}3$ în altul cu $n_2 = 1{,}4$. Știind că unghiul de incidență este $i = 30°$, se cer: *a)* unghiul de refracție corespunzător; *b)* unghiul limită.

I.6.46. Să se indice o metodă de construcție geometrică a razei refractate și să se justifice construcția. (*Indicație*: se vor folosi două cercuri concentrice ale căror raze sînt numeric egale cu indicii de refracție absoluți ai mediilor despărțite de suprafața de separație.)

I.6.47. Utilizînd principiul timpului minim de propagare a luminii, numit și principiul drumului optic minim, să se deducă legea reflexiei: $\sin i = \sin r$ și legea refracției $n_1 \sin i = n_2 \sin r$ (n_1 și n_2 sînt indicii de refracție ai mediilor străbătute de rază, iar i și r sînt unghiurile de incidență, respectiv de refracție.

I.6.48. Să se arate că dacă raza reflectată și raza refractată sînt perpendiculare, atunci legea a II-a a refracției se scrie sub forma $tg\, i = n_2/n_1$.

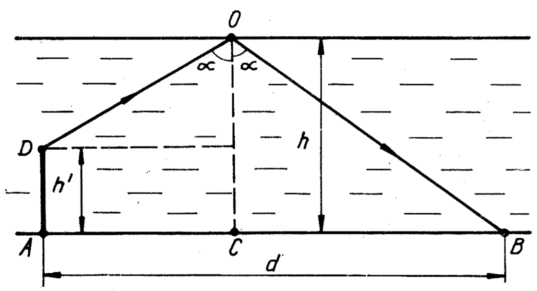


Fig. I.6.49

I.6.49. Un scafandru cu înălțimea h' aflat la o anumită adîncime sub nivelul apei, observă prin reflexie totală un punct de pe fundul apei aflat la distanța d față de el (fig. I.6.49). Se cere adîncimea la care se află observatorul. (Aplicație pentru: $h' = 1{,}7$ m; $n = 1{,}33$; $d = 15$ m.)

I.6.50. Venind din aer, o rază de lumină pătrunde într-un lichid sub un unghi de incidență $i_1 = 40°$ și se refractă sub unghiul $r_1 = 24°$. Să se afle: *a)* indicele de refracție absolut al lichidului; *b)* unghiul de refracție, dacă unghiul de incidență se dublează.

I.6.51. O rază de lumină cade, sub un unghi de incidență nenul, pe suprafața unei oglinzi plane. Oglinda se rotește cu un unghi α. Cu ce unghi se rotește raza reflectată?

I.6.52. Pe fundul unui vas ce conține apă pînă la o înălțime h, se găsește o sursă luminoasă. La suprafața apei plutește un disc al cărui centru se găsește pe verticala sursei punctiforme. Să se afle valoarea minimă a razei discului pentru care obiectul este total invizibil din exterior.

I.6.53. Unghiul de incidență la pătrunderea unei raze din aer într-un mediu cu indicele de refracție $n = 1{,}33$ este $i = 30°$. Să se afle variația unghiului de refracție, dacă unghiul de incidență crește cu 15°.

I.6.54. O rază de lumină ce cade pe suprafața unei ape ($n = 1{,}33$) se reflectă și se refractă astfel încît cele două raze sînt perpendiculare. Care este valoarea unghiului de incidență, respectiv a celui de refracție?

I.6.55. O rază de lumină se refractă la trecerea dintr-un mediu cu indicele de refracție absolut $n = 1{,}6$ în aer. Ce valoare are unghiul de incidență, dacă unghiul de refracție corespunzător este dublul celui de incidență?

I.6.56. La refracția unei raze de lumină din aer în sticlă, se obține pentru unghiul de incidență de 60° un unghi de refracție de 30°. Se cere viteza de propagare a luminii în sticlă.

I.6.57. Privind perpendicular pe suprafața apei ($n = 1{,}33$) un observator apreciază că adîncimea unui rîu ar fi $h_1 = 2$ m. Care este adîncimea reală a cursului de apă?

I.6.58. Un fascicul paralel de raze, cu lățimea de 10 cm cade pe suprafața unei ape ($n = 1{,}33$) sub un unghi de incidență de 60°. Se cere lățimea fasciculului de raze refractate.

I.6.59. Să se arate că dacă o oglindă plană se translatează cu o anumită distanță, poziția imaginii aceluiași obiect se deplasează cu dublul acelei distanțe.

I.6.60. Se dau două oglinzi plane care se intersectează sub un unghi diedru α. Se demonstrează că dacă α este un divizor întreg al unghiului de 360°, atunci numărul N de imagini ale unui punct luminos în acest sistem optic este $N = \frac{360}{\alpha} - 1$. Să se verifice prin construcție această afirmație pentru $\alpha = 60°$ și $\alpha = 90°$.

I.6.61. O rază de lumină cade sub un unghi de incidență oarecare pe o sferă plină, transparentă, de indice de refracție absolut n. Să se afle acest unghi astfel încît deviația unghiulară a razei emergente să fie maximă.

I.6.62. Se dau două suprafețe reflectătoare plane care se intersectează sub unghiul diedru φ. *a)* O sursă luminoasă punctiformă S, aflată la distanța l de dreapta de intersecție a suprafețelor își formează în sistemul optic două imagini virtuale. Cu ce condiție (referitoare la unghiul suprafețelor) distanța dintre imagini este independentă de unghi? *b)* O rază pornită de la o sursă ce cade pe una din suprafețe se reflectă mai întîi pe aceasta și apoi pe cealaltă. Să se arate că unghiul dintre raza incidentă pe prima suprafață și raza reflectată pe cealaltă suprafață nu depinde de primul unghi de incidență. *c)* Ce condiție trebuie să îndeplinească unghiul dintre suprafețe pentru ca razele (I) și (II) să fie perpendiculare?

I.6.63. La trecerea unei raze printr-o lamă cu fețe plan paralele se cunosc: unghiul de incidență i, grosimea lamei d, și indicele de refracție absolut n. Se cere: *a)* să se arate că raza emergentă este paralelă cu cea incidentă; *b)* să se calculeze deviația liniară a razei prin lamă; *c)* valoarea maximă a acestei deviații.

I.6.64. O lamă cu fețe plan-paralele are grosimea $d = 1$ cm. Deviația razei prin lamă este $\Delta = 0{,}23$ cm. Știind că unghiul de incidență este $i = 40°$, se cere indicele de refracție absolut al lamei.

I.6.65. Se dau două plăci cu fețe plan-paralele de grosimi d_1 și d_2 și cu indicii de refracție absoluți n_2 și n_3 plasate într-un mediu de indice n_1 ($n_1 < n_2 < n_3$). Să se calculeze deviația razei emergente în acest sistem optic, dacă unghiul de intrare este i_1.

I.6.66. Se dau două lame cu fețe plan — paralele cu indicii de refracție n_1 și $n_2 (n_1 < n_2)$ și de grosime h_1 și h_2. Un punct luminos S își formează imaginea S' în acest sistem optic (fig. I.6.66). Se cere poziția acestei imagini față de fața superioară a lamei superioare, în aproximație gaussiană.

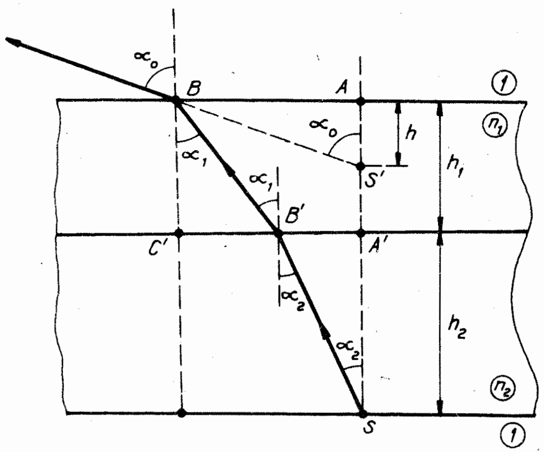


Fig. I.6.66

I.6.67. O rază de lumină cade pe o lamă cu fețe plan-paralele de grosime d, sub un unghi de incidență $i (n = 1{,}6)$. O parte se reflectă pe fața superioară a lamei iar alta se refractă, atinge fața inferioară, se reflectă pe aceasta, ajunge la fața superioară și apoi se refractă în mediul inițial. Se cere distanța dintre raza reflectată pe fața superioară și cea emergentă. (Aplicație pentru $d = 2$ cm; $i = 60°$.)

I.6.68. O prismă optică are ca elemente caracteristice indicele de refracție absolut al mediului, n și unghiul A din vîrful prismei. O rază de lumină cade pe una din fețele laterale sub unghiul de incidență i. Se cere: *a)* să se calculeze în funcție de aceste elemente deviația minimă a razei prin prismă; *b)* condiția pe care o îndeplinește raza din interiorul prismei în ipoteza obținerii deviației minime; *c)* condiția pe care o îndeplinește unghiul prismei în ipoteza ieșirii razei din prismă; *d)* relația pe care ϱ satisface unghiul de ieșire din prismă dacă cel de intrare tinde spre valoarea lui maximă.

I.6.69. O rază de lumină cade perpendicular pe una din fețele unei prisme optice. Unghiul de deviație este $\delta = 30°$, iar $n = 1{,}6$. Se cere unghiul prismei.

I.6.70. O prismă Amici este alcătuită prin acolarea a trei prisme din care cea mijlocie este isoscelă (în secțiune) iar cele extreme au unghiul prismei egal cu $A_1 = A_3 = 90°$. Indicii de refracție ai mediilor prismei sînt $n_1 = n_3$ și $n_2 (n_2 > n_1)$. Cu ce condiție raza emergentă este coliniară cu cea incidentă?

DISPERSIE. ABSORBȚIE

I.6.71. Pe fața AB a unei prisme ABC cu unghiul $A = 30°$, cade perpendicular un fascicul de lumină albă, astfel încît ajunge într-un punct $I \in AC$. Știind că indicele de refracție este $n_R = 1{,}51$ pentru raza roșie, respectiv $n_V = 1{,}531$ pentru cea violetă, să se afle unghiul de dispersie dintre aceste raze la ieșirea din prismă.

I.6.72. Un fascicul de raze monocromatice trece printr-o lamă de sticlă cu grosimea $d = 0{,}01$ m și este absorbit în proporție de 10%. Să se afle: *a)* coeficientul de absorbție; *b)* grosimea pe care trebuie să o aibă placa de sticlă pentru a reduce la jumătate valoarea intensității luminii?

I.6.73. Prin trecerea unei raze cu lungimea de undă λ_1, printr-un mediu absorbant, intensitatea luminoasă scade de 4 ori. Prin trecerea prin același mediu al unei alte raze cu lungimea de undă λ_2, intensitatea luminoasă scade de 3 ori. Coeficientul de absorbție pentru prima rază este $k_1 = 2 \cdot 10^{-4}$ m^{-1}. Se cere coeficientul de absorbție corespunzător celei de-a doua raze.

OPTICA GEOMETRICĂ. INSTRUMENTE OPTICE

I.6.74. Distanța dintre vîrfurile a două oglinzi concave centrate și așezate față în față este d. Razele de curbură ale oglinzilor sînt R_1 și R_2. Un obiect nepunctiform este așezat pe axa optică principală astfel încît mărimile imaginilor sale în cele două oglinzi sînt egale. Unde este plasat obiectul față de prima oglindă, în situația de mai sus?

I.6.75. Se dă un sistem optic centrat format din două oglinzi concave de aceeași distanță focală f. Distanța dintre vîrfurile oglinzilor este d. Ce relație trebuie să existe între aceste două mărimi pentru ca imaginea finală a unui punct luminos situat pe axa optică principală să coincidă cu obiectul luminos inițial?

I.6.76. Un obiect se află la distanța $d_1 = k_1 f (k_1 > 1)$ de vîrful unei oglinzi concave de distanță focală f. El se apropie de vîrful oglinzii la distanța $d_2 = k_2 f$ $(k_2 < k_1)$. Să se determine valoarea lui k_1 pentru care se obține raportul maxim dintre viteza de deplasare a imaginii și viteza de deplasare a obiectului (mișcarea obiectului este uniformă).

I.6.77. O oglindă concavă are distanța focală principală $f = 0{,}25$ m. Un obiect luminos se află inițial la distanța $x_1 = 2m$ de vîrful oglinzii. *a)* Să se determine poziția imaginii față de vîrful oglinzii. *b)* Obiectul se apropie de oglindă pe distanța $d = 80$ cm. Cu cît se îndepărtează imaginea?

I.6.78. Raza de curbură a unei oglinzi concave este R. Un punct luminos S se află pe axa optică principală la distanța x_1 de vîrf (fig. I.6.78). În spatele sursei luminoase se plasează o oglindă plană, perpendiculară pe axa optică principală a oglinzii concave. După reflexia pe cele două oglinzi, raza pornită de la punctul luminos se reîntoarce la acesta. Se cere depărtarea oglinzii plane de vîrful celei concave, în această situație. (Aplicație: $R = 40$ cm; $x_1 = 30$ cm.)

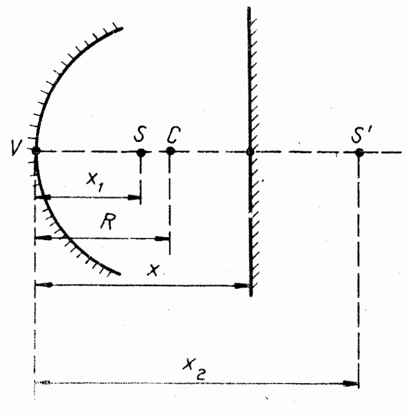


Fig. I.6.78.

I.6.79. O lentilă are razele $R_1 = 16$ cm și $R_2 = 80$ cm, iar mediul optic are indicele de refracție absolut $n = 1{,}8$. Să se determine: *a)* distanța focală și natura lentilei; *b)* puterea lentilei utilizată ca lupă.

I.6.80. Convergența unei lentile în aer este $C_1 = 5$ dioptrii, ($n_1 = 1$) iar în apă ($n_2 = 1{,}33$) este $C_2 = 1{,}5$ dioptrii. Ce indice de refracție absolut are mediul optic al lentilei?

I.6.81. O lentilă biconvexă, de sticlă, cu indicele de refracție $n = 1{,}6$ are distanța focală $f = 10$ cm. Ce distanță focală va avea lentila introdusă într-un mediu cu $n_1 = 1{,}5$? Dar într-un mediu cu indicele $n_2 = 1{,}7$?

I.6.82. În fața unei lentile convergente se află un obiect de mărime $y_1 = 5$ cm. Imaginea sa se formează la o distanță $x_2 = 20$ cm de lentilă și are mărimea $y_2 = 15$ cm. Se cer: distanța focală a lentilei, poziția obiectului față de lentilă și mărirea liniară a lentilei.

I.6.83. O lentilă are convergența de 4 dioptrii. În fața sa la o depărtare $x_1 = 75$ cm pe axa optică principală se așază un obiect de înălțime $y_1 = 8$ cm care-și formează o imagine reală. Să se afle poziția imaginii față de lentilă, precum și dimensiunea acesteia. Ce mărire liniară are lentila?

I.6.84. Avem o lentilă convergentă de distanță focală f. Se cere: *a)* să se afle poziția obiectului față de lentilă (x_1) pentru care distanța obiect — imagine este minimă (presupunînd lentila în repaus); *b)* se consideră invariabilă distanța d' dintre obiect și imagine. Ce relație va fi între d' și f, astfel încît prin deplasarea lentilei să se obțină două poziții clare ale imaginii obiectului?

I.6.85. Se dă o lentilă convergentă cu distanța focală f. În stînga lentilei, la distanța $f < x_1 < 2f$ se află un obiect luminos cu înălțimea y_1. Se cere: *a)* poziția și mărimea imaginii obiectului. *b)* Dacă obiectul se deplasează uniform spre stînga cu viteza v, după cît timp mărirea liniară devine unitară? (Aplicație pentru $f = 20$ cm; $y_1 = 4$ cm; $x_1 = 24$ cm; $v = 20$ cm/s.)

I.6.86. Se dau două lentile subțiri ale căror distanțe focale sînt $f_1 = 10$ cm și respectiv $f_2 = -8$ cm. Ce distanță focală trebuie să aibă o a treia lentilă care, asociată lor, să formeze un sistem optic cu distanța focală $f = 5$ cm?

I.6.87. Se asociază două lentile subțiri de distanțele focale f_1 și f_2 ($f_1 < f_2$). Să se arate că distanța focală a sistemului, f, este mai mică decît f_1.

I.6.88. Știind că distanța focală a unei lentile convergente este f, se cere poziția obiectului pentru care mărirea liniară este cuprinsă între k_1 și k_2 ($k_1 < k_2$). (Aplicație pentru $k_1 = 2$; $k_2 = 3$.)

I.6.89. Un obiect se află la distanța $x_1 = kf$ de o lentilă divergentă cu distanța focală f. Să se descrie imaginea obiectului (poziție, natură, poziție relativă, mărime în raport cu obiectul).

I.6.90. Un fascicul paralel de raze (cu axa optică principală) cade mai întîi pe o lentilă divergentă de distanță focală f, apoi pe una convergentă de distanță focală $2f$, după care redevine paralel cu axa optică principală (fig. I.6.90). Se cere distanța dintre lentile.

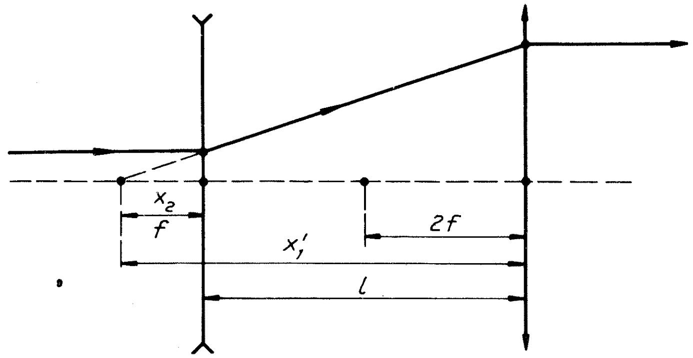


Fig. I.6.90

I.6.91. O lentilă convergentă de distanță focală f și o oglindă concavă cu rază de curbură R formează împreună un sistem optic centrat. Distanța dintre centrul lentilei și vîrful oglinzii este d. În fața lentilei la distanța x_1 se deplasează un obiect. Să se afle poziția imaginii finale a obiectului față de lentilă. (Aplicație pentru $f = 8$ cm; $R = 20$ cm; $d = 40$ cm; $x_1 = 16$ cm.)

I.6.92. Un sistem optic centrat este alcătuit din două lentile convergente cu distanțe focale f_1 și f_2, distanța dintre centrele lor optice fiind d. În fața primei lentile la distanța x_1 se află un obiect. Se cere poziția imaginii finale a obiectului față de centrul optic al celei de-a doua lentile. (Aplicație pentru $f_1 = 12$ cm; $f_2 = 6$ cm; $d = 40$ cm; $x_1 = 20$ cm.)

I.6.93. Un obiect se găsește la distanța d de un ecran fix. Între obiect și ecran se interpune o lentilă convergentă de distanță focală f, care, prin deplasări adecvate formează pe ecran două imagini clare, de dimensiuni diferite. Se cere raportul dimensiunilor acestor imagini.

I.6.94. Distanța dintre un obiect și un ecran este d_1. Cu ajutorul unei lentile biconvexe se obține pe ecran o imagine de dimensiune y_2. Prin deplasarea ecranului, astfel încît noua distanță obiect — ecran este d_2, se obține o nouă mărime a imaginii y_2' (ambele imagini sînt reale și mai mari ca obiectul). Se cere dimensiunea obiectului și distanța focală a lentilei.

I.6.95. Un obiect își formează într-o lentilă o imagine pe un ecran astfel încît mărirea liniară este β_1. Obiectul se apropie de lentilă pe distanța d, iar prin deplasarea ecranului se obține o nouă imagine astfel încît noua mărire liniară este β_2 ($\beta_2 > \beta_1$). Se cere distanța focală a lentilei.

I.6.96. Distanța dintre două obiecte luminoase este d. O lentilă convergentă cu distanța focală f este plasată între obiectele luminoase astfel încît imaginile acestora în lentilă coincid ca poziție. Se cere poziția lentilei față de unul dintre obiectele date.

I.6.97. Se dă un obiect luminos de mărime y a cărui imagine într-o lentilă are dimensiunea y_1. Lăsînd lentila fixă se îndepărtează obiectul cu o distanță l și se obține o nouă imagine y_1'($y_1' < y_1$). Se cere distanța focală a lentilei folosite.

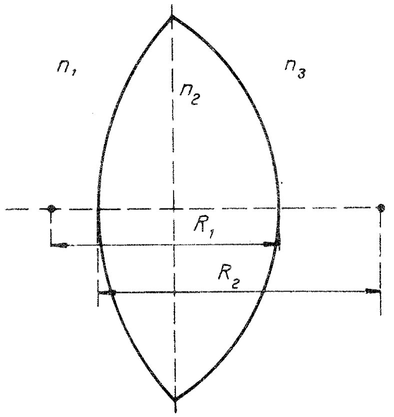


Fig. I.6.98

I.6.98. Să se calculeze convergențele dioptrilor din figura I.6.98.

I.6.99. Imaginea unei clădiri obținută cu ajutorul unui aparat fotografic este de 7 cm. Clădirea se fotografiază de la distanța de 80 m. Știind că obiectivul aparatului fotografic are distanța focală de 20 cm, se cere înălțimea clădirii. (Se poate aproxima $x_2 \simeq f$.)

I.6.100. O lupă are distanța focală $f = 5$ cm. Se cere: *a)* puterea lupei; *b)* distanța față de centrul lupei la care trebuie plasat un obiect pentru ca imaginea să se formeze la distanța minimă de vedere clară; *c)* distanța de centrul lupei la care trebuie plasat obiectul sus-amintit pentru ca imaginea să fie de $k = 4$ ori mai mare decît obiectul?

I.6.101. Distanța focală a obiectivului unui microscop este $f_{ob} = 3$ mm, iar a ocularului $f_{oc} = 5$ cm. Știind că intervalul optic al microscopului este $e = 2$ cm, să se afle puterea și grosismentul instrumentului.

I.6.102. Distanța focală a obiectivului unui aparat fotografic este $f = 5$ cm. Imaginea unei case, înaltă de 6 m este de 24 mm. De la ce distanță a fost fotografiată clădirea?

I.7. NOȚIUNI DE TEORIA RELATIVITĂȚII RESTRÎNSE

I.7.1. Fie două sisteme inerțiale, unul fix și celălalt mobil și un mobil M. La mișcarea mobilului M definim trei viteze: viteza lui M față de sistemul fix ($\vec{V}_F$), viteza lui M față de sistemul mobil ($\vec{V}_M$) și viteza de transport ($\vec{V}$) a sistemului mobil față de cel fix. Să se afle relația dintre cele trei viteze și limitele valorilor posibile ale lui $\vec{V}_F$.

I.7.2. Dintr-o vedetă care merge cu 54 km/h se trag proiectile în sensul de mers, în sensul contrar și respectiv perpendicular pe direcția de deplasare. Viteza proiectilului față de vas este de 200 m/s. Să se calculeze viteza rezultantă în fiecare din cele trei cazuri.

I.7.3. Un avion cu elice zboară uniform. Să se scrie ecuațiile de mișcare ale unui vîrf al paletei elicei în sistemul de referință legat de: *a)* elice; *b)* avion; *c)* Pămînt.

I.7.4. Într-un sistem de referință inerțial fix se deplasează în același sens două corpuri cu masele m_1 și m_2 și vitezele v_1 și v_2. Să se găsească viteza de transport a unui sistem inerțial mobil care se mișcă în același sens cu corpurile, astfel ca energia cinetică a sistemului celor două corpuri, în sistemul mobil să fie minimă. Să se determine valoarea acestei energii cinetice.

I.7.5. Să dă un sistem inerțial fix xOy și unul mobil $x'Oy'$ care se deplasează în lungul abscisei cu viteza de transport v. La un moment dat, se aruncă în sus, în sistemul mobil, un corp care revine la punctul de aruncare în sistemul mobil după un timp t_0. Se cere: *a)* ecuația traiectoriei față de sistemul fix; *b)* raportul înălțimilor maxime atinse de mobil în cele două sisteme de referință.

I.7.6. Considerăm o bară care se mișcă cu viteza v în raport cu un sistem de referință inerțial. Numim lungime statică lungimea barei în sistemul legat de bară și lungime cinematică lungimea barei în raport cu sistemul în care bara se mișcă cu viteza dată mai sus. Să se determine pe baza transformărilor Lorentz — Einstein relația dintre lungimea statică și cea cinematică.

I.7.7. Un proces durează $\Delta t'$ secunde în sistemul propriu (mobil). Măsurat în sistemul fix, față de care sistemul mobil se deplasează cu viteza constantă v, același proces durează Δt secunde. Utilizînd transformările Lorentz — Einstein, să se determine relația dintre cele două intervale temporale.

I.7.8. Să se determine contracția longitudinală: *a)* în cazul unei bare de lungime 1 m aflată într-un satelit care se deplasează cu prima viteză cosmică ($v \simeq 8$ km/s); *b)* la mișcarea Pămîntului ($2R = 12\,740$ km; $v = 30$ km/s). (*Indicație:* pentru viteze clasice ($v \ll c$), contracția are valoarea $1 + v^2/2c^2$.)

I.7.9. Un mezon se deplasează cu viteza $v = 0{,}99\ c$ de la locul de formare pînă la cel de dezintegrare pe o distanță de $l_0 = 3$ km. Se cere: *a)* timpul de zbor al mezonului în sistemul propriu (mobil); *b)* idem în sistemul fix; *c)* distanța de zbor în sistemul fix.

I.7.10. Un eveniment are coordonatele spațio-temporale x, y, z, t în sistemul fix și x', y', z', t' în sistemul propriu (mobil). Să se arate că $xyzt = x'y'z't'$.

I.7.11. În teoria relativității restrînse, compunerea vitezelor se face conform relației $v_F = (v' + v)/1 + (vv'/c^2)$ unde v_F este viteza mobilului față de sistemul inerțial fix (viteza rezultantă), v' este viteza mobilului față de sistemul inerțial mobil, iar v viteza de transport. Să se arate că nici un fel de combinații de viteze nu pot conduce la o viteză rezultantă superioară vitezei luminii în vid.

I.7.12. Un mediu optic are indicele de refracție n și se deplasează cu viteza v. Mediul este parcurs de o rază luminoasă care se deplasează în același sens cu mediul. Folosind formula de compunere a vitezelor în relativitatea restrînsă, să se afle viteza de deplasare a razei prin mediu.

I.7.13. Un electron, respectiv un proton, parcurge o regiune dintr-un cîmp electric în care diferența de potențial este $U = 1$ mV. Știind că pentru electroni $m_0c^2 = 8 \cdot 10^{-14}$ J iar pentru protoni $m_0c^2 = 4{,}7 \cdot 10^{-11}$ J, să se determine variația absolută a diametrelor celor două particule în urma trecerii prin cîmpul electric.

I.7.14. La trecerea unui proton printr-un cîmp electric diametrul său se contractă de $k = 1{,}5$ ori. Se cere tensiunea electrică corespunzătoare (se consideră $m_{op}c^2 = 4{,}7 \cdot 10^{-11}$ J).

I.7.15. Energia cinetică a unui electron este $E_c = 0{,}98$ MeV. Să se afle: *a)* energia de repaus a particulei ($m_0 = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg); *b)* viteza electronului; *c)* masa corespunzătoare a acestei viteze; *d)* impulsul şi energia totală a electronului.

I.7.16. Un electron pătrunde într-un cîmp magnetic cu inducţia $B = 3 \cdot 10^{-2}$ T şi descrie un arc de cerc cu raza $r = 10$ cm. Se cere: *a)* viteza şi impulsul electronului; *b)* energia cinetică a electronului. (Se dau $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_0 = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg.)

I.7.17. O particulă se mişcă cu viteza $v = 0{,}75\ c$. Să se afle raportul m/m_0, în cazul acestei particule.

I.7.18. Masa de mişcare a unui proton reprezintă 180% din masa sa de repaus ($m_0 = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg). Se cere: viteza, impulsul şi energia totală a protonului mobil.

I.7.19. Viteza unui electron pe o traiectorie circulară este $v = 0{,}8\ c$. Inducţia cîmpului magnetic este $B = 10^{-2}$ T. Se cere raza traiectoriei atunci cînd nu ţinem cont de dependenţa masei de viteză, precum şi în cazul cînd se ia în consideraţie această dependenţă ($e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$C, $m_0 = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg).

I.7.20. O particulă α are energia cinetică $E_c = 500$ MeV şi se mişcă pe o traiectorie circulară de rază $r = 80$ cm. Să se afle: *a)* impulsul particulei; *b)* inducţia cîmpului magnetic ($m_0 = 6{,}65 \cdot 10^{-27}$ kg); *c)* perioada şi frecvenţa de rotaţie ($E_0 = 6 \cdot 10^{-10}$J; $q = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ C).

I.7.21. Ştiind că pentru electron $m_0 = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg şi $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, se cere: *a)* sarcina specifică a electronului în condiţiile clasice; *b)* să se reprezinte grafic dependenţa masei, respectiv sarcinii specifice a electronului în funcţie de raportul v/C.

I.7.22. Pînă la ce energie cinetică poate fi accelerată o particulă α într-un ciclotron, dacă variaţia relativă a masei particulei nu trebuie să treacă de $k = 10\%$ ($m_0 = 6{,}5 \cdot 10^{-27}$ kg este masa de repaus a particulei α).

I.7.23. La o particulă elementară, aflată în mişcare se constată că energia sa cinetică este egală cu energia de repaus. Ce viteză are particula?

I.7.24. O particulă α are masa de repaus de 4 ori mai mare decît masa de repaus a unui proton. Se constată că masa de mişcare a unui proton este egală cu masa de repaus a particulei α. Se cere viteza protonului.

I.7.25. Să se reprezinte grafic dependenţa perioadei de rotaţie a unui proton, într-un accelerator de particule, în funcţie de viteza particulei (inducţia cîmpului magnetic este B).

I.7.26. Să se arate că pentru viteze mici, energia cinetică a unei particule se reduce la expresia newtoniană.

I.7.27. O cantitate de 2 kg apă este încălzită între 20°C şi 80°C ($c_{H_2O} = 4\ 185{,}5$ J/kg · grad). Se cere variaţia absolută a variaţiei masei de apă supusă încălzirii.

INDICAŢII ŞI RĂSPUNSURI

I. 1. CURENTUL ALTERNATIV

I.1.1. $\Phi = BS\cos\alpha$ unde $\alpha = \omega t$, iar $\omega(=2\pi n)$ este viteza unghiulară a spirei. $\Phi = \Phi_{max}\cos\omega t$, unde $\Phi_{max} = BS$. În intervalul de timp Δt variaţia fluxului magnetic este $\Delta\Phi = BS[\cos\omega(t + \Delta t) - \cos\omega t] = BS[\cos\omega t\cos\omega\Delta t - \sin\omega t\sin\omega t\Delta t - \cos\omega t]$. Dacă Δt este foarte mic, atunci $\cos\omega\Delta t = 1$ şi $\sin\omega\Delta t \approx \omega\Delta t$, astfel că: $\Delta\Phi = -BS\,\omega\Delta t\sin\omega t$ şi

$$e = -\Delta\Phi/\Delta t = BS\,\omega\sin\omega t = 3{,}14 \cdot 10^{-3}\sin 62{,}8t\ \text{(V)}.$$

I.1.2. $u_R = 20\sqrt{2}\sin 100\,\pi t$; $i_R = 4\sqrt{2}\sin 100\,\pi t$.

I.1.3. Reactanţa bobinei este $X_L = 2\pi\nu L = 56{,}5\ \Omega$ iar impedanţa ei este $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \simeq 57{,}5\ \Omega$. Intensitatea curentului prin bobină este $I = U/Z = 3{,}83$ A.

I.1.4. *a)* $E = 2{,}22$ V; *b)* $i = 14{,}1\sin(314\,t - \pi/4)$ (A); *c)* $t_1 = 5$ ms; *d)* $Q = 942$ J.

I.1.5. $Z = 137{,}5\ \Omega$.

I.1.6. $Z = 58{,}3(3)\ \Omega$; $L = 0{,}185$ H; $\varphi = 89°12'51''$.

I.1.7. *a)* $\nu = 50$ Hz; $\varphi = \pi/4$ rad; *b)* $t = \dfrac{1}{400}[(-1)^k + 4k + 1]$ s; $t_1 = \dfrac{1}{400}[(-1)^{k+1} + 4k + 1]$ s; *c)* $R = 0{,}98\ \Omega$; $L = 3{,}1$ mH.

I.1.8. $L = 45$ mH; $\varphi = 70°31'43''$.

I.1.9. $R_t = 10\ \Omega$; $L = 15{,}9$ mH; $\varphi = 26°37'11''$.

I.1.10. $i = 0{,}14\sin(10^3 t + \pi/2)$ (A).

I.1.11. $I = 9{,}21$ mA; $U_1 = 146{,}7$ V; $U_2 = 73{,}3$ V.

I.1.12. $C = 20\ \mu$F; $\varphi = -53°7'48''$; $U = 200$ V.

I.1.13. $i = 0{,}1\sqrt{2}\sin(10^3 t + 53°3'40'')$.

I.1.14. Din diagrama fazorială a circuitului RLC serie se obţin:

$$\varphi = \text{arc tg}\,\frac{\omega L - \dfrac{1}{\omega C}}{R} = 26°33'54''\ \text{şi}$$

$$U = I\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = 224\,\text{V}.$$

I.1.15. $C = 177\ \mu$F; $U_b = 204$ V; $U = 120$ V; $P = 576$ W.

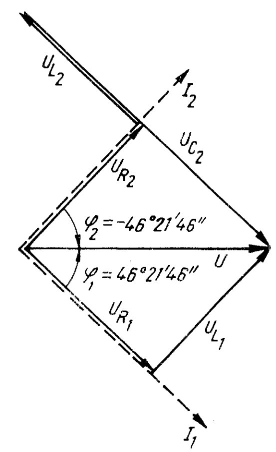


Fig. I.1.19, R

I.1.17. $\varphi = 78°55'49''$; $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = 2{,}82$; $W = 10{,}74$ kJ.

I.1.18. $I = 8$ A; $U_b = 243{,}195$ V; $U = 215{,}457$ V; $\varphi = -38°45'49''$.

I.1.19. *a)* $Z_1 = \sqrt{R^2 + X_L^2}$; $Z_2 = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$; $Z_1 = Z_2 = U/I = 110\ \Omega$; deci $X_C = 2X_L$; $X_C = 1/\omega C = 159{,}2\ \Omega$; $X_L = 79{,}6\ \Omega$. $L = X_L/\omega = 0{,}25$ H; $R = \sqrt{Z_1^2 - X_L^2} = 75{,}9\ \Omega$. *b)* Vezi figura I.1.19, R pagina 37. *c)* $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = 1{,}473$; *d)* $P_1 = P_2 = RI^2 = 303{,}6$ W; $P_{r1} = X_L I_1^2 = 318{,}4$ VAR; $P_{r2} = (X_L - X_C)I_2^2 = -318{,}4$ VAR.

I.1.20. *a)* $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = 241\ \Omega$; $I = U/Z = 0{,}415$ A.

$$\varphi = \text{arc tg}\,\frac{\omega L - 1/\omega C}{R} = 77°54'49''\ \text{(regim inductiv)}.$$

b) $U_b = IZ_b = I\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} = 167{,}67$ V; $U_C = I/\omega C = 68{,}8$ V.
c) Curentul are intensitate maximă cînd circuitul este în regim de rezonanță: $\omega L' = 1/\omega C \Rightarrow L' = 1/\omega^2 C = 0{,}55$ H; $I' = U/R = 2$ A; $U'_b = I'Z_b = 804$ V; $U'_C = I'/\omega C = 331{,}74$ V; $Q = \frac{1}{R}\sqrt{L'/C} = 3{,}317$.

I.1.21. $I = 12$ A; $Q = 4{,}47$; $U_b = 550$ V; $U_C = 536$ V.

I.1.22. $Z = 10\ \Omega$; $I = 1$ A; $\varphi = 1°6'8''$.

I.1.23. $I_R = 1$ mA; $I_L = 3{,}2$ mA; $I_C = 0{,}47$ mA; $I = 2{,}9$ mA; $\varphi = 70°$.

I.1.24. $\nu_0 = 796$ Hz; $I_L = I_C = 400$ mA; $I = 0$.

I.1.25. $I = 5{,}96$ A.

I.1.26. $\varphi = -30°$; $U_b = U_C = U$.

I.1.27. $C_0 = 1/L\omega^2 = 5\mu$F; $U_{C_0,\,max} = \sqrt{2}\,U/C_0 R\omega = 49\,395$ V. Acest exemplu numeric constituie un argument despre pericolul pe care îl reprezintă supratensiunile în instalațiile industriale de curent alternativ.

I.2. CURENTUL TRIFAZAT. MAȘINI ELECTRICE. TRANSFORMATORUL

I.2.1. $U_l = \sqrt{3}\,U_f = 380$ V. Impedanța unei faze a motorului este: $Z_f = \sqrt{R^2 + X^2} = 8{,}6\ \Omega$. Intensitatea curentului de fază este: $I_f = U_f/Z_f = 25{,}58$ A. Consumatorul avînd conexiunea fazelor în stea, intensitatea curentului de fază este egală cu intensitatea curentului de linie: $I_f = I_l = 25{,}58$ A. Factorul de putere: $\cos\varphi_f = R_f/Z_f = 0{,}58$. Puterea $P = \sqrt{3}\,UI\cos\varphi_f = 9\,753$ W.

I.2.2. $I_f = 18$ A; $I_l = 31{,}17$ A; $P = 6{,}77$ kW.

I.2.3. $E = 2\pi\nu NBS/\sqrt{2} = 5\,992{,}5$ V.

I.2.4. *a)* $\nu = pn/60 = 50$ Hz; *b)* $E = \frac{1}{\sqrt{2}} 2\pi p \frac{n}{60} N\,\Phi_0 \simeq 781$ V; *c)* $\cos\varphi = P/EI = 0{,}61$.

I.2.5. *a)* $\nu = 600$ Hz; *b)* $e = 63{,}14 \sin 1\,200\,\pi t$ (V); *c)* $P = 76$ W.

I.2.6. *a)* $P' = P/\eta = 6$ kW; $I = P'/U = 27{,}27$ A; *b)* $E_c = U - Ir = 203{,}64$ V; *c)* $R_p = 4{,}9\ \Omega$.

I.2.7. $E = 123$ V; $r_i = 57{,}5\ \Omega$.

I.2.8. $U = 113{,}7$ V; $r_i \approx 75{,}8\ \Omega$.

I.2.9. $E = 116$ V; $I = 28$ A.

I.2.10. $\eta = 85\%$.

I.2.11. *a)* $R = 4lN_1R_1 = 0{,}195\ \Omega$; $N_1 = \frac{U_1}{U_2} N_2 = 110$; $L = \mu_0\mu_r \frac{N_1 S}{l_1} = 1{,}69$ H; $Z = (R^2 + \omega^2 L^2)^{1/2} = 530\ \Omega$; *b)* $\varphi = \text{arc tg}\,\omega L/R = 89°58'43''$; *c)* $I_{2s} = UN_1/ZN_2 = 7{,}6$ A; *d)* $P = U_1 I_1 = U^2/Z = 91{,}32$ VA.

I.2.12. $N_1 = U_1 N/U = 10^4$ spire; $N_2 = 240$ spire.

I.2.13. $\eta = \frac{P_2}{P_1}$; $\frac{P_1 - P_2}{P_2} = \frac{1-\eta}{\eta}$; $P = P_1 - P_2 = P_2 \frac{1-\eta}{\eta} \simeq 1{,}3$ MVA!
O asemenea încălzire ar conduce rapid la deteriorarea înfășurărilor transformatorului în absența unei instalații de răcire.

I.3. ELEMENTE NELINIARE DE CIRCUIT (DIODA, TRIODA)

I.3.1. Legea lui Ohm ($U = RI$) se aplică și pentru un element neliniar de circuit, dar valoarea rezistenței R nu mai este constantă ci depinde de mărimea tensiunii sau a intensității curentului.

I.3.2. Vezi figura I.3.2, R, unde s-a notat: E_1 — intensitatea cîmpului electric datorat sarcinii spațiale a electronilor; E_2 — intensitatea cîmpului electric datorat tensiunii anodice.

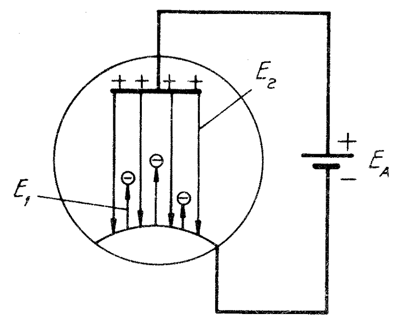


Fig. I.3.2, R

I.3.3. $\frac{N}{t} = \frac{I_E}{e} = \frac{10^{-1}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 6{,}25 \cdot 10^{17}\ \frac{\text{electroni}}{\text{secundă}}$.

I.3.4. În regiunea de blocare se stabilește un echilibru între fluxul de electroni emis de catod și fluxul de electroni care revine în catod (datorită cîmpului E_1 — vezi problema anterioară), astfel încît numărul de electroni din catod rămîne constant. În regiunea de sarcină spațială, o parte a curentului de emisie este preluat de anod; acești electroni sînt readuși la catod prin circuitul exterior datorită sursei exterioare de alimentare. Restul curentului de emisie este readus la catod tot datorită cîmpului E_1, astfel încît și aici cantitatea totală de electroni ai catodului se conservă. În regiunea de saturație, tot fluxul de electroni emis de catod este captat de anod și reîntors la catod prin circuitul exterior. Se obține, deci, o recirculare permanentă a electronilor în circuit închis și, nicidecum, un consum al acestora.

I.3.5. Deși diodele din cele două circuite sînt identice, avînd aceeași sursă de tensiune pentru încălzirea filamentului (U_f) și aceeași polarizare exterioară ($E_A = 0$), intensitățile curenților I'_A și I''_A nu sînt aceleași. În cazul (*a*), tensiunea dintre anod și capătul filamentului legat la polul minus al sursei U_f este egală cu zero, iar aceeași tensiune raportată la celălalt capăt al filamentului este negativă ($U_A = -U_f$); ca urmare, nici un electron emis de filament nu ajunge la anod ($I'_A = 0$). În cazul (*b*), tensiunea dintre anod și capătul filamentului legat la polul plus al sursei U_f este nulă, iar tensiunea anodică la cealaltă extremitate a filamentului este pozitivă ($U_A = +U_f$); ca urmare, va circula un curent de intensitate I''_A nenulă. Această deosebire dispare la diodele cu încălzire indirectă a catodului, unde filamentul are numai rol termic.

I.3.6. $K = \dfrac{I_A}{U_A^{3/2}} = \dfrac{15 \cdot 10^{-3}}{20^{3/2}} \approx 1{,}68 \cdot 10^{-4}\ \dfrac{A}{V^{3/2}}$.

I.3.7. Pentru tensiuni $U_A \leqslant 0$, intensitatea curentului I_A este nulă. Pentru tensiuni pozitive trebuie calculată tensiunea de saturație:

$$U_{AS} = \left(\frac{I_E}{K}\right)^{3/2} = \left(\frac{10}{8 \cdot 10^{-2}}\right)^{3/2} = 25\ \text{V}.$$

Ca urmare, pentru $U_A = 10$ V ($U_A < U_{AS}$) se obține:

$$I_A = KU_A^{3/2} = 8 \cdot 10^{-2}(10)^{3/2} \approx 2{,}53\ \text{mA},$$

iar pentru $U_A = 25$ V; 36 V și 49 V ($U_A \geqslant U_{AS}$) se obține $I_A = I_E = 10$ mA.

I.3.8. $v_A = \sqrt{\dfrac{2eU_A}{m}} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 20}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} \approx 2{,}65 \cdot 10^6\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

Presupunînd o viteză medie a electronului $\bar{v} \simeq v_A/2$, se estimează un timp de tranzit:

$$t = \frac{d}{\bar{v}} = \frac{2d}{v_A} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 10^{-3}}{2{,}65 \cdot 10^6} = 2{,}26 \cdot 10^{-9}\ \text{s} = 2{,}26\ \text{ns}.$$

I.3.9. Pentru circuitul din figura I.3.9, *a*: $I_A = I_{A_1} = I_{A_2}$ și $U_A = U_{A_1} + U_{A_2}$. Ca urmare:

$$K = \frac{I_A}{U_A^{3/2}} = \frac{I_A}{(U_{A_1} + U_{A_2})^{3/2}} = \frac{I_A}{\left[\left(\dfrac{I_A}{K_1}\right)^{2/3} + \left(\dfrac{I_A}{K_2}\right)^{2/3}\right]^{3/2}} =$$

$$= \frac{1}{\left(\dfrac{1}{K_1^{2/3}} + \dfrac{1}{K_2^{2/3}}\right)^{3/2}}.$$

Pentru circuitul din figura I.3.9, *b*: $I_A = I_{A_1} + I_{A_2}$ și $U_A = U_{A_1} = U_{A_2}$, deci:

$$K = \frac{I_A}{U_A^{3/2}} = \frac{I_{A_1} + I_{A_2}}{U_A^{3/2}} = K_1 + K_2.$$

În ambele cazuri, domeniul de valabilitate a legii 3/2 este dat de funcționarea simultană a celor două diode în această regiune. Matematic, domeniul se exprimă astfel:

$$I_A < I_E = \min(I_{E_1};\ I_{E_2}) \text{ pentru cazul } (a) \text{ și}$$

$$U_A < U_{AS} = \min(U_{AS_1};\ U_{AS_2}) \text{ pentru cazul } (b).$$

I.3.10. În cazul (*a*) se observă că: $U = U_A + RI$ sau: $U = (I/K)^{2/3} + RI$, dacă $I < I_E$ și $U = U_A + RI_E$ (necunoscută U_A), dacă $I = I_E$ (curent cu $I_A > I_E$ nu poate exista). Rezolvînd prin încercări, se obține: $I = 1{,}77$ mA pentru $U = 5$ V și $I = I_E = 10$ mA pentru $U = 50$ V (atunci $U_A = U - RI_E = 30$ V).
În cazul (*b*): $I = I_A + U/R = KU^{3/2} + U/R$, dacă $U < U_{AS}$ și:

$$I = I_E + U/R, \text{ dacă } U \geqslant U_{AS}.$$

Calculînd, se obține: $U_{AS} = (I_E/K)^{2/3} = 4{,}64$ V și $I = 12{,}5$ mA pentru $U = 5$ V, respectiv $I = 35$ mA pentru $U = 50$ V (în amîndouă cazurile, dioda este saturată).

I.3.11. Dependența $I - U$ este prezentată în figura I.3.11, R și reprezintă caracteristica diodei translatată cu valoarea tensiunii sursei E.

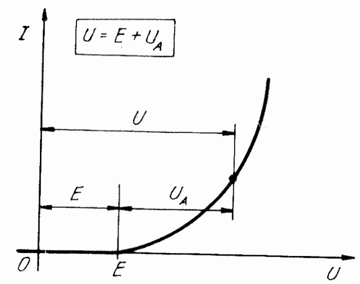


Fig. I.3.11, R

I.3.12. Dioda conduce în intervalul de timp (Δt) pentru care $u_A > 0$, sau $u_2 > U$. Rezolvînd această inegalitate pe durata unei perioade $t \in (0;\ T = 20\ \text{ms})$, se obține $\Delta t \approx 2{,}02$ ms, deci $\Delta t/T \approx 10\%$.

I.3.13. Tensiunea continuă U, la bornele rezistorului de sarcină este egală cu U_1 (filtrul nu modifică tensiunea continuă în ipoteza neglijării rezistenței bobinei L). Amplitudinea componentei alternative la bornele condensatorului C_1 este:

$$U_{m_1} = \gamma' U_1 = 2 \text{ V},$$

iar frecvența este $\nu_0 = 2\nu = 100$ Hz (redresare bialternanță). Observînd că la această frecvență: $1/(2\pi\nu_0 C) \ll R_S$, amplitudinea U_m a tensiunii alternative la bornele condensatorului C este:

$$U_m \approx U_1 \frac{X_C}{X_L - X_C} = U_1 \frac{1}{\omega_0^2 LC - 1} = U_1 \frac{1}{4\pi^2\nu_0^2 LC - 1} =$$

$$= 2 \frac{1}{4\pi^2 \cdot 100^2 \cdot 5 \cdot 10^{-4} - 1} \approx 10 \text{ mV}.$$

Deci: $\gamma = U_m/U = 5 \cdot 10^{-4}$.

I.3.14. $U_{A,\,max} \approx -2U_2$; această situație apare pentru funcționarea în gol a redresorului (tensiunea redresată este egală cu amplitudinea tensiunii alternative, U_2) și se obține în momentul cînd tensiunea oferită de secundarul transformatorului are valoare maximă, negativă.

I.3.16. $I_A = K(U_A + \mu U_G)^{3/2}$. În domeniul $U_G > 0$, această lege rămîne valabilă pentru curentul de catod, $I_C = I_A + I_G$:

$$I_C = K(U_A + \mu U_G)^{3/2},$$

intensitatea curentului de grilă depinzînd de tensiunea de grilă după legea:

$$I_G = K' U_G^{3/2},$$

K' fiind frecvența diodei echivalente grilă-catod. Deci:

$$I_A = I_C - I_G = K(U_A + \mu U_G)^{3/2} - K' U_G^{3/2}.$$

I.3.17. $U_G = -U_A/\mu = -10$ V.

I.3.18. $R_i = 10$ k Ω; $S = 2$ mA/V; $\mu = 20$.

I.3.19. Graficele cerute sînt prezentate în figura I.3.19, R. Expresia matematică a acestor caracteristici este:

$$I_A - I_{A_0} = S(U_G - U_{G_0}) - \frac{U_A - U_{A_0}}{R_i}.$$

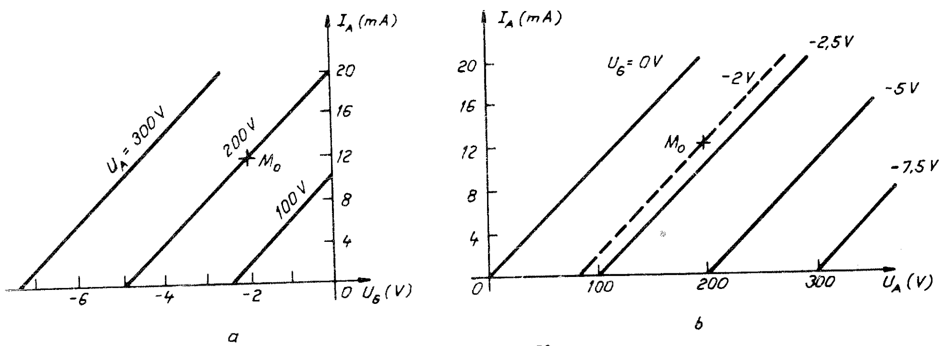


Fig. I.3.19, R

I.3.20. Aplicînd teorema lui Kirchhoff pe ochiul format de grilă-catod și pe ochiul format de anod-catod se obțin relațiile:

$$U_G = -R_C I_A;$$

$$U_A + (R_A + R_C)I_A = E_A.$$

Combinînd aceste două ecuații cu expresia caracteristicilor triodei (forma liniarizată din problema anterioară):

$$I_A - I_{A_0} = S(U_G - U_{G_0}) + \frac{U_A - U_{A_0}}{R_i}$$

($I_{A_0} = 5$ mA; $U_{G_0} = -7,5$ V; $U_{A_0} = 200$ V; $S = 2$ mA/V; $R_i = 10$ k Ω) se obține: $I_A \approx 6,1$ mA; $U_G \approx -6,1$ V; $U_A \approx 183$ V.

Amplificarea în tensiune este:

$$A = \frac{\mu R_A}{R_i + R_A} = \frac{20 \cdot 10}{10 + 10} = 10.$$

Amplitudinea maximă a semnalului de ieșire este dată de:

$$U_{a,\,max} = R_A I_A = 61 \text{ V}$$

și rezultă din condiția ca valoarea instantanee a curentului anodic să nu devină nulă.

I.4. OSCILAȚII ELECTROMAGNETICE

I.4.1. Mărind distanța dintre armături scade capacitatea electrică și crește frecvența oscilațiilor. Introducînd un miez de fier în bobină, crește inductanța ei și scade frecvența oscilațiilor.

I.4.2. Da. Scăzînd capacitatea proprie, crește frecvența oscilațiilor.

I.4.3. Nu. Defazajul este $\pi/2$ (fig. I.4.3, R).

I.4.4. La momentul $t = T/8$ energia este concentrată, în mod egal, în cîmpul electric al condensatorului și în cîmpul magnetic al bobinei. La momentele $T/4$ și $3T/4$ energia este concentrată în cîmpul magnetic, iar la momentul $T/2$ în cîmpul electric.

I.4.5. Oscilațiile se deosebesc prin amplitudinea inițială și prin timpul scurs pînă cînd, practic, are loc stingerea lor.

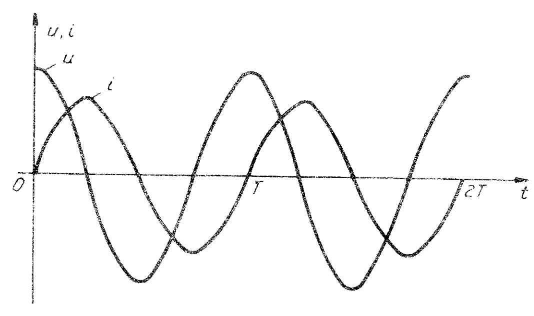


Fig. I.4.3, R

I.4.6. Condiția de producere a oscilațiilor fiind $2\sqrt{\frac{L}{C}} > R$;

a) $2\sqrt{\frac{L}{C_p}} = 31{,}6\ \Omega$ nu se produc oscilații; *b)* $2\sqrt{\frac{L}{C_s}} = 63{,}2\ \Omega$ se produc oscilații.

I.4.7. $L = \frac{1}{4\pi^2\nu^2 C} = 12{,}7\cdot10^{-3}$ H.

I.4.8. $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\cdot10^{-3}$ s; $L = \frac{T^2}{4\pi^2 C} = 0{,}05$ H.

I.4.9. $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$; $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{4}9C} = \frac{3}{2}2\pi\sqrt{LC} = \frac{3}{2}T_0$; iar $\nu = \frac{2}{3}\nu_0$.

I.4.10. $T_1 = 2\pi\sqrt{L\frac{\varepsilon_0\pi r^2}{d}} = 4\ \mu s$; $T_2 = 2\pi\sqrt{L\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r\pi r^2}{d}} =$

$= \sqrt{\varepsilon_r}\,2\pi\sqrt{L\frac{\varepsilon_0\pi r^2}{d}} = T_1\sqrt{\varepsilon_r} = 2T_1 = 8\ \mu s$.

I.4.11. Inductanțele bobinelor sînt:

$$L_1 = \mu_0\frac{N^2S}{l_{bobină}} = \mu_0\frac{\left(\frac{l_1}{2\pi r_1}\right)^2\pi r_1^2}{\left(\frac{l_1}{2\pi r_1}\right)d_1} = \mu_0\frac{l_1 r_1}{2d_1} \text{ și } L_2 = \mu_0\frac{l_2 r_2}{2d_2}.$$

Dacă $T_1 = 3\,T_2$ atunci $L_1C_1 = 9\,L_2C_2$ și $\frac{C_1}{C_2} = 9\,\frac{L_2}{L_1} = 9\,\frac{l_2r_2d_1}{l_1r_1d_2} = 4{,}5$.

I.4.12. $Q = \frac{\omega L}{R} = \frac{2\pi}{T}\cdot\frac{L}{R}$; $L = \mu_0\frac{N^2\pi r_1^2}{N\cdot 2r_2}$ și $R = \rho\,\frac{N\cdot 2\pi r_1}{\pi r_2^2}$;

$$Q = \frac{2\pi}{T}\cdot\frac{\pi\mu_0 r_1 r_2}{4\rho} \text{ deci } T = \frac{\pi^2\mu_0 r_1 r_2}{2\rho Q} = 2\cdot10^{-5}\text{ s}.$$

I.4.13. Prin legarea în serie, capacitatea echivalentă este mai mică decît a fiecărui condensator în parte și, în consecință, frecvența va crește.

$$\nu_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_1}} \text{ și } \nu_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_1\frac{n}{n+1}}}$$

$$\frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_1\frac{n}{n+1}}}\cdot\frac{2\pi\sqrt{LC_1}}{1} = \sqrt{\frac{n+1}{n}} = \sqrt{1+\frac{1}{n}}.$$

I.4.14. $\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{L(C_1+C_2)}} = 53$ kHz; $T = 2\pi\sqrt{L(C_1+C_2)} = 18{,}8\ \mu s$

și
$$\omega = \frac{1}{L(C_1+C_2)} = 3{,}33\cdot10^5\ s^{-1}.$$

I.4.15. Avînd o variație liniară cu unghiul, ecuația frecvenței este de forma $\nu = m\,\alpha + n$, unde constantele m și n se deduc din condițiile extreme:

$$\alpha = 0,\ \nu(0) = 2\cdot10^5\text{ Hz},\ n = 2\cdot10^5;$$

$$\alpha = \pi,\ \nu(\pi) = 4\cdot10^5\text{ Hz},\ m = \frac{2\cdot10^5}{\pi}.$$

Deci $\nu = \frac{2\cdot10^5}{\pi}\alpha + 2\cdot10^5$. Cum $\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ rezultă $C = \frac{1}{4\pi^2\nu^2 L} = \frac{1}{4\pi^2 L\left[2\cdot10^5\left(\frac{\alpha}{\pi}+1\right)\right]^2} = \frac{1}{16\cdot10^7(\alpha+\pi)^2}$. Reprezentarea grafică este dată în figura I.4.15, R.

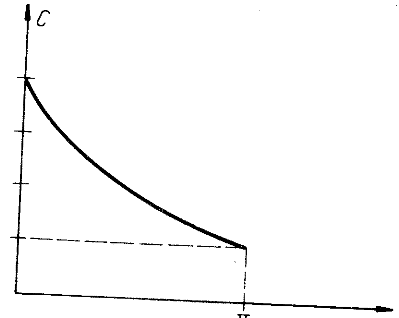


Fig. I.4.15, R

I.4.16. *a)* Pentru cele $2n$ condensatoare legate în paralel, capacitatea maximă se obține atunci cînd armăturile mobile sînt complet introduse în stator:

$$C_{max} = 2\,n\,\frac{\varepsilon_0 S}{d} = 2\,n\,\frac{\varepsilon_0}{d}\,\frac{\pi}{2}\,(R^2 - r^2) = \frac{\pi\varepsilon_0 n}{d}\,(R^2 - r^2).$$

Dependența liniară a capacității condensatorului în funcție de unghiul α se exprimă prin ecuația: $C = m\alpha + n$, unde constantele m și n se determină din condițiile extreme:

$$\alpha = 0,\ C(0) = C_0 = n$$

$$\alpha = \pi,\ C(\pi) = C_{max} \text{ rezultă } m = \frac{C_{max} - C_0}{\pi}.$$

Deci, $C = \frac{C_{max} - C_0}{\pi}\alpha + C_0$, reprezentată grafic în figura I.4.16, R (*a*).

b) Dependența frecvenței oscilațiilor electromagnetice recepționate în funcție de unghiul α este dată de ecuația:

$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L\left(\frac{C_{max} - C_0}{\pi}\alpha + C_0\right)}}.$$

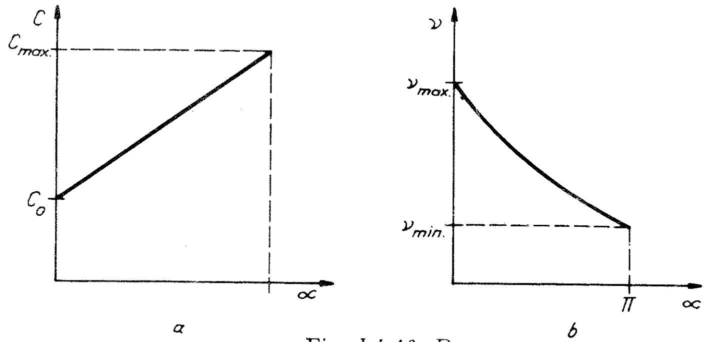


Fig. I.4.16, R

Valorile extreme ale frecvenţei sînt:

pentru $\alpha = 0$, $\nu_{max} = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC_0}}$; pentru $\alpha = \pi$, $\nu_{min} = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC_{max}}}$.

Reprezentarea grafică este dată în figura I.4.16, R(b).

I.4.17. Descărcarea şi reîncărcarea condensatorului se fac prin dioda D_1 în timpul $t_1 = \pi\sqrt{L_1C}$; apoi descărcarea şi reîncărcarea se vor face prin dioda D_2 în timpul $t_2 = \pi\sqrt{L_2C}$, după care procesul se repetă. Perioada oscilaţiilor va fi: $T = t_1 + t_2 = \pi\sqrt{C}(\sqrt{L_1} + \sqrt{L_2})$.

I.4.18. $\nu_1 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC_1}}$; $\nu_2 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{L(C_1 + C_2)}}$; $C_2 = C_1\left(\dfrac{\nu_1^2}{\nu_2^2} - 1\right) = 15\,\mu\text{F}$.

I.4.19. La rezonanţă:

$$\frac{1}{2\pi\sqrt{LC_{v_1}}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L\dfrac{C_x\cdot C_{v_2}}{C_x + C_{v_2}}}};\quad C_x = \frac{C_{v_1}C_{v_2}}{C_{v_2} - C_{v_1}} = 333\ \text{pF}.$$

I.4.20. $T_1 = T_2$; $L_1C_1 = L_2C_2$; $\dfrac{L_1}{L_2} = \dfrac{C_2}{C_1}$; $\dfrac{L_1 + L_2}{L_2} = \dfrac{C_1 + C_2}{C_1}$;

$$L_1 + L_2 = \frac{L_2(C_1 + C_2)}{C_1}.$$

$$T = 2\pi\sqrt{(L_1 + L_2)\frac{C_1C_2}{C_1 + C_2}};\quad T = 2\pi\sqrt{\frac{L_2(C_1 + C_2)}{C_1}\cdot\frac{C_1C_2}{C_1 + C_2}} =$$

$$= 2\pi\sqrt{L_2C_2} = T_2.$$

I.4.21. Bara magnetică execută oscilaţii forţate, sub acţiunea cîmpului magnetic produs de bobina circuitului oscilant. Amplitudinea oscilaţiilor mecanice este maximă cînd perioada oscilaţiilor proprii a sistemului bară-resort este egală cu perioada oscilaţiilor cîmpului magnetic al bobinei. Deci:

$$2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{LC};\quad C = \frac{m}{kL} = 10\ \mu\text{F}.$$

I.4.22. $a)$ $\nu_1 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC_1}}$; $\nu_2 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC_2}}$; $\dfrac{\nu_2^2 - \nu_1^2}{\nu_2^2} = \dfrac{C_1 - C_2}{C_1}$;

$$\Delta C = C_1 - C_2 = \frac{\nu_2^2 - \nu_1^2}{\nu_2^2}C_1;\quad \Delta C = 304\ \text{pF iar } \alpha = 152°.$$

$b)$ $L = \dfrac{1}{4\pi^2\nu_1^2C_1} = 2{,}026\cdot 10^{-4}\,\text{H}$.

I.4.23. $T = 2\pi\sqrt{LC}$; $T_1 = 2\pi\sqrt{LC_0} = \dfrac{2\pi\sqrt{LC}}{\sqrt{\varepsilon_r}} = \dfrac{T}{\sqrt{\varepsilon_r}}$; $\varepsilon_r = \dfrac{T^2}{T_1^2}$.

$$T_2 = 2\pi\sqrt{L_0C} = \frac{2\pi\sqrt{LC}}{\sqrt{\mu_r}} = \frac{T}{\sqrt{\mu_r}};\quad \mu_r = \frac{T^2}{T_2^2}.$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{L_0C_0} = \frac{2\pi\sqrt{LC}}{\sqrt{\mu_r}\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{T}{\dfrac{T}{T_2}\cdot\dfrac{T}{T_1}} = \frac{T_1T_2}{T}.$$

I.4.24. Energia electrică maximă este: $W_e^{max} = \dfrac{1}{2}CU_{max}^2 = \dfrac{1}{2}C(U\sqrt{2})^2 = CU^2$.

Oscilaţiile fiind neamortizate: $W_m^{max} = W_e^{max} = CU^2 = 10^{-7}$ J.

I.4.25. Potrivit legii conservării energiei:

$$\frac{1}{2}CU_m^2 = \frac{1}{2}LI_m^2 \text{ deci } I_m = U_m\sqrt{\frac{C}{L}} = 0{,}5\ \text{A}.$$

I.4.26. $\dfrac{1}{2}CU_m^2 = \dfrac{1}{2}Cu^2 + \dfrac{1}{2}Li^2 = Li^2$ deci $i = U_m\sqrt{\dfrac{C}{2L}} = 10^{-2}$ A.

I.4.27. $a)$ $\dfrac{1}{2}CU_m^2 = \dfrac{1}{2}LI_m^2$ deci $I_m = U_m\sqrt{\dfrac{C}{L}}$ şi $I = \dfrac{I_m}{\sqrt{2}} =$

$$= U_m\sqrt{\frac{C}{2L}} \simeq 43{,}2\ \text{mA}.$$

$b)$ Fluxul maxim total este: $\Phi_m = LI_m = LU_m\sqrt{\dfrac{C}{L}} = U_m\sqrt{LC}$.

Fluxul maxim printr-o spiră va fi: $\Phi_{m_1} = \dfrac{\Phi_m}{N} = \dfrac{U_m}{N}\sqrt{LC} = 1{,}1\cdot 10^{-8}$ Wb.

I.4.28. $W_m^{max} = W_e^{max} = \dfrac{1}{2}CU_{max}^2 = 25\ \mu\text{J}$; $W_m = W_e^{max} - \dfrac{1}{2}Cu^2 = 16\ \mu\text{J}$.

I.4.29. $I_{m_1} = \dfrac{U_m}{X_1} = \dfrac{U_m}{L_1\omega}$; unde $\omega = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ cu $L = \dfrac{L_1L_2}{L_1 + L_2}$

deci $I_{m_1} = \dfrac{U_m}{L_1 \dfrac{1}{\sqrt{LC}}} = U_m \sqrt{\dfrac{LC}{L_1^2}} = U_m \sqrt{\dfrac{L_1L_2}{L_1 + L_2} \cdot \dfrac{C}{L_1^2}} = U_m \sqrt{\dfrac{CL_2}{L_1(L_1 + L_2)}}$.

Analog:

$$I_{m_2} = U_m \sqrt{\frac{CL_1}{L_2(L_1 + L_2)}}.$$

I.4.30. $U_R^{max} = RI_{max}$. Din $\dfrac{1}{2} CU_{max}^2 = \dfrac{1}{2} LI_{max}^2$ avem $I_{max} = U_{max}\sqrt{\dfrac{C}{L}}$.

Deci: $U_R^{max} = RU_{max}\sqrt{\dfrac{C}{L}}$.

I.4.31. $C_1U + C_2U = C_1U_m$; $\dfrac{C_1U^2}{2} + \dfrac{C_2U^2}{2} + \dfrac{LI_m^2}{2} = \dfrac{C_1U_m^2}{2}$ (fig. I.4.31, R).

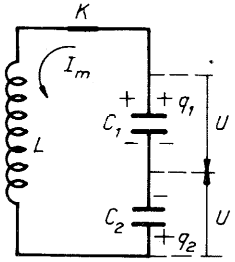


Fig. I.4.31, R

Din prima ecuație rezultă: $U = \dfrac{C_1U_m}{C_1 + C_2}$. Introducînd U în ecuația a doua și efectuînd calculele obținem:

$$I_m = U_m \sqrt{\frac{C_1C_2}{L(C_1 + C_2)}}.$$

I.4.32. *a)* $W_{max} = W_e + W_m = 2\,W_e$;

$$\frac{q_m^2}{2C} = 2\,\frac{q^2}{2C};\quad \frac{q}{q_m} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

b) $q = q_m \cos \omega t$; $q_m \cos \omega t = \dfrac{q_m}{\sqrt{2}}$; $\cos \omega t = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$; $\omega t = \dfrac{\pi}{4}$; $\omega = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} =$
$= 10^4$ rad/s; $t = \dfrac{\pi}{4\omega} = 7{,}85 \cdot 10^{-5}$ s.

I.4.33. În acest caz: $\nu_1 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{4LC}}$ și $\nu_2 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$, deci

$$\frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}{\dfrac{1}{2\pi\sqrt{4LC}}} = \sqrt{4} = 2.$$

Capacitățile condensatoarelor fiind aceleași și sarcina electrică maximă fiind aceeași, rezultă că circuitele oscilante au aceeași energie, iar raportul lor este egal cu 1.

I.4.34. *a)* $(1/2) \cdot LI_m^2 = (1/2) \cdot CU_m^2$; $I_m = U_m\sqrt{C/L}$ deci

$$i = U_m \sqrt{C/L}\ \sin \omega t.$$

Dacă $t = T/8$, $i = U_m\sqrt{C/L}\sin(\pi/4) = 0{,}6$ A; $W = (1/2) \cdot Li^2 = 18\ \mu$J.

b) $T = 2\pi\sqrt{LC}$ și $T' = 2\pi\sqrt{LC'}$. Dacă $T' = T + (1/4) \cdot T$ rezultă

$$2\pi\sqrt{LC'} = \frac{5}{4}2\pi\sqrt{LC}\ \text{ adică } C'/C = \frac{25}{16};$$

$$\frac{C' - C}{C} = \frac{9}{16} \Rightarrow \Delta C = \frac{9}{16}C = \frac{9}{8}\,\mu\text{F}.$$

I.4.35. Potrivit legii conservării energiei:

$$\frac{1}{2}LI_m^2 = \frac{1}{2}CU_m^2 \text{ deci } I_m = U_m\sqrt{\frac{C}{L}}.$$

La introducerea plăcuței, sarcina electrică se conservă:

$$q = CU_m = C'U_m';\quad \frac{U_m'}{U_m} = \frac{C}{C'} = \frac{1}{\varepsilon_r}.$$

$$\frac{1}{2}L(I_m')^2 = \frac{1}{2}C'(U_m')^2;\ I_m' = U_m'\sqrt{\frac{C'}{L}} = \frac{U_m}{\varepsilon_r}\sqrt{\frac{C\varepsilon_r}{L}} = U_m\sqrt{\frac{C}{L}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{I_m}{\sqrt{\varepsilon_r}}.$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}};\quad \omega' = \frac{1}{\sqrt{LC'}} = \frac{1}{\sqrt{LC\varepsilon_r}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{\omega}{\sqrt{\varepsilon_r}}$$

Deci: $i = I_m' \sin \omega' t = \dfrac{I_m}{\sqrt{\varepsilon_r}} \sin \dfrac{\omega}{\sqrt{\varepsilon_r}} \cdot t$.

I.4.36. Cît timp întrerupătorul K este în poziția închis, prin bobină circulă curentul $I_m = E/r$, iar tensiunea la bornele ei (și a condensatorului) este zero. La deschiderea circuitului, energia cîmpului magnetic se transformă în energia cîmpului electric și invers: $(1/2) \cdot LI_m^2 = (1/2) \cdot CU_m^2$ deci $U_m = I_m\sqrt{L/C} = (E/r) \cdot \sqrt{L/C}$. Pulsația oscilațiilor este $\omega = 1/\sqrt{LC}$. Știind că la momentul deschiderii circuitului, tensiunea la condensator era zero, ecuația va fi:

$$u = (E/r) \cdot \sqrt{L/C}\ \sin \frac{1}{\sqrt{LC}}\,t.$$

I.4.37. Factorul de calitate al circuitului este:

$$Q = \left(\frac{X_L}{R}\right)_{\omega = \omega_0} = \left(\frac{X_C}{R}\right)_{\omega = \omega_0} = \frac{2\pi\nu_0 L}{R} = 2{,}09 \cdot 10^2.$$

$$\frac{U_C^{max}}{E_{max}} = \frac{X_C I_{max}}{R\,I_{max}} = Q,\ \text{deci } U_C^{max} = QE_{max} = 418\ \text{V}.$$

I.4.38. $W_t = q_m^2/2\,C = 5 \cdot 10^{-5}$ J.

I.4.39. $P = RI^2 = R \cdot (I_m^2/2) = 15 \cdot 10^{-5}$ W.

I.4.40. Dacă oscilațiile sînt neamortizate: $\frac{1}{2}LI_m^2 = \frac{1}{2}CU_m^2$, $I_m^2 = \frac{CU_m^2}{L}$.

$$P = RI^2 = R\frac{I_m^2}{2} = \frac{RCU_m^2}{2L} = 4{,}16 \text{ mW}.$$

I.4.41. *a)* $\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 500$ Hz; *b)* $I = U/R = 12$ A;

$$I' = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(2\pi\nu L - \frac{1}{2\pi\nu C}\right)^2}} = 0{,}25 \text{ A}.$$

I.4.42. *a)* $\omega L = 1/\omega C$ deci $C = \frac{1}{4\pi^2\nu^2 L} = 25{,}3$ μF; *b)* $I = U/R = 22$ A;

$$c)\ Q = \frac{\omega L}{R'} = \frac{U_L}{U} \Rightarrow R' = \frac{2\pi\nu L}{Q} = 1{,}26\ \Omega.$$

I.4.43. Cînd K este deschis: $I = U/\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$.

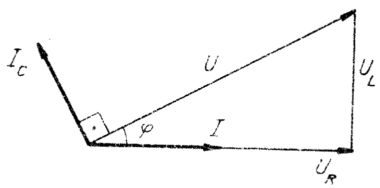


Fig. I.4.43, R

Cînd K este închis:

— prin latura cu L și R intensitatea curentului este I;

— prin condensator: $I_C = U/X_C = U\omega C$. Punînd condiția ca să existe același curent total (vezi fig. I.4.43, R):

$I^2 = I^2 + I_C^2 + 2I\,I_C \cos(90 + \varphi)$ rezultă

$$I_C = 2\,I \sin\varphi.$$

$$U\omega C = 2\frac{U}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}\cdot\frac{\omega L}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}, \text{ deci } C = \frac{2L}{R^2+\omega^2L^2}.$$

I.4.44. $k = L_{12}/\sqrt{L_1L_2} = 0{,}8$.

I.4.45. Coeficientul de cuplaj fiind 1, $L_{12} = \sqrt{L_1L_2} = 6$ mH.

I.4.46. $\sqrt{L_1L_2} = L_{12}/k$, $L_2 = 4\,L_1$ rezultă $L_1 = L_{12}/2k = 2{,}5$ mH și $L_2 = 10$ mH.

UNDE ELECTROMAGNETICE

I.5.1. *a)* $T = 10^{-12}$ s; $\lambda = 2{,}7\cdot10^{-4}$ m; *b)* $s = vt = 810$ m.

I.5.2. $t = \frac{2AB}{ck} = 8{,}3\cdot10^{-8}$ s.

I.5.3. *a)* $\lambda = c/\nu\sqrt{\varepsilon_r\mu_r} = 16{,}6$ m; *b)* $\lambda_0 - \lambda = \frac{c}{\nu}(1 - 1/\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}) = 133{,}4$ m.

$\frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda_0} = 0{,}89$.

I.5.4. *a)* $t_i = \frac{2l_{min}}{c} = 7\cdot10^{-7}$ s; *b)* $\nu = \frac{1}{T} = \frac{c}{2l_{max}} = 1\,500$ Hz.

Un calcul mai exact trebuie să țină cont de intervalul de timp dintre două impulsuri. Se obține însă o diferență nesemnificativă.

I.5.5. $l_{min} = \frac{ct_i}{2} = 90$ m; $l_{max} = \frac{c}{2\nu} = 100$ km. (Aceeași observație ca la problema precedentă.)

I.5.6. *a)* $B_0 = \frac{E_0}{c} = 3\cdot10^{-10}$ T; *b)* $B = \frac{E_0\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}}{c} = 27\cdot10^{-10}$ T.

I.5.7. *a)* $E_0 = B_0c = 1{,}5\cdot10^{-2}$ V/m; *b)* $E = 1{,}5\cdot10^{-2}\sin 4\pi\,(3\cdot10^5\,t - 10^{-3}\,y)$ V/m, $B = 5\cdot10^{-11}\sin 4\pi\,(3\cdot10^5\,t - 10^{-3}\,y)$ T,
$w = 19{,}9\cdot10^{-16}\sin^2 4\pi(3\cdot10^5\,t - 10^{-3}\,y)$ J/m³.

I.5.8. $\lambda = 2\pi c\sqrt{LC} = 7\,356$ m.

I.5.9. $\lambda = 2\pi c\sqrt{LC} = 14\,500$ m.

I.5.10. *a)* $d = \frac{4\pi^2LS\varepsilon_0c^2}{\lambda^2} = 3{,}18\cdot10^{-2}$ m; *b)* $T = 6\cdot10^{-7}$ s; $\nu = 1{,}5\cdot10^6$ Hz.

I.5.11. $\varepsilon_r = \frac{\lambda^2 d}{4\pi^2LS\varepsilon_0c^2} = 6$.

I.5.12. $L_1 = \lambda_1^2/4\pi^2C_1c^2 = 8$ μH; $L_2 = \lambda_2^2/4\pi^2C_2c^2 = 2\,860$ H.

I.5.13. $T_1 = 4\cdot10^{-6}$ s, $T_2 = 1{,}77\cdot10^{-4}$ s; $\nu_1 = 0{,}25\cdot10^6$ Hz, $\nu_2 = 0{,}55\cdot10^4$ Hz; $\lambda_1 = 1\,200$ m; $\lambda_2 = 53\,100$ m.

I.5.14. $\lambda_s = 2\pi c\sqrt{\frac{LC}{2}} = 4\,710$ m, $\lambda_p = 2\pi c\sqrt{2LC} = 9\,420$ m.

I.5.15. *a)* $L = \frac{\lambda_{min}^2}{4\pi^2C_1c^2} = 0{,}5\cdot10^{-3}$ H; *b)* $\lambda_{max} = 2\pi c\sqrt{LC_2} = 1\,000$ m;
c) $L' = 1/4\pi^2\nu^2C_1 = 0{,}3\cdot10^{-3}$ H; $\Delta L = L - L' = 0{,}2\cdot10^{-3}$ H; *d)* $\lambda'_{max} = 2\pi c\sqrt{L'C_2} = 734$ m.

I.5.16. *a)* $C_2 = \frac{L_1C_1}{L_2} = 3\cdot10^{-9}$ F; *b)* $\lambda = 2\pi c\sqrt{L_1C_1} = 5\,652$ m;
$\nu = 1/2\pi\sqrt{L_1C_1} = 53$ kHz.

I.5.17. *a)* $\lambda = c/\nu = 314$ m; $l = \lambda/4 = 78{,}5$ m; *b)* $\lambda = 314$ m; $l = 157$ m ($l = \lambda/2$).

I.5.18. *a)* $\lambda_0 = 4\,l_0 = 120$ m; $\nu_0 = c/\lambda_0 = 2{,}5\cdot10^6$ Hz; $C = 1/4\pi^2\nu_0^2L = 10^{-10}$ F.
b) Alungirea absolută a firului este : $\Delta l = l_0\alpha\Delta t$, deci $\Delta\lambda = 4\,\Delta l = 0{,}12$ m; $\Delta\lambda/\lambda_0 = 0{,}1\,\%$.

MĂRIMI ENERGETICE ŞI FOTOMETRICE

I.6.1. $I = \Phi/4\pi = 400$ cd.

I.6.2. $E_M/E_P = 1/n^2 = 0{,}44$.

I.6.3. $I = Er^2 = 72$ cd.

I.6.4. $\eta = 1 - \Delta t_1/\Delta t_2 = 3{,}4\%$.

I.6.5. $\eta = ES/\Phi = E \cdot l \cdot L/\Phi' \cdot n = 27{,}9\%$.

I.6.6. *a)* $\Phi = 4\pi I = 160\pi$ lumeni; *b)* $E = \Phi/S = nI/r^2 = 1{,}6 \cdot 10^4$ lx.

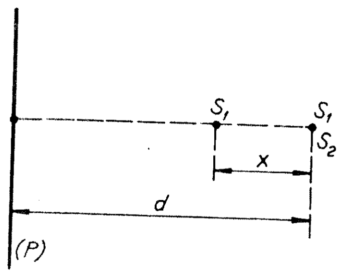


Fig. I.6.7, R

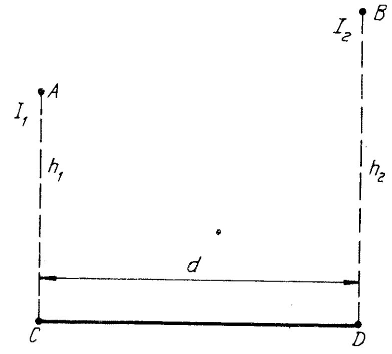


Fig. I.6.9, R

I.6.7. $x = \dfrac{d(2-\sqrt{2})}{2} = 2{,}36$ m (fig. I.6.7, R). Soluţia $x = \dfrac{d(2+\sqrt{2})}{2}$ nu convine.

I.6.8. *a)* $E_0 = I/h^2 = 32$ lx; *b)* $E_0/E_A = (h^2 + OA^2)\sqrt{h^2 + OA^2}/h^3 = 1{,}249$, $E_0/E_B = (h^2 + OB^2)\sqrt{h^2 + OB^2}/h^3 = 1{,}516$; $E_A/E_B = 1{,}1$.

I.6.9. $E_C = \dfrac{I_1}{h_1^2} + \dfrac{I_2 h_2}{(h_2^2 + d^2)^{3/2}} = 28{,}6$ lx; $E_D = \dfrac{I_2}{h_2^2} + \dfrac{I_1 h_1}{(h_1^2 + d^2)^{3/2}} = 19$ lx. (Vezi figura I.6.9, R.)

I.6.10. *a)* $E_0 = \dfrac{I_1}{h_1^2} + \dfrac{I_2}{h_2^2} = 88$ lx; *b)* $E_A = \dfrac{I_1 h_1}{(h_1^2 + r^2)^{3/2}} + \dfrac{I_2 h_2}{(h_2^2 + r^2)^{3/2}} = 77$ lx;

$$c)\ E_{A'} = 51{,}3 + \frac{70(t+50)}{\sqrt{0{,}01\,t^2 + t + 26}}\ \text{lx}.$$

I.6.11. $x = d(n - \sqrt{mn})/(n - m) = 2{,}4$ m; $y = d(\sqrt{mn} - m)/(n - m) = 1{,}2$ m.

I.6.12. *a)* Sursa se poate afla fie între ecrane, fie de o parte a unuia. Rezultă:

$$r_1 = \frac{d}{\sqrt{\dfrac{E_1}{E_2}} \pm 1} = 0{,}5 \text{ m şi } 1 \text{ m};\quad r_2 = \frac{d\sqrt{\dfrac{E_1}{E_2}}}{\sqrt{\dfrac{E_1}{E_2}} \pm 1} = 1{,}5 \text{ şi } 3\text{m};$$

b) $I = E_1E_2d^2/(E_1 + E_2 - 2E_2\sqrt{E_1/E_2}) = 18$ cd; *c)* $\Phi_1 = E_1d_1d_2 = 144$ lumeni, $\Phi_2 = E_2d_1d_2 = 16$ lumeni.

I.6.13. Iluminarea în punctul B va fi $E = Ih/(h^2 + a^2)^{3/2}$ unde I este intensitatea sursei (fig. I.6.13, R). Pentru ca iluminarea în acest punct să fie maximă trebuie ca $h = a\sqrt{2}/2$.

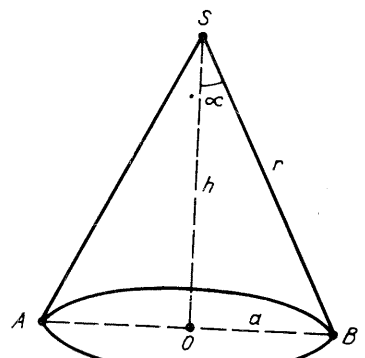


Fig. I.6.13, R

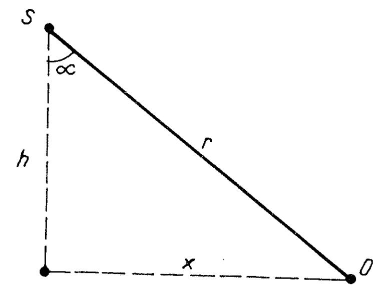


Fig. I.6.14, R

I.6.14. *a)* $\alpha = \arccos(Er/I) = 60°$; *b)* $h = r\cos\alpha = 1$ m; *c)* $x = r\sqrt{1 - (E^2r^4/I^2)} = 1{,}73$ m (fig. I.6.14, R).

I.6.15. Avem sistemul $d_1 + d_2 = d$; $d_1/d_2 = \sqrt{I_1/I_2}$ care, rezolvat ne dă $d_1 = 1$ m; $d_2 = 2$ m.

I.6.16. Se obţine $E(h) = 2\sqrt{2}\,Ih/(2h^2 + a^2)^{3/2}$ (fig. I.6.16, R). Din anularea derivatei $dE(h)/dh$ se obţine $h = a/2$.

I.6.17. Din relaţia $E = I\cos\alpha/d_1^2 = I/d_2^2$ rezultă $\alpha = \arccos d_1^2/d_2^2 = 63°$.

I.6.18. *a)* Iluminarea maximă se obţine în punctul de pe orizontală corespunzător verticalei sursei $E_{max} = I/h^2 = 100$ lx.
b) $E = I\sin^3\alpha_0/h^2 = E_{max}\sin^3\alpha_0$.

I.6.19. În ambele cazuri, energia luminoasă utilizată va fi aceeaşi. Astfel, avem: $W_1 = \Phi_1t_1 = I_1St_1/d_1^2$ şi $W_2 = \Phi_2t_2 = I_2St_2/d_2^2$. Din enunţ rezultă că $W_1 = W_2$ deci $t_2 = I_1t_1d_2^2/I_2d_1^2$.

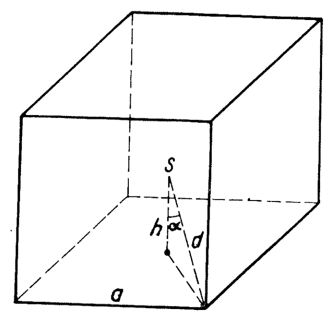


Fig. I.6.16, R

I.6.20. *a)* Iluminarea totală a plăcii este: $E = \frac{I}{a^2}[\cos\alpha + \cos(60 - \alpha)] = \frac{2I}{a^2}\cos 30°\cos(\alpha - 30°)$.

Iluminarea este maximă cînd $\cos(\alpha - 30) = 1$ deci $\alpha = 30°$; *b)* $E_{max} = 2I\cos 30°/a^2 = 17{,}3 \cdot 10^4$ lx.

I.6.21. Iluminarea totală va fi $E_C = I\left(\frac{\cos\alpha_1}{r_1^2} + \frac{\cos\alpha_2}{r_2^2}\right)$. Avem $\alpha_1 = 0$. Din $\Delta S_1OD \Rightarrow r_1 = R(\sqrt{5} - 1) = 1{,}24\ R$ și $\cos\beta = \sqrt{5}/5$. Din $\Delta S_1S_2C \Rightarrow r_2^2 = 6R^2/5(5 - \sqrt{5}) = 3{,}3R^2$ și $\cos\alpha_2 = (r_1^2 + r_2^2 - 4R^2)/2r_1r_2 = 0{,}18$. Deci $E_C = 0{,}7\Phi/4\pi R^2$.

I.6.22. $I_1 = \Phi_1/4\pi = 20$ cd; $I_2 = \Phi_2/4\pi = 3$ cd.

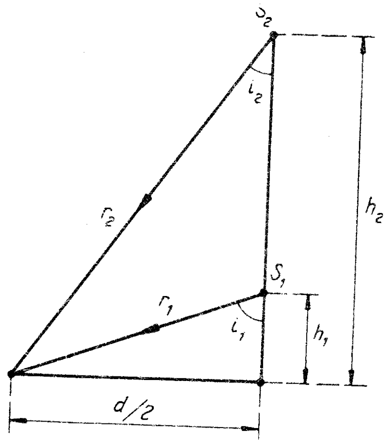


Fig. I.6.23, R

I.6.23. Așa cum rezultă din enunț și din figura I.6.23, R avem:

$$E_1 = \frac{I}{r_1^2}\cos i_1;\ E_2 = \frac{3I}{r_2^2}\cos i_2,$$

$$E_1/E_2 = 0{,}72 \text{ deci } E_2 > E_1.$$

I.6.24. Avem $\alpha_1 = 45° + \alpha$; $\alpha_2 = 45° - \alpha$; dacă plăcile sînt mici, distanțele dintre surse și plăci sînt egale și avem:

$I_1/I_2 = (\cos\alpha_2)/\cos\alpha_1 = (1 + \text{tg}\ \alpha)/(1 - \text{tg}\ \alpha)$.

I.6.25. Avem $\cos\alpha = \sqrt{3}/2$; $SM = R\sqrt{3} \Rightarrow E_M = I\cos\alpha/(SM)^2 = 14{,}41$ lx.

INTERFERENȚA ȘI DIFRACȚIA LUMINII

I.6.26. Distanța cerută este $(x_5)_{min} - i = 9\lambda D/4l = 4{,}5 \cdot 10^{-3}$ m.

I.6.27. $\lambda = 2li/D = 5 \cdot 10^{-7}$m.

I.6.28. $\lambda = 2l(i_2 - i_1)/D' = 6{,}8 \cdot 10^{-7}$ m.

I.6.29. *a)* $\lambda = 2li/D = 6 \cdot 10^{-7}$ m; *b)* $\lambda_{apă} = \frac{\lambda}{n_{apă}} = 3\lambda/4$, deci $i_1 = 3\lambda D/8l = 4{,}5 \cdot 10^{-4}$ m; *c)* Distanța pe ecran, la care apare franja violetă este $x_v = \lambda_v D/2l = 4 \cdot 10^{-4}$ m, iar cea roșie $x_R = \lambda_R D/2l = 7{,}5 \cdot 10^{-4}$ m. Lățimea spectrului va fi $\Delta x = x_R - x_V = 3{,}5 \cdot 10^{-4}$ m.

I.6.30. $\Delta = S_2A - S_1A = \sqrt{l^2 + d^2} - l = 9 \cdot 10^{-7}$ m, deci punctul va fi întunecat.

I.6.31. *a)* $x_1 = \lambda D/2l$ deci $D = 2lx_1/\lambda = 1$ m; *b)* $D'' = D + D' = 1{,}5$ m, $x_1' = \lambda D''/2l = 5{,}12 \cdot 10^{-4}$ m; $\Delta x = x_1' - x_1 = 1{,}7 \cdot 10^{-4}$ m.

I.6.32. *a)* $i = x/N = 5{,}625 \cdot 10^{-4}$ m; *b)* $\lambda = 2li/D = 7{,}5 \cdot 10^{-7}$ m; *c)* $n = \lambda D/2\ li_1 = 1{,}33$.

I.6.33. *a)* $i = \lambda D/2l = 1{,}2 \cdot 10^{-3}$ m; *b)* $D' = 2D = 2{,}4$ m; *c)* $i' = \lambda D/2\ ln = 8 \cdot 10^{-4}$ m.

I.6.34. *a)* $\delta = d(n - 1) = 5 \cdot 10^{-5}$ m; *b)* $\Delta x = \delta D/2l$, de unde $2l = \delta D/\Delta x = 5 \cdot 10^{-3}$ m; *c)* $i_{aer} = \lambda D/2l = 0{,}1$ mm; $i_{apă} = i_{aer}/n_{apă} = 0{,}08$ mm.

I.6.35. Constanta rețelei $a + b$(a = lățimea fantei, b = lățimea regiunii opace) este egală cu $1/N = 10^{-5}$m. Pentru unghiuri mici, $\sin\varphi \simeq \text{tg}\ \varphi = x/D$, adică: $\lambda = (a + b)x/D = 6 \cdot 10^{-7}$ m (fig. I.6.35, R).

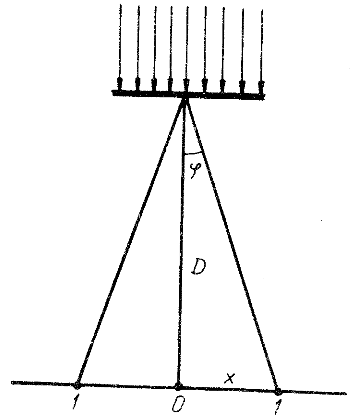


Fig. I.6.35, R

I.6.36. $N = 1/(a + b) = \sin\varphi/\lambda \simeq 611\ \text{mm}^{-1}$.

I.6.37. Ținînd cont de relațiile rețelei de difracție putem scrie: $x = DN(\lambda_R - \lambda_V) = 7{,}2 \cdot 10^{-2}$ m. Lungimile de undă corespunzătoare radiațiilor extreme sînt date în problema I.6.29.

I.6.38. Dacă $\varphi = 90°$, atunci $d = k\lambda$, deci $k = d/\lambda = 3$.

I.6.39. $\lambda = xd/f = 5 \cdot 10^{-7}$m.

I.6.40. Avem $d\sin\alpha_2 = 2$; $d\sin\alpha_3 = 3$, care pentru unghiuri mici devin $d\alpha_2 = 2$; $d\alpha_3 = 3$, deci $\alpha = \alpha_3 - \alpha_2 = \lambda/d$ adică $\lambda = d\alpha = 1{,}7 \cdot 10^{-7}$m.

I.6.41. *a)* $\sin\alpha = k\lambda/d = 0{,}5 \Rightarrow \alpha = 30°$; *b)* $i = k\lambda f/d = 15$ mm.

REFLEXIA ȘI REFRACȚIA LUMINII

I.6.42. $n = \sin r/\sin i = 1{,}73$.

I.6.43. $v = c/n$; $v_1 = 2{,}12 \cdot 10^8$ m/s; $v_2 = 1{,}94 \cdot 10^8$ m/s; $v_3 = 1{,}93 \cdot 10^8$ m/s; $v_4 = 1{,}24 \cdot 10^8$ m/s.

I.6.44. Din figura I.6.44, R, avem

$DC = h\left(1 - \frac{\sin r}{\cos r}\right)$ unde $\sin r = \frac{\sin i}{n}$

deci $DC = h\left(1 - \frac{\sin i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}\right) = 14$ cm.

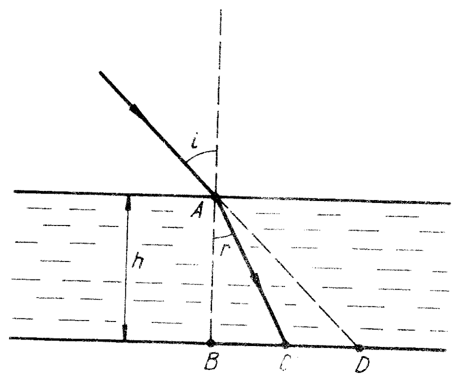
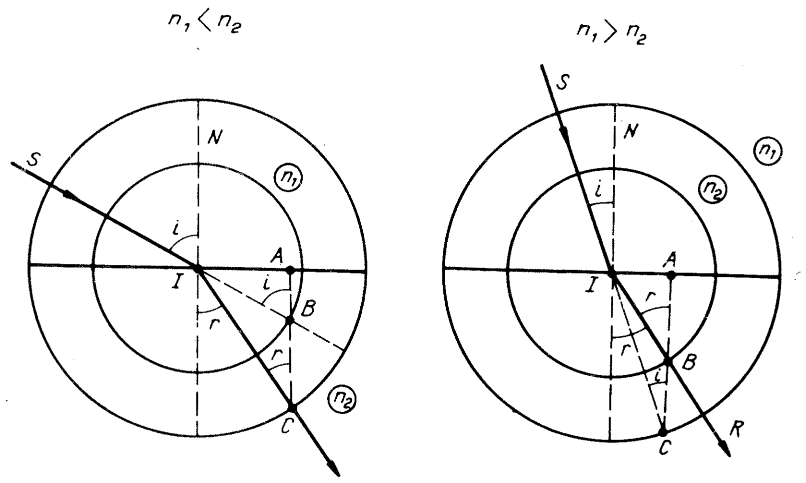


Fig. I.6.44, R

I.6.45. *a)* $r = \arcsin\left(\frac{n_1\sin i_1}{n_2}\right) = 27°30'$;

b) $l = \arcsin n_1/n_2 = 67°30'$.

I.6.46. Vezi figura I.6.46, R.



a b

Fig. I.6.46, R

I.6.47. Dacă $n_1 < n_2$ metoda este dată în figura I.6.46, R, *a*, iar dacă $n_1 > n_2$, metoda este dată în figura I.6.46, R, *b*. Se poate concepe și metoda drumului optic, care prin derivarea în raport cu o distanță variabilă conduce la confirmarea celor două legi.

I.6.48. Avem $\sin i/\sin r = \sin i/\cos i = \operatorname{tg} i = n_2/n_1$.

I.6.49. Avem $\sin \alpha = 1/n$ (reflexia fiind totală). Din enunț avem $AC = (h - h')\operatorname{tg}\alpha$ și $d = AC + h\operatorname{tg}\alpha = (2h - h')/\sqrt{n^2 - 1}$, deci $h = h'/2 + d\sqrt{n^2 - 1}/2 = 7{,}4$ m.

I.6.50. *a)* $n = \sin i_1/\sin r_1 = 1{,}58$; *b)* $r_2 = \sin i_2/n = 38°30'$.

I.6.51. Din figura I.6.51, R avem $i' = i + \alpha$; $i_1' = i + \alpha$. Rezultă $x = i_1' - (i - \alpha) = i + \alpha - i + \alpha = 2\alpha$.

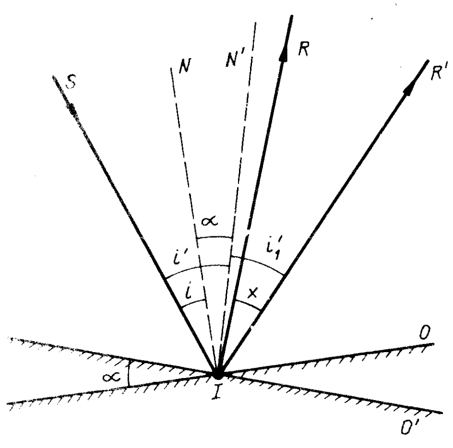


Fig. I.6.51, R

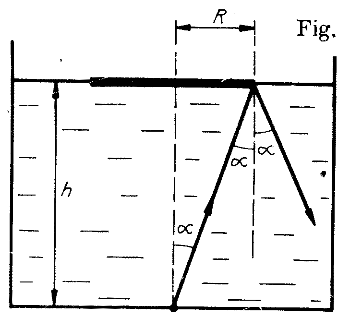


Fig. I.6.52, R

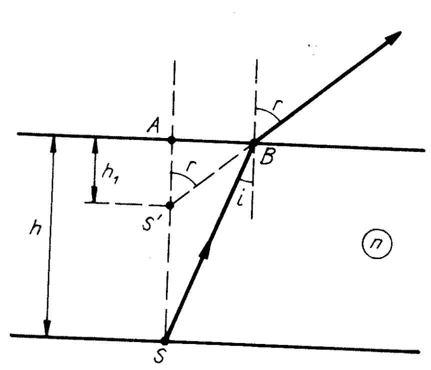


Fig. I.6.57, R

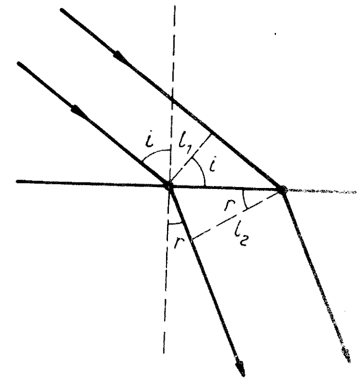


Fig. I.6.58, R

I.6.52. Din figura I.6.52, R se observă că obiectul este total invizibil dacă $\sin\alpha \geq 1/n_{apă}$ sau $R/\sqrt{h^2 + R^2} \geq 1/n_{H_2O}$ deci $R \geq h/\sqrt{n^2 - 1}$.

I.6.53. $r_1 = \arcsin\left(\frac{\sin 30°}{n}\right) = 22°$; $r_2 = \arcsin\left(\frac{\sin 45°}{n}\right) = 31°$; $\Delta r = r_2 - r_1 = 9°$

I.6.54. În acest caz $\operatorname{tg} i = n = 1{,}33$, deci $i = 53°$; $r = 37°$.

I.6.55. $\sin i/\sin 2i = 1/n$. Rezultă $i = 39°$.

I.6.56. $v = c/n$. Deci $v = c \cdot \frac{\sin r}{\sin i} = 2 \cdot 10^8$ m/s.

I.6.57. Din figura I.6.57, R găsim $h/h_1 = \operatorname{tg} r/\operatorname{tg} i$, care pentru unghiuri mici devine $h/h_1 = \sin r/\sin i = n$, deci $h = nh_1 = 2{,}66$ m.

I.6.58. Din figura I.6.58, R avem $l_2 = l_1 \cos r/\cos i$ și cum $\sin r = (\sin i)/n$ rezultă $l_2 = 17{,}4$ cm.

I.6.59. Din figura I.6.59, R avem $A_1A_1' = A_1'A - A_1A = 2(AK_1 - AK) = 2d$.

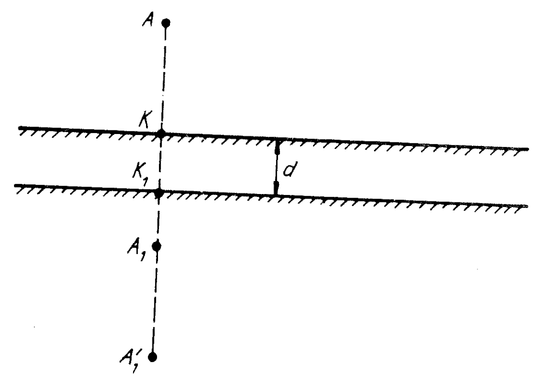


Fig. I.6.59, R

I.6.60. Se formează 5, respectiv 3 imagini. Există și imagini confundate.

I.6.61. Din figura I.6.61, R avem că: $r = i - r + \alpha/2$, deci $\alpha = 4r - 2i$. Știind că $i = \arcsin(n \cdot \sin r)$, avem: $\alpha = 2[2r - \arcsin\,(n \cdot \sin r)]$ și $d\alpha/dr = 2\left[2 - \dfrac{n \cos r}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 r}}\right]$ care prin anulare ne dă $\sin r = \sqrt{(4 - n^2)/3n^2}$.

Deci: $[i]_{\alpha = \alpha_{max}} = \arcsin \sqrt{(4 - n^2)/3}$.

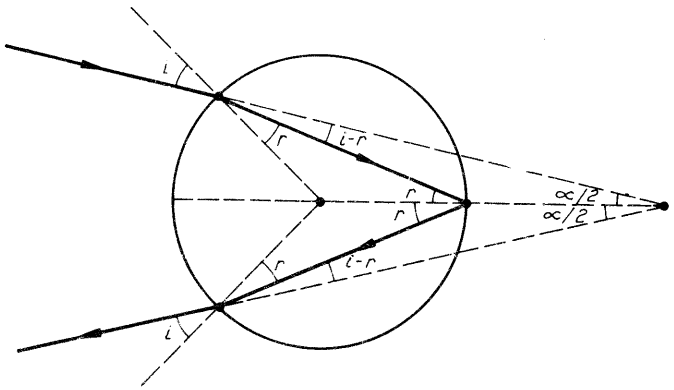


Fig. I.6.61, R

I.6.62. *a)* Din figura I.6.62, R avem:

$B'B'' = 2l\sqrt{\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin \alpha \sin \beta \cos(\alpha + \beta)}$. Dacă $\alpha + \beta = \varphi = 90°$, avem $B'B'' = 2\,l$ (independentă de φ). Deci suprafețele trebuie să fie perpendiculare. *b)* Din $\triangle BMC$ și $\triangle NMC$, avem $i + \beta = 90 = \varphi + \beta + i' \Rightarrow$ $\Rightarrow i' = i - \varphi$. Din $\triangle\, BDC \Rightarrow \widehat{DBC} = 180 - 2i$ sau după calcule, $\alpha = 2\varphi$ (independent de i). *c)* Dacă $\alpha = 90°$ rezultă $\varphi = \alpha/2 = 45°$.

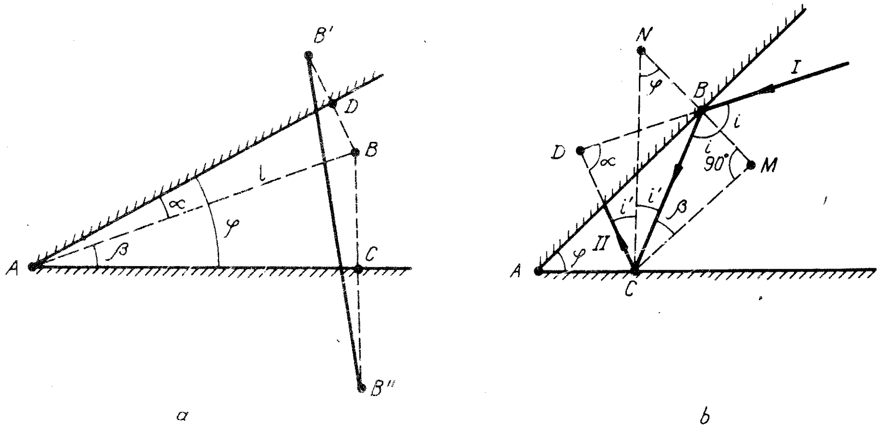


Fig. I.6.62, R

I.6.63. *a)* Aplicînd legea a II-a a refracției în punctele A și B (fig. I.6.63, R) avem $i = i'$, ceea ce implică paralelismul razelor incidentă și emergentă.

b) $\Delta = \dfrac{d \sin(i - r)}{\cos r} = \dfrac{d \sin i\left(\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \sqrt{1 - \sin^2 i}\right)}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}$; *c)* Dacă $i \to 90°$, atunci $\sin i \to 1$, deci $\Delta_{max} = d$.

I.6.64. $\Delta = d\,\sin(i - r)\,/\cos r \Rightarrow \operatorname{tg} r = \operatorname{tg} i - \Delta/d \cos i$. Rezultă $r = 28°$; $n = \sin i/\sin r = 1{,}36$.

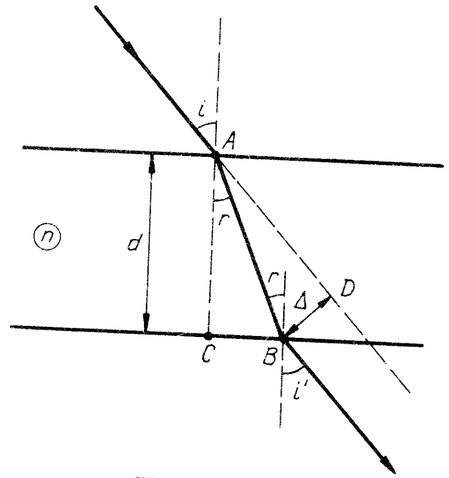


Fig. I.6.63, R

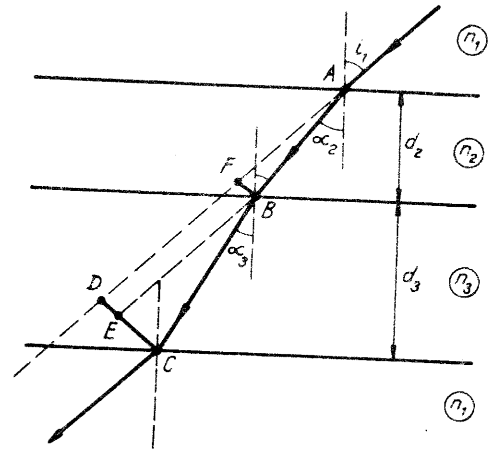


Fig. I.6.65, R

I.6.65. Din figura I.6.65, R, avem: $\Delta = BF + EC = (d_2 + d_3)\,\sin i_1 - (d_2 \operatorname{tg} \alpha_2 + d_3 \operatorname{tg} \alpha_3) \cos i_1$. Exprimînd funcțiile unghiurilor α_2 și α_3 din legile refracției în punctele A, B, C, avem:

$$\Delta = (d_2 + d_3)\,\sin i_1 - n_1 \sin i_1 \cos i_1 \left(\frac{d_2}{\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i_1}} + \frac{d_3}{\sqrt{n_3^2 - n_1^2 \sin^2 i_1}}\right).$$

I.6.66. Din figura problemei avem $AB = A'B' + B'C'$ sau $h \operatorname{tg} \alpha_0 = h_1 \operatorname{tg} \alpha_1 + h_2 \operatorname{tg} \alpha_2$. În plus $n_1 \sin \alpha_1 = \sin \alpha_0$; $n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$ și cum în aproximație gaussiană $\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha$ și $\cos \alpha = 1$, rezultă $h = h_1/n_1 + h_2/n_2$, relație ce se pretează la generalizare.

I.6.67. Din figura I.6.67, R avem $BD = AB \cos i = 2d \operatorname{tg} r \cos i$; $\sin r = \sin i/n$. Rezultă $BD = (d \sin 2\,i)/\sqrt{n^2 - \sin^2 i} = 1{,}3$ cm.

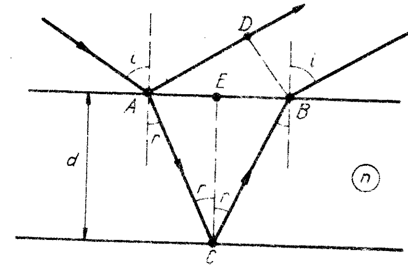


Fig. I.6.67, R

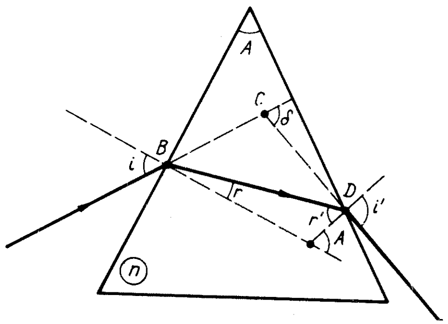


Fig. I.6.68, R

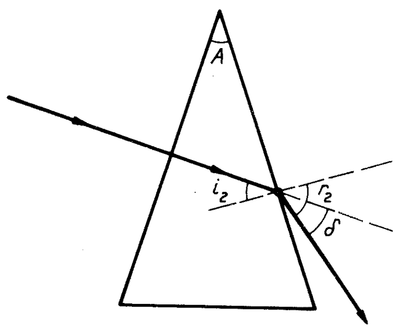


Fig. I.6.69, R

I.6.68. *a)* Din figura I.6.68, R se observă că $\delta = i - r + i' - r'$ și $A = r + r'$, deci $\delta = i + i' - A$. Se observă că $\delta = f(i)$. Din $d\delta/di = 0 \Rightarrow i = i'$, deci $\delta_{min} = 2i - A$. *b)* Legea a II-a a refracției aplicată în punctele B și D, ne dă $\sin i = n \sin r$; $n \sin r' = \sin i' \Rightarrow r = r'$, deci raza BD este paralelă cu baza prismei. *c)* Reflexia totală se produce în D dacă $r' \leqslant \arcsin 1/n$. Avem $r = \arcsin\left(\frac{\sin i}{n}\right)$. Deci $A \leqslant \arcsin 1/n + \arcsin\left(\frac{\sin i}{n}\right)$. *d)* Valoarea maximă a lui i este $i = 90°$. Rezultă $\sin r = 1/n$ și $\sin r' = \sin i'/n$. Avem $r' = A - r \Rightarrow \sin r' = \sin i'/n = \sin (A - r)$.
În final avem: $\sqrt{n^2 - 1} = \operatorname{ctg} A + \sin i'/\sin A$ care este relația cerută.

I.6.69. Din figura I.6.69, R: $i_2 = A$; $\sin i_2/\sin r_2 = 1/n$; $r_2 = i_2 + \delta = A + \delta$ și $n \sin A = \sin (A + \delta)$ sau $\operatorname{ctg} A = (n - \cos \delta)/\sin \delta$, deci $A = 34°$.

I.6.70. Din figura I.6.70, R avem $i_1 = 90 - A_2/2$; $r_2 = A_2/2$. Avem, de asemenea, $\sin i_1 = n_1 \sin r_1$; $n_1 \sin i_2 = n_2 \sin r_2$ sau $n_1 \sin (90 - r_1) = n_1 \cdot \cos r_1 = n_2 \sin \frac{A_2}{2}$; $\cos r_1 = \sqrt{1 - \sin^2 r_1} = \sqrt{1 - \frac{1}{n_1^2} \cdot \cos^2 \frac{A_2}{2}}$. Rezultă $\operatorname{tg} \frac{A_2}{2} = \sqrt{(n_1^2 - 1)/n_2^2 - n_1^2}$. (Raza incidentă trebuie să fie paralelă cu bazele.)

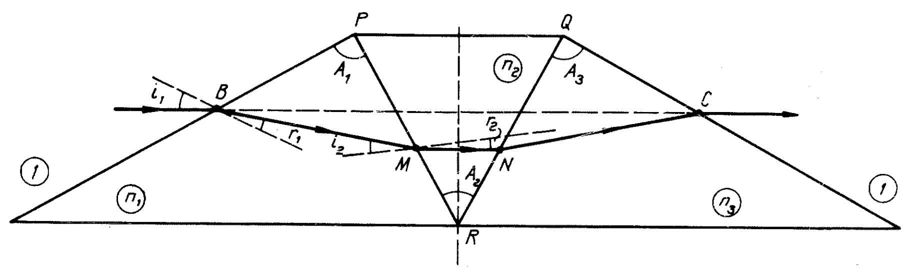


Fig. I.6.70, R

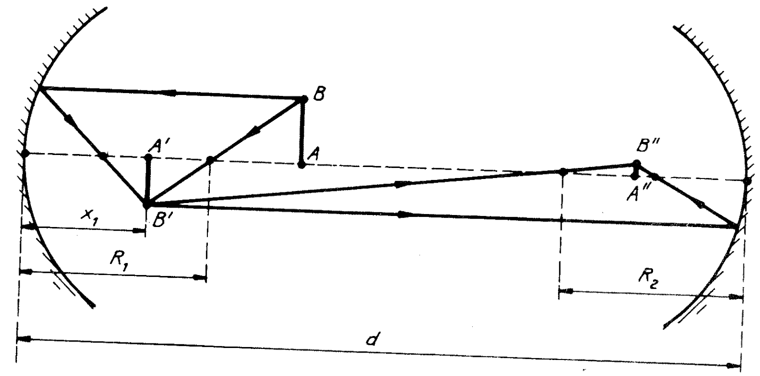


Fig. I.6.74, R

DISPERSIA. ABSORBȚIA

I.6.71. Aplicînd legea a II-a a refracției în punctul I, avem: $r_R = \arcsin (1{,}51/2) = 49°$; $r_V = \arcsin (1{,}53/2) = 49°50'$ deci $\Delta r = 50'$.

I.6.72. Fie I_0 intensitatea luminoasă inițială, I intensitatea luminoasă după trecerea prin mediul optic, iar l grosimea acestui mediu. Avem $I = I_0 e^{-kl} = I_0 \cdot 10^{-k'l}$ (k=coeficient natural de absorbție, k'=coeficientul de absorbție). Rezultă: $I/I_0 = 9 \cdot 10^{-1} = 10^{-k'} \cdot 10^{-2} \Rightarrow k' = 0{,}043 \cdot 10^{-2}\ m^{-1}$; *a)* $k = k'/0{,}43 = 10^{-3}\ m^{-1}$; *b)* dacă intensitatea se reduce la jumătate, avem $l_{1/2} = 6{,}9 \cdot 10^{-4}$ m.

I.6.73. Avem $I_0/4 = I_0 \cdot 10^{-k_1' l}$ de unde $l = \lg 4/0{,}02 = 30{,}1$ cm. Pentru al doilea caz $I_0/3 = I_0 \cdot 10^{-k_2' l}$ de unde $k_2' = \lg 3/30{,}1 = 1{,}6 \cdot 10^{-4}\ m^{-1}$.

OPTICA GEOMETRICĂ. INSTRUMENTE OPTICE

I.6.74. Față de prima oglindă, (fig. I.6,74, R) pozițiile obiectului x_1 și a imaginii x_2 satisfac relația $x_2/x_1 = R_1/(2x_1 - R_1)$. Față de a doua oglindă, poziția obiectului $x_1' = d - x_1$ și a imaginii x_2' satisfac relația $x_2'/(d - x_1) = R_2/2[(d - x_1) - R_2]$. Din egalitatea imaginilor rezultă $x_1 = dR_1/(R_1 + R_2)$.

I.6.75. Fie x_1 și x_2 pozițiile obiectului, respectiv imaginii față de prima oglindă (fig. I.6.75, R). Avem $x_2 = x_1 f/(x_1 - f)$. Imaginea față de prima oglindă devine obiect pentru a doua, deci $x_1' = d - x_2 = (x_1 d - df -$

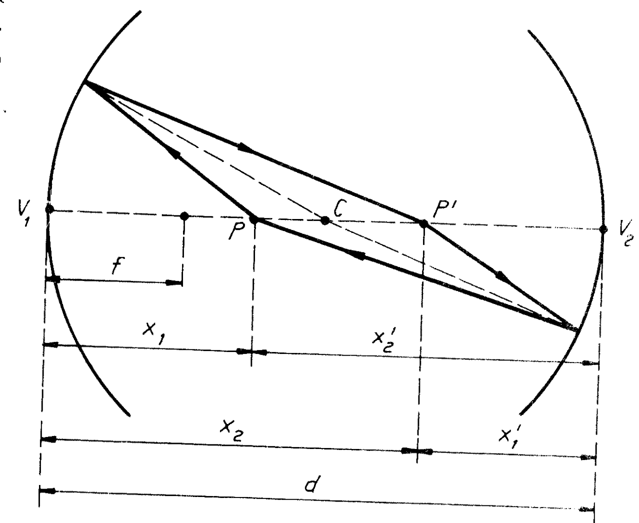


Fig. I.6.75, R

$-x_1f)/(x_1-f)$ și $x_2' = f(x_1d - df - x_1f)/(x_1d - df - 2x_1f + f^2)^2$. Deoarece $x_2' = d - x_1$ avem $x_1^2 - x_1d + df = 0$ de unde $d \geqslant 4f$.

I.6.76. Din figura I.6.76, R rezultă că pozițiile imaginii față de oglindă sînt date de $x_2 = k_1f/(k_1-1)$ și $x_2' = k_2f/(k_2-1)$. Viteza obiectului este $v_1 = f(k_1-k_2)/t$, iar a imaginii $v_2 = (x_2'-x_2)/t$, deci $v_2/v_1 = 1/(k_2-1)(k_1-1)$ care devine foarte mare pentru $k_1 \to 1$.

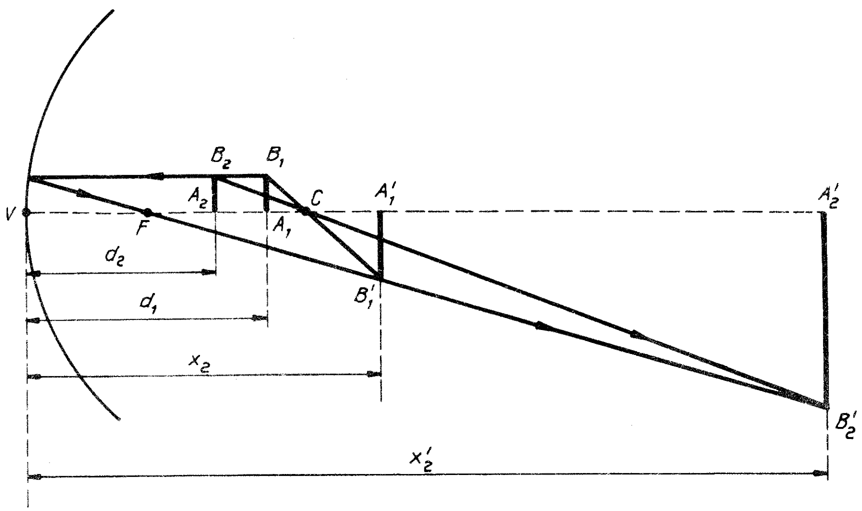


Fig. I.6.76, R

I.6.77. *a)* $x_2 = x_1f/(x_1-f) = 0{,}3$ m; *b)* $x_2' = 0{,}31$ m; $x_2' - x_2 = 1$ cm.

I.6.78. Avem $x_2 = x_1R/(2x_1 - R)$, deci $x = x_1 + (x_2 - x_1)/2 = x_1^2/(2x_1 - R) = 0{,}45$ m.

I.6.79. *a)* $f = 1/[(n-1)\cdot(1/R_1 - 1/R_2)] = 25$ cm (convergentă); *b)* $P = 1/f = 4$ dioptrii.

I.6.80. $C_1 = \left(\frac{n}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$; $C_2 = \left(\frac{n}{n_2} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$. Rezultă: $n = (C_1 - C_2)n_1n_2/(C_1n_1 - C_2n_2) = 1{,}69$.

I.6.81. În primul caz avem $f_1 = (n-1)f/(n/n_1) - 1 = 0{,}9$ m, iar în al doilea caz $f_2 = (n-1)f/(n/n_2) - 1 = -1{,}02$ m.

I.6.82. $f = x_1x_2/(x_1 + x_2) = 5$ cm; $x_1 = x_2y_1/y_2 = 20/3$ cm; $\beta = -3$.

I.6.83. $f = 1/C = 25$ cm; $x_2 = x_1f/(x_1 + f) = 37{,}5$ cm; $y_2 = y_1x_2/x_1 = -4$ cm; $\beta = x_2/x_1 = -0{,}5$ (conform convențiilor din manual).

I.6.84. *a)* Distanța obiect-imagine, în funcție de x_1 va fi: $d(x_1) = x_1^2/(x_1 - f)$. Derivata acestei funcții, în raport cu x_1 ne dă, prin anulare, $x_1 = 2f$, deci $d_{min} = 4f$. *b)* Din condiția $x_1 + x_2 = d'$ avem $x_1^2 - x_1d' + fd' = 0$, deci $d' \geqslant 4f$.

I.6.85. *a)* $x_2 = x_1f/(x_1 - f) = 120$ cm; $y_2 = y_1x_2/x_1 = 20$ cm; (fig. I.6.85, R); *b)* dacă $\beta = 1$ atunci $x_1' = 2f$ și deci $\Delta x = 2f - x_1$ deci $t = \Delta x/v = 0{,}8$ s.

I.6.86. $1/f = 1/f_1 + 1/f_2 + 1/f_3$ de unde $f_3 = 4{,}4$ cm.

I.6.87. Rezultă $f = f_1f_2/(f_1 + f_2) = f_1/[1 + (f_1/f_2)]$. Numitorul fiind supraunitar, rezultă că $f < f_1$.

I.6.88. Avem $\beta = x_2/x_1 = f/(x_1 - f)$. Din enunț rezultă că:

$$(1 + k_2f)/k_2 < x_1 < (1 + k_1)f/k_1, \text{ deci } 4f/3 < x_1 < 3f/2.$$

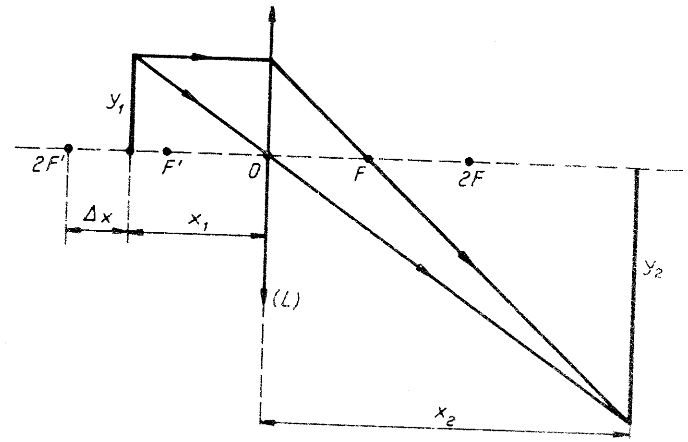


Fig. I.6.85, R

I.6.89. Pentru lentilele divergente avem: $-1/f = 1/kf - 1/x_2$, de unde $x_2 = kf/(k+1)$, deci imaginea este dreaptă, virtuală și mai mică de $(k+1)$ ori decît obiectul. Mărirea liniară este $\beta = 1/(k+1)$ și se poate discuta în funcție de k.

I.6.90. Pentru lentila divergentă avem: $\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} = -\frac{1}{f}$ și cum $x_1 \to \infty$ avem $x_2 = f$. Pentru lentila convergentă avem $\frac{1}{x_1'} + \frac{1}{x_2'} = \frac{1}{2f}$ și cum $x_2' \to \infty$ avem $x_1' = 2f$. Deoarece $x_1' = f + l$, rezultă $l = f$.

I.6.91. Din figura I.6.91, R avem: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{OB_1} = \frac{1}{f}$; $\frac{1}{VB_1} + \frac{1}{VB_2} = \frac{2}{R}$; $\frac{1}{OB_2} + \frac{1}{OB_3} = \frac{1}{f}$; Din acest sistem rezultă $OB_3 = 12{,}8$ cm.

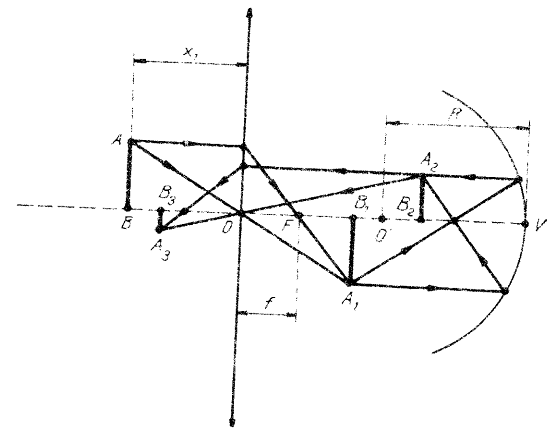


Fig. I.6.91, R

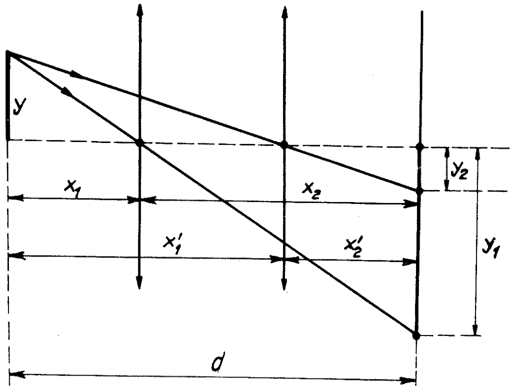


Fig. I.6.93, R

I.6.92. Imaginea finală se formează la 15 cm de centrul optic al celei de a doua lentile.

I.6.93. Din figura I.6.93, R avem relațiile: $y_1/y = x_2/x_1$; $y_2/y = x'_2/x'_1$; $x_1 + x_2 = x'_1 + x'_2 = d$; $1/x_1 + 1/x_2 = 1/x'_1 + 1/x'_2 = 1/f$. Rezultă

$$y_1/y_2 = (d + \sqrt{d^2 - 4df})^2/16d^2$$

cu condiția $d \geqslant 4f$.

I.6.94. Din figura I.6.94, R avem $y_2/y = x_2/x_1$; $y'_2/y = x'_2/x'_1$; $x_1 + x_2 = d_1$; $x'_1 + x'_2 = d_2$. Aplicînd formula distanței focale avem $d_1yy_2 = f(y + y_1)^2$ și $d_2yy'_2 = f(y + y'_2)^2$. După calcule găsim: $y = \dfrac{y'_2\sqrt{d_1y_1} - y_1\sqrt{d_2y'_2}}{\sqrt{d_2y'_2} - \sqrt{d_1y_1}}$ și

$$f = \sqrt{d_1d_2} \cdot \frac{y_2y'_2}{(y'_2 - y_1)^2}\left(\frac{y_2 + y'_2}{\sqrt{y_2y'_2}} - \frac{d_1 + d_2}{\sqrt{d_1d_2}}\right).$$

I.6.95. Avem $\beta_1 = x_2/x_1$; $\beta_2 = x'_2/x'_1$; $x_1/f = 1 + (x_1/x_2) = 1 + (1/\beta_1)$; $x'_1/f = 1 + (x'_1/x'_2) = 1 + (1/\beta_2)$. Rezultă, $f = d/(1/\beta_1) - (1/\beta_2)$ (fig.I.6.95, R).

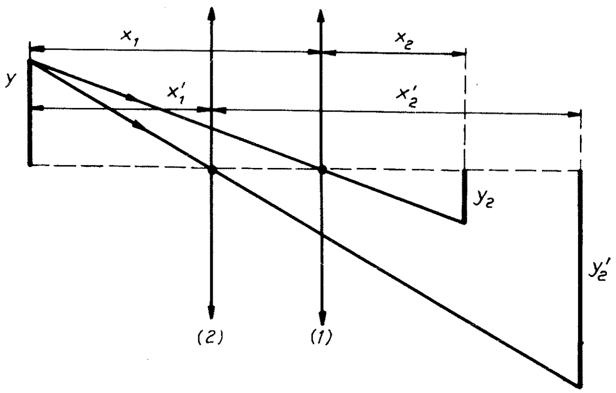


Fig. I.6.94, R

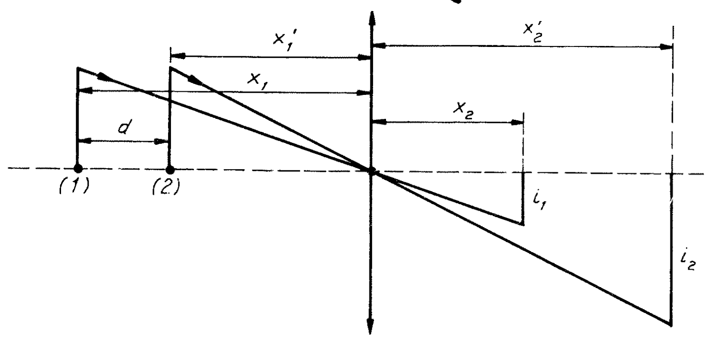


Fig. I.6.95, R

I.6.96. Una din imagini este reală, cealaltă virtuală. Deci: $1/x_1 - 1/x_2 = 1/x'_1 + 1/x'_2$. Deoarece $x_1 + x'_1 = d$ și $x_2 = x'_2$, avem $x_1 = d[1 \pm \sqrt{1 - (2f/d)}]/2$.

I.6.97. Fie $\beta_1 = y_1/y$; $\beta_2 = y'_1/y$ măririle liniare. Deoarece $1/x_1 + 1/x_2 = 1/x'_1 + 1/x'_2$ și $x'_1 = x_1 + l$ rezultă $f = \beta_1\beta_2 l/(\beta_1 - \beta_2)$.

I.6.98. Se descompune lentila în doi dioptri sferici. Dacă razele vin din stînga, avem: $\dfrac{1}{f_1} = \dfrac{1}{R_1}\left(1 - \dfrac{n_1}{n_2}\right)$; $\dfrac{1}{f_2} = -\dfrac{1}{R_2}\left(1 - \dfrac{n_2}{n_3}\right)$. Dacă razele vin din dreapta, avem: $\dfrac{1}{f_1} = \dfrac{1}{R_2}\left(1 - \dfrac{n_3}{n_2}\right)$; $\dfrac{1}{f_2} = -\dfrac{1}{R_1}\left(1 - \dfrac{n_2}{n_1}\right)$.

I.6.99. $y_2/y_1 = x_2/x_1 = f/x_1 \Rightarrow y_1 = y_2x_1/f = 28$ m.

I.6.100. *a)* $P = 1/f = 20$ dioptrii; *b)* $x_1 = \delta f/(f + \delta) = 0{,}041$ m; *c)* $x_1 = f(k - 1)/k = 0{,}0375$ m.

I.6.101. $P = e/f_{ob} \cdot f_{oc} = 133$ dioptrii; $G = P/4 = 33$.

I.6.102. $\beta = x_2/x_1$ și aplicînd formulele lentilelor găsim

$$x_1 = f(\beta + 1)/\beta = 12{,}5 \text{ m}.$$

I.7.1. Avem $\vec{V}_F = \vec{V}_M + \vec{V}$. Pentru $\alpha = 0 \Rightarrow (V_F)_{max} = V_M + V$. Pentru $\alpha = 180° \Rightarrow (V_F)_{min} = V_M - V$. (Obs. cînd folosim modulul mărimii, utilizăm aceeași literă fără săgeată.) Deci: $V_M + V \geqslant V_F \geqslant V_M - V$.

I.7.2. Avem: $V_{F_1} = V_M + V = 215$ m/s; $V_{F_2} = V_M - V = 185$ m/s; $V_{F_3} = \sqrt{V_M^2 + V^2} = 201$ m/s.

I.7.3. *a)* Față de elice punctul M este în repaus ($x_M = y_M = z_M = 0$). *b)* Față de avion punctul M descrie un cerc de rază R, adică $x'_M = R\cos\alpha$; $y'_M = R\sin\alpha$ (fig. I.7.3, R). *c)* Față de pămînt mobilul descrie o mișcare elicoidală, adică $x''_M = R\cos\alpha$; $y''_M = R\sin\alpha$; $z''_M = vt$, unde v este viteza avionului.

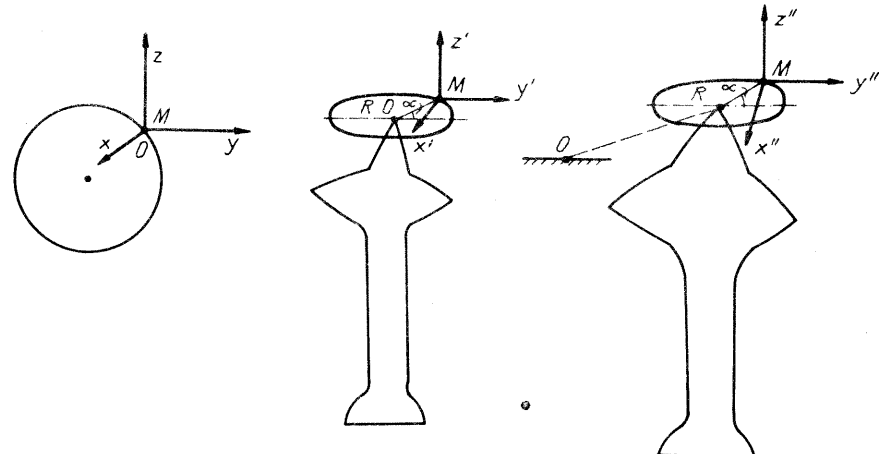


Fig. I.7.3, R

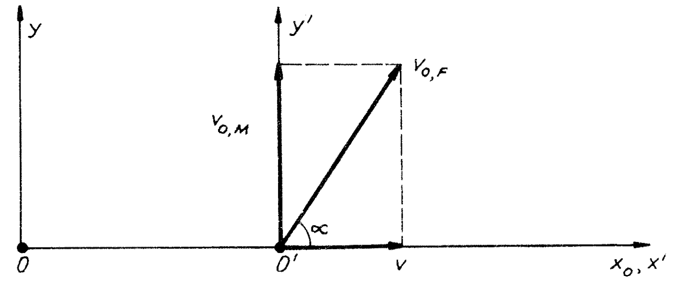


Fig. I.7.5, R

I.7.4. Vitezele mobilelor, în sistemul mobil, sînt: $v_{M_1} = v_1 - v$; $v_{M_2} = v_2 - v$. Energia cinetică a sistemului corpurilor, în sistemul mobil, va fi: $E_{c,M} = \frac{1}{2}[m_1(v_1 - v)^2 + m_2(v_2 - v)^2]$. Se anulează prima derivată a acestei energii în raport cu viteza de transport și se determină: $v = (m_1v_1 + m_2v_2)/(m_1 + m_2)$. Deci $E_{c,min} = m_1m_2(v_1 - v_2)^2/[2(m_1 + m_2)]$.

I.7.5. *a)* Față de sistemul fix, (fig. I.7.5, R) avem $x = vt$; $y = v_{0,M}\,t - \frac{(gt^2)}{2}$; $v_{0,M} = gt_0/2$; $y = \frac{gx}{2v}\left(t_0 - \frac{x}{v}\right)$. *b)* În sistemul mobil avem: $h_{max,M} = v_{0,M}^2/2g = gt_0^2/8$. Știind că: $v_{0,F} = \sqrt{v^2 + v_{0,M}^2}$ și $\sin\alpha = v_{0,M}/v_{0,F}$ rezultă: $h_{max,F} = v_{0,F}^2 \sin^2\alpha/2g = v_{0,M}^2/2g = h_{max,M}$, deci raportul cerut este 1.

I.7.6. Fie x_1 și x_2 extremitățile barei în sistemul fix $l = x_2 - x_1$. Fie x_1' și x_2' extremitățile barei în sistemul mobil, măsurate la momentele t_1' și t_2'. Rezultă: $l_0 = x_2' - x_1'$. Deoarece e posibil, în sistemul mobil, ca $t_1' = t_2' = t$, rezultă conform transformărilor Lorentz-Einstein: $x_2' - x_1' = l_0 = (x_2 - vt - x_1 + vt)/\sqrt{1 - (v^2/c^2)} = (x_2 - x_1)/\sqrt{1 - (v^2/c^2)} = l/\sqrt{1 - (v^2/c^2)}$. Deci $l = l_0\sqrt{1 - (v^2/c^2)}$.

I.7.7. Fie t_1 și t_2 începutul, respectiv, sfîrșitul procesului în sistemul fix și t_1' și t_2' momentele similare în sistemul propriu al procesului (mobil). Conform transformărilor Lorentz-Einstein, avem: $t_1 = [t_1' + (vx')/c^2]/\sqrt{(1 - (v^2/c^2)}$ și $t_2 = [t_2' + (vx')/c^2]/\sqrt{1 - (v^2/c^2)}$. Prin scădere se obține $t_2 - t_1 = \Delta t = (t_2' - t_1')/\sqrt{1 - (v^2/c^2)} = \Delta t'/\sqrt{1 - (v^2/c^2)}$.

I.7.8. *a)* $3{,}5 \cdot 10^{-10}$ m; *b)* $6{,}37 \cdot 10^{-5}$ km.

I.7.9. *a)* $\Delta t' = l_0/v = 10^{-5}$ s; *b)* $\Delta t \simeq 7 \cdot 10^{-5}$ s; $l = 420$ m.

I.7.10. Știm că $y = y'$; $z = z'$; $x = x'\sqrt{1 - (v^2/c^2)}$; $t = t'/\sqrt{1 - (v^2/c^2)}$. Rezultă $xyzt = x'y'z't' = \text{const.}$

I.7.11. Făcînd abstracție de valorile mici ale lui v și v', putem avea situațiile: *a)* $v' = c$; $v_F = c$; *b)* $v = c$; $v_F = c$; *c)* $v' = c$; $v = c$; $v_F = c$.

I.7.12. Dacă mediul ar fi în repaus, viteza razei ar fi $v' = c/n$. Dacă mediul se mișcă cu viteza v, atunci viteza razei este $v_{rază} = \frac{(c/n) - v}{1 - (v/nc)}$. După amplificarea cu conjugata numitorului și neglijînd termenii: v^2/n^2c^2 și v^2/nc se obține: $v_{rază} = \frac{c}{n} - v\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$.

I.7.13. Avem $eU : m_0c^2\,[1/\sqrt{1 - v^2/c^2)} - 1]$ sau $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{m_0c^2}{eU + m_0c^2}$. Știind că $l = l_0\sqrt{1 - (v^2/c^2)}$, avem în final $(l - l_0)/l = \Delta l/l = eU/(eU + m_0c^2)$. Pentru electron se obține $\Delta l/l = 66\%$, pentru proton $\Delta l/l = 0{,}11\%$.

I.7.14. Avem $k = l_0/l = 1/\sqrt{1 - (v^2/c^2)}$ și $\sqrt{1 - (v^2/c^2)} = m_{0p}c^2/(eU + m_{0p}c^2)$. Deci: $U = m_{0p}c^2(k - 1)/e = 1{,}5 \cdot 10^8$ V.

I.7.15. *a)* $E_0 = m_0c^2 = 8{,}2 \cdot 10^{-14}$ J; *b)* din $E_c = E_0[1/\sqrt{1 - (v^2/c^2)} - 1]$, avem $v = c\sqrt{E_c(2E_0 + E_c}/(E_0 + E_c) = 2{,}8 \cdot 10^8$ m/s; *c)* $m = m_0/\sqrt{1 - (v^2/c^2)} = 2{,}53 \cdot 10^{-30}$ kg; *d)* $p = mv = 7 \cdot 10^{-22}$ N · s; $E = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4} = 508{,}24 \cdot 10^{-28}$ J.

I.7.16. $p = m_0v/\sqrt{1 - (v^2/c^2)}$; $v = eBr/m_0\sqrt{1 + (eBr/m_0c)^2} = 2{,}6 \cdot 10^8\,\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, *b)* $p = eBr = 9{,}6 \cdot 10^{-22}$ N · s; *c)* $E_0 = m_0c^2 = 8{,}2 \cdot 10^{-14}$ J; $E_c = E_0[1/\sqrt{1 - (v^2/c^2)} - 1] \simeq 10^{-14}$ J.

I.7.17. $m/m_0 = \sqrt{1 - (v^2/c^2)} \simeq 1{,}52$.

I.7.18. $m = 1{,}8\,m_0 = 3 \cdot 10^{-27}$ kg; $v \simeq 2{,}5 \cdot 10^8$ m/s; $p = mv = 7{,}5 \cdot 10^{-19}$ N · s; $E = mc^2 = 2{,}5 \cdot 10^{-10}$ J.

I.7.19. În primul caz avem $evB = mv^2/R$ de unde $R = 13{,}5$ cm. În al doilea caz avem $R = 0{,}8\;cm_0/eB\sqrt{1 - (v^2/c^2)} = 22{,}6$ cm.

I.7.20. *a)* $v = c\sqrt{E_c(2E_0 + E_c)}/(E_c + E_0) = 1{,}4 \cdot 10^8$ m/s, $m = m_0/\sqrt{1 - (v^2/c^2)} = 7{,}5 \cdot 10^{-27}$ kg; $p \simeq mv = 10^{-18}$ N · s; *b)* $B = p/qr = 3{,}5$ T; *c)* $T = 2\pi r/v = 5 \cdot 10^{-8}$ s; $\nu = 0{,}2 \cdot 10^8$ Hz.

I.7.21. *a)* $e/m_0 = 1{,}7 \cdot 10^{11}$ C/kg; *b)* $e/m = (e/m_0) \cdot \sqrt{1-(v^2/c^2)} = 1{,}02 \cdot 10^{11}$ C/kg. Vezi graficele din figura I.7.21, R.

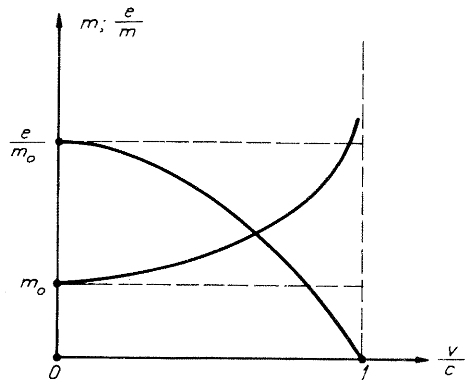


Fig. I.7.21, R

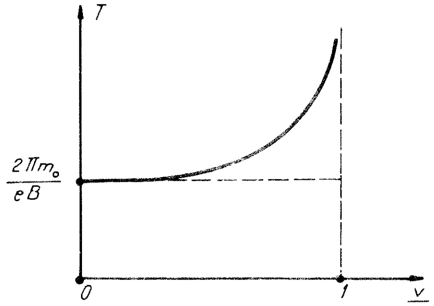


Fig. I.7.25, R

I.7.22. Avem $E_c/m_0 = c^2(m - m_0)/m_0 = c^2k$ deci $E_c = m_0kc^2 = 6 \cdot 10^{-11}$ J.

I.7.23. Avem $m_0c^2\,[1/\sqrt{1-(v^2/c^2)} - 1] = m_0c^2$, deci $v = c\,\sqrt{3}/2 = 2{,}595 \cdot 10^8$ m/s.

I.7.24. $m_{0p}/\sqrt{1-(v^2/c^2)} = m_{0\alpha}$ de unde $v = c\,\sqrt{m_{0\alpha}^2 - m_{0p}^2}/m_{0\alpha} = 2{,}97 \cdot 10^8$ m/s.

I.7.25. Vezi figura I.7.25, R; $T = 2\pi m_0/eB\sqrt{1-(v^2/c^2)}$.

I.7.26. Avem: $E_c = E - E_0 = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2\,[1/\sqrt{1-(v^2/c^2)} - 1] = m_0c^2[(1 - v^2/c^2)^{-1/2} - 1]$. Pentru $v \ll c$ avem: $(1 - v^2/c^2)^{-1/2} = 1 + v^2/2c^2 + 3v^4/8c^4 + \ldots$ care se reduce prin neglijarea unor termeni la $1 + (v^2/2c^2)$. Deci, $E_c = m_0c^2[1 + (v^2/2c^2) - 1] = m_0v^2/2$.

I.7.27. $Q = mc_{H_2O} \cdot \Delta t = E = \Delta m \cdot c^2 \Rightarrow \Delta m = 5{,}57 \cdot 10^{-12}$ kg.

FIZICA CLASA A XII-a

ENUNŢURI

Pentru rezolvarea problemelor din acest capitol se vor considera următoarele valori pentru constantele:

constanta lui Planck	$h = 6{,}625 \cdot 10^{-34}$ J · s,
masa de repaus a electronului	$m_0 = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg,
sarcina electronului	$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C,
masa protonului	$m_p = 1{,}6720788 \cdot 10^{-27}$ kg,
masa neutronului	$m_n = 1{,}6743839 \cdot 10^{-27}$ kg,
constanta lui Boltzmann	$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J · grd^{-1} = $8{,}625 \cdot 10^{-5}$ eV · grd^{-1}.

II.1.1. Să se determine energia, impulsul şi masa fotonului a cărui lungime de undă corespunde: *a)* radiaţiei violet din domeniul vizibil ($\lambda_v = 600$ nm); *b)* radiaţiei Röntgen cu lungimea de undă de 0,1 nm; *c)* radiaţiei gamma cu lungimea de undă de 1 pm.

II.1.2. Cîţi fotoni a căror lungime de undă în vid este $\lambda_0 = 520$ nm au energia totală de 10^{-3} J?

II.1.3. La ce temperatură energia termică medie a moleculelor unui gaz perfect monoatomic este egală cu energia fotonilor corespunzători: *a)* radiaţiei vizibile ($\lambda = 0{,}5$ μm); *b)* radiaţiei Röntgen ($\lambda = 0{,}1$ nm).

II.1.4. Să se calculeze frecvenţa unei radiaţii electromagnetice a cărei putere este egală cu $3 \cdot 10^{-2}$ W, ceea ce corespunde la 10^{14} fotoni/secundă.

II.1.5. Ce număr de fotoni cu lungimea de undă $\lambda = 0{,}5$ μm, dintr-un fascicul paralel va avea impulsul total egal cu impulsul mediu al atomului de heliu, la temperatura $T = 300$ K?

II.1.6. Cu ce viteză trebuie să se mişte un electron pentru ca energia lui cinetică să fie egală cu energia unui foton cu $\lambda = 5{,}2 \cdot 10^{-7}$ m?

II.1.7. Din teoria ondulatorie a luminii se ştie că indicele de refracţie absolut al unei substanţe este $n = c/v$, unde c reprezintă viteza luminii în vid, iar v viteza luminii în substanţa respectivă. Conform concepţiei corpusculare $n = p/p_0$, în care p reprezintă impulsul fotonilor în substanţă, iar p_0 impulsul fotonilor în vid. Există oare o contradicţie, în aceste două formulări?

II.1.8. Să se calculeze lungimea de undă şi impulsul unui foton a cărui energie este egală cu energia de repaus a electronului. Se cunosc masa de repaus a electronului m_0, viteza luminii în vid c şi h.

II.1.9. Să se calculeze energia fotonului care are același impuls ca: *a)* un proton cu energia cinetică 50 MeV; *b)* un electron cu energia cinetică 50 MeV. (Indicație: datorită valorii energiei, protonul poate fi tratat nerelativist, dar electronul trebuie tratat relativist.)

II.1.10. Impulsul transferat de către un fascicul monocromatic de fotoni unei suprafețe $S = 2 \cdot 10^{-4}$ m² în intervalul de timp $\Delta t = 30$ s este $p = 3 \cdot 10^{-9}$ kgm/s. Determinați energia incidentă pe unitatea de suprafață în unitatea de timp pentru acest fascicul.

II.1.11. Intensitatea radiației solare ce cade pe pămînt este de $1{,}4 \cdot 10^3$ W/m². Cîți fotoni/cm² · min. reprezintă aceasta, presupunînd o lungime de undă medie 550 nm?

II.1.12. Intensitatea unui fascicul de lumină monocromatică este de 30 W/m². Folosind noțiunile de mecanică cuantică, să se determine impulsul p al tuturor particulelor transportate de flux în timpul $t = 5$ s printr-o secțiune normală $S = 10$ cm².

II.1.13. La așa-numita rachetă fotonică, mișcarea se obține prin ejectarea unui fascicul de fotoni. Fie m masa rachetei, $h\nu$ energia unui foton și n numărul de fotoni emiși în unitatea de timp. Să se arate că accelerația rachetei are expresia: $a = nh\nu/mc$.

II.1.14. Cîte cuante corespund unui joule din radiațiile electromagnetice cu lungimile de undă $\lambda_1 = 550$ μm și $\lambda_2 = 0{,}1$ nm?

II.1.15. Cîți fotoni emite într-o secundă filamentul unui bec electric cu puterea $P = 1$ W, dacă lungimea de undă medie este $\lambda = 1$ μm?

II.1.16. Care este numărul fotonilor radiației vizibile emiși într-o secundă de către un bec electric cu incandescență cu puterea $P = 75$ W, dacă se știe că în radiația vizibilă se găsește $\eta = 1/25$ din energia consumată de bec. Lungimea de undă medie a radiației vizibile este $\lambda = 5{,}5 \cdot 10^{-7}$ m.

II.1.17. Becul unei lanterne de buzunar are o putere de aproximativ 1 W. Presupunînd că această putere este radiată în toate direcțiile și că lungimea de undă corespunzătoare frecvenței medii este 1 μm, să se calculeze cîți fotoni cad în timp de o secundă pe o suprafață de 1 cm² așezată la 10 m perpendicular pe direcția razelor.

II.1.18. Ochiul, la întuneric, percepe radiația cu lungimea de undă de 555 nm, dacă primește cel puțin $n = 60$ fotoni pe secundă. *a)* Cărei intensități a undei îi corespunde această limită? *b)* Ce putere are sursa, dacă distanța dintre sursa punctiformă și ochi este de 10 km? Diametrul pupilei, la întuneric, este de $D = 8$ mm.

II.1.19. Determinați numărul mediu n de fotoni care pătrund în ochi în unitate de timp, dacă se privește un bec electric cu puterea $P = 200$ W de la distanța $l = 10$ m. Lungimea de undă medie a radiației produsă de bec este $\lambda = 6 \cdot 10^{-7}$ m. Diametrul pupilei ochiului este $d = 2$ mm. Împrăștierea și absorbția luminii se neglijează.

II.1.20. O plăcuță, perfect absorbantă, cu masa de 10 mg este suspendată de un fir inextensibil și fără greutate cu lungimea de 2 cm. O radiație laser, de foarte scurtă durată, cade perpendicular pe suprafața plăcii, și ca urmare, firul deviază cu un unghi de 0,6°. Determinați energia radiației laser.

II.1.21. De ce existența unei frecvențe de prag în efectul fotoelectric pledează în favoarea teoriei fotonice și nu a teoriei ondulatorii?

II.1.22. *a)* Să se explice de ce, chiar în cazul unei iluminări cu radiații monocromatice are loc o distribuție după viteze a electronilor emiși? *b)* De ce în cazul unei iluminări monocromatice peliculele subțiri (avînd o grosime de ordinul a 10^{-7}—10^{-8} cm) emit electroni mai omogeni ca viteze?

II.1.23. De ce măsurătorile fotoelectrice sînt atît de sensibile la natura suprafeței materialului folosit în efectul fotoelectric?

II.1.24. Teoria efectului fotoelectric a lui Einstein, în care se postulează că lumina este de natură corpusculară, infirmă experiența de interferență a lui Young?

II.1.25. Pragul roșu al efectului fotoelectric pentru potasiu corespunde lungimii de undă de 577 nm. Să se calculeze valoarea minimă a cuantei de energie necesară pentru eliberarea unui electron din acest metal.

II.1.26. Determinați lungimea de undă de prag pentru litiu, zinc și wolfram

$$(L_{Li} = 2{,}3 \text{ eV};\ L_{Zn} = 4{,}21 \text{ eV};\ L_W = 4{,}52 \text{ eV}).$$

II.1.27. Să se afle lucrul de extracție al electronului de la suprafața zincului, dacă lungimea de undă maximă a fotonului care provoacă efectul fotoelectric este $\lambda_0 = 0{,}3$ μm.

II.1.28. Energia necesară pentru a scoate un electron din sodiu este 2,3 eV. Prezintă sodiul efect fotoelectric, dacă este iluminat cu lumină portocalie cu $\lambda = 680$ nm?

II.1.29. Lucrul de extracție al electronului de la suprafața cesiului este $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J. Cu ce viteză maximă ies electronii din cesiu, dacă asupra metalului cade lumină galbenă cu $\lambda = 0{,}589$ μm.

II.1.30. Pragul fotoelectric pentru bariu este $\lambda_0 = 5{,}5 \cdot 10^{-7}$ m. Cu ce viteză maximă ies electronii, dacă lungimea de undă a radiației incidente este $\lambda = 4{,}4 \cdot 10^{-7}$ m?

II.1.31. Lucrul de extracție al electronilor din cadmiu este $L = 4{,}08$ eV. Cît trebuie să fie lungimea de undă a luminii incidente pentru ca viteza maximă a electronilor extrași prin efect fotoelectric să fie $v = 7{,}2 \cdot 10^5$ m/s?

II.1.32. Pragul roșu fotoelectric pentru un metal necunoscut este $\lambda_0 = 275$ nm. Găsiți lucrul mecanic de extracție pentru un electron din acest metal și viteza maximă a electronilor extrași de către radiația cu lungimea de undă $\lambda = 180$ nm.

II.1.33. Energia de legătură a unui electron în atomul de plumb este $9 \cdot 10^4$ eV. La iradierea plumbului cu o anumită radiație electromagnetică sînt emiși electroni care descriu o traiectorie circulară cu raza $R = 0{,}25$ m în cîmpul magnetic de inducție $B = 10^{-2}$ T. Se cer: *a)* impulsul și energia electronilor emiși; *b)* energia fotonilor absorbiți; *c)* se poate neglija efectul de recul al ionilor de plumb?

II.1.34. Determinați viteza maximă a electronilor extrași de la suprafața argintului: *a)* iluminat cu radiații cu lungimea de undă $\lambda_1 = 0{,}155$ μm; *b)* cu radiații γ cu lungimea de undă $\lambda_2 = 0{,}001$ nm.

II.1.35. Se iradiază cu fotoni o țintă de wolfram ($L = 4,5$ eV). Se cere lungimea de undă a radiației electromagnetice pentru care electronii smulși din wolfram au: *a)* viteza maximă egală cu 0,1 *c*; *b)* viteza maximă egală cu 0,98 *c*.

II.1.36. Determinați energia cinetică maximă și viteza electronilor emiși dintr-un metal sub acțiunea radiațiilor gamma cu lungimea de undă de 30 pm.

II.1.37. Găsiți frecvența radiației pentru care electronii extrași din suprafața unui metal sînt opriți de o tensiune inversă de 2 V. Frecvența de prag pentru metal este $\nu_0 = 6 \cdot 10^{14}$ Hz.

II.1.38. Determinați potențialul la care încetează emisia electronilor dintr-un corp din cesiu iluminat cu radiații cu lungimea de undă de 600 nm ($L_{Cs} = 1,89$ eV).

II.1.39. O sferă de cupru în stare neutră, îndepărtată de alte corpuri, este iradiată cu lumină monocromatică avînd lungimea de undă de 0,2 μm. Pînă la ce potențial maxim se va încărca sfera, emițînd electroni? ($L_{Cu} = 4,47$ eV.)

II.1.40. Frecvența de prag a unui corp este $\nu_0 = 6 \cdot 10^{14}$ Hz. Determinați frecvența ν a radiațiilor ce cad pe acel corp, dacă electronii ieșiți din suprafața corpului sînt reținuți de corp cînd potențialul acestuia devine 3 V.

II.1.41. Lucrul de extracție al electronilor dintr-un catod este $L = 2$ eV. Analizați graficele din figura II.1.41 și precizați care dintre ele exprimă dependența energiei cinetice maxime de energia fotonilor care cad pe catod.

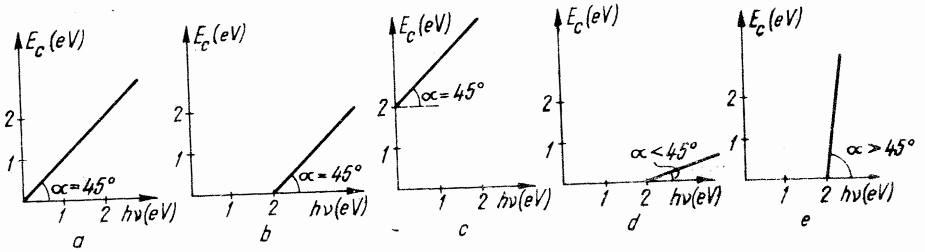


Fig. II.1.41

II.1.42. Dacă se iluminează catodul cu radiații cu lungimea de undă de 440 nm și apoi cu 680 nm, tensiunea de stopare variază de 3,3 ori. Determinați lucrul mecanic de extracție al electronului.

II.1.43. Utilizîndu-se o fotocelulă cu catod din cesiu iluminat cu radiații de diferite lungimi de undă s-au obținut următoarele rezultate: pentru radiația cu lungimea de undă $\lambda_1 = 0,4$ μm, tensiunea de stopare a fost $U_1 = 1,19$ V, iar pentru $\lambda_2 = 0,5$ μm, $U_2 = 0,57$ V. Determinați constanta lui Planck și lungimea de undă de prag pentru cesiu, cunoscînd sarcina electronului *e*.

II.1.44. Iluminînd suprafața unui metal succesiv cu radiațiile electromagnetice cu lungimile de undă $\lambda_1 = 0,35$ μm și $\lambda_2 = 0,54$ μm, se constată că viteza maximă a electronilor s-a micșorat de $\eta = 2$ ori. Determinați lucrul de extracție.

II.1.45. Pentru anularea curentului electric produs prin acțiunea radiațiilor electromagnetice cu lungimea de undă λ, se aplică între catod și anod o tensiune $U_s = 1,5$ V. Știind că lucrul mecanic de extracție pentru catodul folosit este $L = 4$ eV, determinați lungimea de undă.

II.1.46. În figura II.1.46 este reprezentată, pe baza rezultatelor experimentale, dependența tensiunii de stopare U_s în funcție de frecvența ν a radiațiilor incidente. Din acest grafic determinați constanta lui Planck, lucrul de extracție al electronilor din catod și frecvența de prag fotoelectric.

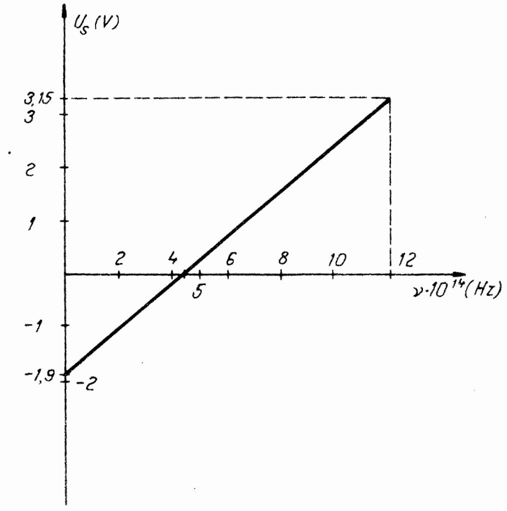


Fig. II.1.46

II.1.47. Lucrul de extracție, pentru o suprafață curată de litiu, este de 2,3 eV. Reprezentați grafic tensiunea de stopare în funcție de frecvența luminii incidente pentru această suprafață.

II.1.48. O cuantă de lumină cu lungimea de undă $2,32 \cdot 10^{-7}$ m eliberează un electron, de pe suprafața unui electrod de platină. Să se calculeze impulsul total transmis electrodului, dacă electronul este expulzat după direcția de mișcare a cuantei în sens contrar ($L = 5,29$ eV).

II.1.49. Un foton cu energia 10^4 eV este absorbit de un atom de hidrogen în repaus. Prin efect fotoelectric, electronul atomului este smuls din atom și ejectat pe aceeași direcție și în același sens cu acelea ale fotonului incident. Energia de legătură a electronului în atomul de hidrogen este de 13,6 eV. Se cer: *a)* energia și impulsul electronului ejectat din atom; *b)* impulsul și energia protonului.

II.1.50. Sub acțiunea unei cuante a unei radiații incidente cu lungimea de undă $\lambda = 272$ nm, o particulă microscopică de wolfram emite un electron sub un unghi drept față de direcția de mișcare a cuantei incidente. Să se determine mărimea și direcția impulsului transmis particulei ca rezultat al absorbției cuantei și emisiei electronului care se mișcă cu o viteză ce reprezintă $\eta = 2\%$ din viteza maximă posibilă în condițiile date ($L = 4,5$ eV).

II.1.51. Între plăcile unui condensator plan se găsește o substanță avînd lucrul de extracție $L = 2,5$ eV. Pe această substanță cade un fascicul de lumină monocromatică. Unul dintre electroni este emis cu viteza v_0 în planul median al condensatorului (plan paralel cu plăcile, situat la jumătatea distanței dintre ele). Știind că distanța dintre plăci este de 5 cm și tensiunea aplicată pe ele este $U = 1$ V să se determine: *a)* lungimea de undă a fasciculului luminos, știind că, pe distanța $l = 5$ cm, electronul este deviat în cîmp cu $y = 1$ cm (nu se ține cont de efectul gravitației); *b)* timpul scurs între momentul emisiei electronului și momentul ciocnirii lui cu una din plăcile condensatorului.

II.1.52. Între plăcile unui condensator plan, cu plăci circulare (discuri) de rază *R*, se află un mic grăunte metalic. El este situat în planul median (plan paralel cu plăcile, situat la jumătatea distanței dintre ele) la capătul unui diametru. Ce valori trebuie să aibă lungimea de undă λ a unei radiații incidente, pentru ca electronul emis de grăuntele metalic să poată ieși dintre plăcile condensatorului? Cîmpul electric este *E*, iar distanța dintre plăci este *d* (se neglijează reculul grăuntelui și se consideră că fotonul incident vine paralel cu plăcile condensatorului).

II.1.53. În electrodinamica clasică, se demonstrează că un oscilator situat în drumul unei unde electromagnetice cu lungimea de undă λ absoarbe o energie egală cu energia transportată prin elementul de suprafață a cărui arie este $S = \lambda^2$. Pornind de la aceste considerații, să se evalueze timpul necesar ca un atom, iradiat cu o radiație de lungime de undă $\lambda = 350$ nm și cu intensitatea $I = 2 \cdot 10^{-9}$ W/m², înmagazinînd energia $h\nu$, să poată expulza un electron. Energia de legătură a electronului este egală cu energia cuantei considerate. Cum ar decurge, în acest caz, fenomenul de expulzare a electronilor?

II.1.54. O placă de metal este situată la 5 m distanță de o sursă de lumină monocromatică a cărei putere la ieșire este de 10^{-3} W. Considerăm că electronul emis din placă își poate colecta energia de pe o suprafață circulară cu raza egală cu zece diametre atomice (10^{-9} m). Energia necesară pentru a scoate un electron din metal este de aproximativ 5 eV. Presupunînd că lumina este o undă, care este intervalul de timp necesar pentru ca o astfel de țintă să ia această energie de la sursa de lumină?

II.1.55. Să presupunem că „ținta" din problema precedentă este un atom izolat de gaz cu raza de 0,1 nm și că intensitatea sursei este micșorată la 10^{-5} W. Dacă energia de legătură a electronului din atomul cel mai slab legat este de 20 eV, care este conform teoriei ondulatorii timpul necesar pentru apariția efectului fotoelectric?

II.1.56. Pentru a demonstra natura corpusculară a luminii A. Ioffe și N. Dobronravov au iradiat cu radiații X foarte puțin intense ($n_0 = 1\ 000$ cuante/s) o sferă de bismut cu diametrul $d = 6 \cdot 10^{-5}$ cm, aflată la o distanță $l = 0{,}2$ mm de o sursă punctuală de radiații X. În medie, după fiecare interval de timp $\tau = 30$ min., sfera emitea cîte un electron. Să se demonstreze că teoria corpusculară conduce tocmai la un interval de timp de acest ordin de mărime.

II.1.57. Se știe că efectul Compton constă în împrăștierea fotonilor pe electroni liberi. *a)* Care electroni din substanță pot fi aproximați ca fiind liberi? *b)* De ce efectul Compton nu se observă în cazul radiației vizibile?

II.1.58. Să se explice următoarele particularități ale împrăștierii Compton: *a)* intensitatea componentei împrăștiate crește cu micșorarea numărului atomic al substanței și cu creșterea unghiului de împrăștiere; *b)* valoarea împrăștierii nu depinde de natura substanței țintă; *c)* prezența componentei neîmprăștiate.

II.1.59. Un foton cu energia $\varepsilon_0 = 250$ keV este împrăștiat sub un unghi $\theta = 120°$ de un electron liber și în repaus. Determinați energia fotonului împrăștiat.

II.1.60. Un fascicul îngust de raze X monocromatice cade pe un corp împrăștietor. Lungimile de undă ale radiațiilor împrăștiate sub unghiurile $\theta_1 = 60°$ și $\theta_2 = 120°$ se află în raportul $\eta = 2$. Știind că împrăștierea se face pe electroni liberi, determinați lungimea de undă a radiațiilor incidente.

II.1.61. Lungimea de undă a unei radiații γ incidente pe un radiator de parafină este de 49,7 pm; știind că fotonul este împrăștiat sub un unghi de 60°, 90°, respectiv 180°, ce energie primește în acest caz electronul care a interacționat cu fotonul?

II.1.62. Un foton cu lungimea de undă $\lambda_0 = 6$ nm este împrăștiat sub un unghi de 90° de un electron liber în repaus. Determinați: *a)* pulsația fotonului împrăștiat; *b)* energia cinetică a electronului de recul.

II.1.63. Un foton γ cu frecvența ν_0 este împrăștiat de o particulă în repaus sub un unghi θ față de direcția inițială. Determinați masa de repaus a particulei, dacă frecvența fotonului împrăștiat este mai mică cu $\Delta\nu$ față de frecvența fotonului incident.

II.1.64. Un foton cu energia 10^4 eV se ciocnește cu un electron liber care se găsește în repaus și este împrăștiat sub un unghi de 60°. Se cer: *a)* modificarea energiei, frecvenței și lungimii de undă pentru foton; *b)* energia cinetică, impulsul și direcția electronului Compton.

II.1.65. Să se determine variația lungimii de undă și unghiul sub care este împrăștiat un foton, dacă se știe că lungimea de undă a fotonului incident este 3 pm, iar viteza electronului de recul reprezintă fracțiunea β din viteza luminii ($\beta = 0{,}6$).

II.1.66. Să se determine unghiul dintre fotonul împrăștiat și direcția de deplasare a electronului de recul, în cazul în care variația lungimii de undă este de 1,2 pm, pentru lungimea de undă a fotonului incident de 5 pm.

II.1.67. Un foton cu energia $\varepsilon_0 = 1$ MeV este împrăștiat de un electron liber. Determinați energia cinetică a electronului de recul, dacă variația lungimii de undă a fotonului constituie $\eta = 25\%$ din valoarea inițială.

II.1.68. Să se calculeze valoarea constantei lui Planck știind că fotonul incident avînd lungimea de undă $\lambda = 0{,}218$ pm, este împrăștiat sub unghiul $\theta = 110°$, iar electronul de recul pleacă sub un unghi $\varphi = 30°$. Masa de repaus a electronului și viteza luminii se consideră cunoscute.

II.1.69. Ce fracțiune din energia unui foton este transferată electronului de recul prin efect Compton? Calculați această fracțiune pentru energia fotonului incident de 10 keV și unghiul de împrăștiere de 60°.

II.1.70. Prin efect Compton un foton își modifică frecvența de la 10^{21} Hz la 10^{20} Hz, iar alt foton de la 10^{18} Hz la 10^{17} Hz. Se cer: *a)* energia electronului Compton în cele două cazuri; *b)* viteza electronului Compton, în cele două cazuri, calculată atît relativist cît și clasic; *c)* să se precizeze în care din cele două cazuri electronul este relativist.

II.1.71. Să se afle lungimea de undă a fotonului incident, dacă se știe că fotonul împrăștiat și electronul de recul au energii egale și se mișcă pe direcții care fac între ele un unghi de 90°.

II.1.72. Să se calculeze impulsul electronului de recul în cazul în care fotonul este împrăștiat sub un unghi drept față de direcția de mișcare inițială. Lungimea de undă a fotonului incident este de 5 pm.

II.1.73. Un foton cu lungimea de undă λ_0 se ciocnește cu un electron al cărui impuls $\vec{p}_e$ este perpendicular pe direcția mișcării fotonului incident. Să se afle expresia care dă, în acest caz, variația lungimii de undă a fotonului împrăștiat sub unghiul θ față de direcția inițială.

II.1.74. Unghiul de împrăștiere al fotonului în efectul Compton este θ iar unghiul de deplasare al electronului de recul este φ. Determinați energia fotonului incident. Faceți calculele pentru $\theta = 90°$ și $\varphi = 30°$.

II.1.75. Un electron cu energia de 5 GeV se ciocnește central cu un foton cu energia de 1 eV, care se îndrepta spre electron. Determinați energia fotonului împrăștiat (acest efect se numește efect Compton invers).

II.1.76. Să se calculeze lungimile de undă de Broglie pentru un electron, un atom de hidrogen şi un atom de uraniu, ştiind că energia cinetică a fiecărei particule este de 100 eV.

II.1.77. Să se calculeze lungimea de undă de Broglie a unui proton ştiind că energia lui cinetică este egală cu energia de repaus a electronului.

II.1.78. Să se determine viteza şi energia cinetică pentru un electron şi un neutron, ştiind că lungimile de undă de Broglie sînt egale cu 0,1 nm.

II.1.79. Care este lungimea de undă de Broglie a unui neutron cu energia de 0,025 eV?

II.1.80. Determinaţi lungimea de undă de Broglie: *a)* pentru un electron accelerat de o tensiune de 1 V, 100 V, 1 000 V; *b)* pentru un electron care se deplasează cu viteza de 10^8 cm/s; *c)* pentru o sferă cu masa de 1 g care se mişcă cu viteza de 1 cm/s.

II.1.81. Determinaţi energia cinetică a unei particule a cărei lungime de undă asociată este comparabilă cu diametrul său în cazul: *a)* atomului de hidrogen (0,1 nm); *b)* protonului (2 fm).

II.1.82. Determinaţi raportul dintre lungimea de undă de Broglie pentru un electron şi pentru o sferă cu masa de un gram care au aceeaşi viteză.

II.1.83. Să se determine cu cît diferă lungimea de undă de Broglie a unui proton de cea a unui atom de hidrogen, ştiind că atît protonul cît şi atomul de hidrogen posedă o energie cinetică $E_c = 1$ eV.

II.1.84. Pentru investigarea unui nucleu al cărui diametru este de ordinul de mărime 10^{-14} m sînt necesare particule a căror undă asociată are lungimea de undă cu cel puţin un ordin de mărime mai mică, fie ea 10^{-15} m. Se cere energia corespunzătoare acestei lungimi de undă pentru: *a)* fotoni; *b)* electroni; *c)* neutroni.

II.1.85. Ce energie suplimentară trebuie transmisă unui electron pentru ca lungimea de undă de Broglie să scadă de la 100 la 50 pm?

II.1.86. Un electron ce se deplasează cu viteza $v_0 = 6\ 000$ km/s pătrunde într-un cîmp electric accelerator, omogen, longitudinal, de intensitate $E = 5$ V/cm. Ce distanţă trebuie să parcurgă electronul în acest cîmp pentru ca lungimea de undă asociată electronului să devină $\lambda = 0,1$ nm.

II.1.87. Determinaţi lungimea de undă de Broglie corespunzătoare vitezei pătratice medii a moleculelor de hidrogen la temperatura camerei (20° C).

II.1.88. Un electron se mişcă pe un cerc de rază $r = 0,5$ cm într-un cîmp magnetic omogen de inducţie $B = 4,6 \cdot 10^{-3}$ T. Care este lungimea de undă de Broglie?

II.1.89. Un fascicul de particule încărcate electric cu masa de repaus m_0, relativiste, trec nedeviate printr-o regiune a spaţiului în care există un cîmp electric E perpendicular pe direcţia fasciculului şi un cîmp magnetic B perpendicular atît pe direcţia fasciculului cît şi pe direcţia cîmpului electric. Să se arate că lungimea de undă asociată particulelor care trec nedeviate are expresia: $\lambda = \frac{h}{m_0 c}\sqrt{\left(\frac{cB}{E}\right)^2 - 1}$.

II.1.90. O particulă încărcată electric, accelerată de o tensiune $U = 100$ V, are lungimea de undă de Broglie $\lambda = 2,87$ pm şi sarcina e, egală cu sarcina electronului. Determinaţi masa ei.

II.1.91. Să se calculeze lungimea de undă de Broglie a unui electron în mişcare, ştiind că masa lui de mişcare este cu 1% mai mare decît masa sa de repaus.

II.1.92. Să se calculeze lungimea de undă asociată unui proton care are energia cinetică de 10^2 ori mai mare decît energia de repaus a neutronului. Se cunosc m_n şi m_p.

II.1.93. Pentru ce valoare a energiei cinetice eroarea relativă în determinarea lungimii de undă de Broglie, fără aplicarea corecţiei relativiste, va fi 1%: *a)* pentru electron; *b)* pentru proton; *c)* pentru o particulă alfa?

II.1.94. Un electron se mişcă cu viteza v în sistemul de coordonate al laboratorului ($v \ll c$). *a)* Cu cît variază lungimea de undă de Broglie, atunci cînd se trece la un alt sistem de coordonate care se deplasează cu viteza kv în sensul de mişcare al electronului? Se vor considera cazurile: $k \leqslant 1$; $k = 2$ şi $k > 2$. *b)* Să se calculeze $\Delta\lambda$ în cazul în care $k = 0,5$ şi $v = 0,01\ c$, unde c este viteza luminii.

II.1.95. Reprezentaţi lungimea de undă de Broglie în funcţie de energia cinetică pentru: *a)* electron şi *b)* proton. Restrîngeţi domeniul valorilor energiei la acelea pentru care mecanica clasică se aplică suficient de bine. Un criteriu convenabil poate fi ca energia cinetică maximă pentru fiecare reprezentare să fie de numai aproximativ, să zicem, 5% din energia de repaus m_0c^2 a particulei date.

II.1.96. Care este viteza de variaţie a lungimii de undă de Broglie a unui proton accelerat de un cîmp electric longitudinal $E = 3$ kV/cm, în momentul în care energia lui cinetică este $E_c = 1$ keV?

II.1.97. Un proton cu energia cinetică $E_c = 1$ keV este împrăştiat elastic sub un unghi de 90° de către un nucleu de heliu care iniţial se află în repaus. Să se calculeze lungimea de undă a protonului împrăştiat la distanţă mare de atom.

II.1.98. În ce condiţii particulele de masă m şi viteză $v (v \leqslant c)$ împrăştiate pe o structură periodică de constantă d, manifestă mai pregnant proprietăţi ondulatorii?

II.1.99. Avînd în vedere proprietăţile ondulatorii ale particulelor, să se indice limitele în care noţiunile clasice pot fi aplicate electronului şi protonului, ştiind că energiile lor sînt de 10 eV.

II.1.100. Un glonte cu masa de 40 g are viteza de 1 000 m/s. *a)* Care este lungimea de undă de Broglie? *b)* De ce nu se manifestă natura ondulatorie a glontelui prin apariţia unor efecte de difracţie?

II.1.101. Considerînd unda de Broglie asociată unui electron cu o energie de 1 keV, să se precizeze limitele între care această particulă poate fi considerată ca atare sau trebuie să i se ia în considerare proprietăţile ei ondulatorii.

II.1.102. În cazul unui fascicul de electroni emişi de un tun electronic, ce tensiuni de accelerare sînt necesare pentru a se pune în evidenţă comportarea ondulatorie a electronilor prin difracţia pe un sistem de plane cristaline paralele, distanţate prin $d = 0,3$ nm?

II.1.103. Pentru ce energii ale electronilor se vor produce fenomene accentuate de difracție la împrăștierea lor pe cristale naturale care au constantele cuprinse între 0,25 și 0,6 nm?

II.1.104. Un microscop electronic poate distinge separat două puncte situate la distanța d dacă această distanță satisface condiția $d \geqslant \lambda/2A$, unde λ este lungimea de undă de Broglie a electronilor, iar A o constantă a aparatului (numită apertură numerică). Presupunînd că tensiunea de accelerare a electronilor este $U = 100$ kV și că $A = 0,15$, să se calculeze relativist valoarea limită a lui d.

II.1.105. Apertura microscopului electronic este 0,02, iar tensiunea acceleratoare de 10^4 V. Determinați distanța minimă dintre două puncte care mai pot fi văzute distinct cu acest microscop.

II.1.106. Un fascicul îngust de neutroni termici proveniți de la un reactor nuclear iradiază un cristal cu distanța dintre atomi egală cu 0,016 nm. Se obține o difracție puternică ($n = 1$) pentru neutroni de 2 eV. Se cere unghiul θ.

II.1.107. Într-o experiență de tip Davisson și Germer s-a trimis un fascicul de electroni accelerați de o tensiune constantă de 15 V pe un sistem de plane atomice distanțate prin $d = 0,233$ nm, ale unui cristal de aluminiu. Să se calculeze unghiurile făcute de fasciculul difractat cu suprafața cristalului corespunzătoare primelor două poziții de maxim.

II.1.108. Utilizînd relația lui Bragg să se calculeze primele 3 valori ale diferenței de potențial acceleratoare pentru care se observă o reflexie maximă a electronilor, în următoarea experiență: un fascicul de electroni cade pe fața unui monocristal sub unghiul $\theta = 30°$; observarea electronilor reflectați se face sub un unghi egal cu unghiul de incidență. Constanta rețelei cristaline este $d = 0,24$ nm. (Se neglijează refracția undelor electronice în cristal.)

II.1.109. Un fascicul îngust de electroni monoenergetici cade sub un unghi $\theta = 30°$ pe suprafața unui monocristal de aluminiu. Distanța dintre două plane atomice ale acestui cristal este $d = 0,2$ nm. Pentru o anumită tensiune acceleratoare U_0, se observă un maxim. Determinați U_0, știind că maximul următor se produce atunci cînd tensiunea acceleratoare se mărește de $\eta = 2,25$ ori.

II.1.110. Într-una din experiențele lui Davisson și Germer privind reflexia electronilor pe un monocristal de nichel, maximul de ordinul patru a fost observat într-o direcție care forma unghiul $\alpha = 55°$ cu direcția de mișcare a electronilor incidenți; aceștia aveau energia cinetică $E_c = 180$ eV. Să se afle distanța d dintre planele reticulare, corespunzătoare reflexiei date. Să se determine unghiul pe care-l fac aceste plane cu suprafața monocristalului.

II.1.111. Un cristal de nichel cu distanța dintre doi atomi de 0,215 nm se iradiază cu electroni avînd energia de 300 eV și apoi cu electroni avînd energia de 100 eV. În cele două figuri de difracție, se observă maxime corespunzătoare diferitelor valori ale lui n. Să se calculeze valorile lui n și ale unghiurilor θ corespunzătoare maximelor în cazurile: *a)* electronilor de 300 eV; *b)* electronilor de 100 eV.

II.1.112. Un fascicul îngust de neutroni cade pe suprafața unui monocristal de aluminiu sub un unghi de 5°. Distanța dintre planele atomilor este egală cu 0,2 nm. Ce energie și ce viteză au neutronii pentru care se produce maximul de ordinul întîi? Ce temperatură corespunde acestei viteze a neutronilor?

II.1.113. Un microscop care folosește fotoni este întrebuințat pentru a localiza un electron dintr-un atom cu o imprecizie de 10 nm. Care este imprecizia în determinarea impulsului electronului localizat în acest fel?

II.1.114. Imprecizia în determinarea poziției unui electron este de aproximativ 50 pm care este chiar raza primei orbite Bohr în atomul de hidrogen. Care este imprecizia în determinarea impulsului electronului?

II.1.115. Pentru a stabili dacă un electron aparține sau nu unui atom dat, poziția lui trebuie determinată cu o imprecizie de 10^{-10} m. Să se compare imprecizia ce se obține în acest caz la determinarea vitezei electronului cu valoarea vitezei însăși (de exemplu, cu viteza de pe prima orbită Bohr a atomului de hidrogen egală cu $2,18 \cdot 10^6$ m/s).

II.1.116. Nedeterminarea asupra poziției unui proton aflat într-un nucleu este 10^{-14} m. Impulsul unei particule trebuie să fie cel puțin egal cu nedeterminarea asupra impulsului său. Să se calculeze: *a)* nedeterminarea asupra impulsului protonului; *b)* impulsul protonului pe baza ipotezei făcute; *c)* energia protonului.

II.1.117. Viteza unei particule este măsurată cu o imprecizie de 10^{-3} m/s. Se cere imprecizia cu care particula poate fi localizată simultan în lungul direcției de deplasare: *a)* în cazul unui proton; *b)* în cazul unui electron.

II.1.118. O particulă se deplasează paralel cu axa Ox cu viteza v_x. Dacă nedeterminarea asupra vitezei v_x este Δv_x, nedeterminarea asupra localizării de-a lungul axei Ox, Δx se poate calcula ca în problema precedentă. Dacă componentele vitezei pe axele Oy și Oz sînt nule (și deci $\Delta v_y \to 0$, $\Delta v_z \to 0$), ce se poate conchide privind nedeterminarea poziției particulei față de axele Oy și Oz?

II.1.119. Un electron se găsește într-o particulă sferică de metal al cărei volum este de 10^{-6} cm^3 și are o energie cinetică de ordinul a 10 eV. Folosind relația de nedeterminare a lui Heisenberg să se calculeze eroarea relativă în determinarea vitezei electronului.

II.1.120. Poziția centrului de greutate al unei bile a cărei masă este de un miligram poate fi stabilită cu o imprecizie de 2 μm. Relația de nedeterminare a lui Heisenberg prezintă o importanță practică pentru determinarea vitezei bilei?

II.1.121. Dați cîteva exemple numerice, pentru a arăta că în experiențe cu obiecte cu o masă de aproximativ 1 g principiul de nedeterminare nu se manifestă.

II.1.122. Să se compare lungimea de undă de Broglie a unui proton accelerat de tensiunea de 10^9 V cu valoarea impreciziei coordonatei acestuia, corespunzătoare unei imprecizii relative în determinarea impulsului de 0,1% ($m_p = 1,6724 \cdot 10^{-27}$ kg).

II.1.123. Lungimea de undă a unui foton este măsurată cu o nedeterminare de o parte la un milion ($\Delta\lambda/\lambda = 10^{-6}$). Se cere nedeterminarea Δx la măsurarea simultană a poziției fotonului pentru: *a)* un foton cu $\lambda = 500$ nm; *b)* un foton X cu $\lambda = 0,1$ nm; *c)* un foton γ cu $\lambda = 1$ fm.

Pentru constantele date în problemele din acest capitol, se vor considera următoarele valori:

$$h = 6{,}625 \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s},\ m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg},\ e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C},$$

$$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \text{F/m},\ R = 1{,}097373 \cdot 10^7\ \text{m}^{-1},\ c = 3 \cdot 10^8\ \text{m/s}.$$

De asemenea, în problemele în care nu este precizată valoarea lui σ (constanta de ecranare), aceasta se va lua egală cu 1.

MODELUL RUTHERFORD-BOHR PENTRU ATOMUL DE HIDROGEN. ATOMI HIDROGENOIZI

II.2.1. Ce rezultate experimentale, cunoscute la începutul secolului, trebuiau explicate de orice model atomic ce s-ar fi propus?

II.2.2. Deoarece în atom coexistă sarcini pozitive și electroni, arătați cum ar putea fi distribuite aceste sarcini în interiorul atomului.

II.2.3. Care sînt principalele rezultate obținute de Rutherford din studiul experimental al împrăștierii particulelor α pe foițe metalice? Ce concluzii au rezultat?

II.2.4. La ce distanță minimă r_m se poate apropia o particulă cu Z_1e sarcini pozitive, masa de repaus m și viteza inițială v_0, de un nucleu aflat în repaus, cu Z_2e sarcini pozitive și masă de repaus M, la o ciocnire frontală. (Aplicație numerică: să se determine r_m pentru ciocnirea frontală a particulelor α, de energie cinetică $E = 5{,}3$ MeV cu nuclee de $^{197}_{79}\text{Au}$.)

***II.2.5.** O particulă de masă M, sarcină electrică pozitivă Ze și energie cinetică E trece pe lîngă un electron liber, aflat inițial în repaus, la distanța b. Să se calculeze energia primită de electron, dacă se presupune că traiectoria particulei de masă $M (M \gg m_e,\ m_e$ este masa electronului) este rectilinie. (Aplicație numerică: $M = 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg, $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg, $b = 10$ pm, $E = 10$ MeV.)

***II.2.6.** Din punct de vedere clasic, pierderea de energie în unitatea de timp, prin radiație, de către electronii aflați în mișcare accelerată este dată de relația:

$$\frac{dE}{dt} = -k\frac{2e^2}{3c^3}a^2$$

în care a este accelerația, e este sarcina electrică, c este viteza luminii iar $k = 1/4\pi\varepsilon_0 = 9 \cdot 10^9\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$. Să se calculeze după cît timp, electronul ce s-ar roti inițial în jurul unui proton (atomul de hidrogen) pe o rază $r_0 = 10^{-10}$ m ar „cădea“ în nucleu ca urmare a pierderilor de energie în acord cu teoriile clasice. Se va considera că în fiecare moment mișcarea „de cădere“ a electronului spre nucleu (a cărui rază este considerată zero) poate fi asimilată cu o mișcare circulară uniformă.

II.2.7. *a)* De ce în experiențele Rutherford foița metalică este foarte subțire? *b)* Între parametrul de ciocnire b și unghiul de împrăștiere θ al particulelor α în cîmpul de forțe electrostatice de respingere creat de o particulă încărcată pozitiv se poate stabili o relație analitică $b = f(\theta)$, folosind legile conservării energiei și a momentului cinetic din mecanica clasică. Ce concluzie rezultă, din faptul că relația $b = f(\theta)$ se verifică experimental în majoritatea cazurilor? *c)* Experimental se constată că pentru particulele α deviate de nucleele de aur la unghiuri mici relația $b = f(\theta)$ nu se verifică. Cum explicați acest fapt? *d)* În ce altă situație relația $b = f(\theta)$ nu se verifică?

II.2.8. De ce nu este corect modelul planetar al lui Rutherford?

II.2.9. *a)* În ce condiții energia totală a electronului în atomul de hidrogen este egală cu jumătate din energia sa potențială? *b)* Să se calculeze energia cinetică E_c, energia potențială E_p și energia totală E_t a electronului atomului de hidrogen pe prima orbită staționară Bohr. Se cunosc constantele: h, m_e, e și ε_0.

II.2.10. *a)* Să se calculeze razele primelor trei orbite staționare pentru atomul de hidrogen în modelul cuantic al lui Bohr. *b)* Care sînt vitezele electronului pe aceste orbite? Se cunosc constantele: h, m_e, e și ε_0.

II.2.11. Să se calculeze: *a)* perioada de rotație a electronului atomului de hidrogen pe prima orbită Bohr; *b)* viteza unghiulară pe această orbită. Se dau constantele: h, m_e, e și ε_0.

II.2.12. Să se calculeze intensitatea cîmpului electric $\mathscr{E}$ al nucleului atomului de hidrogen pe primele trei orbite staționare în modelul cuantic al lui Bohr. Se dau constantele: h, m_e, e și ε_0.

II.2.13. Să se calculeze energia de ionizare pentru atomul de hidrogen aflat în stare fundamentală. Se cunosc constantele: h, m_e, e și ε_0.

II.2.14. Să se calculeze energia cinetică a electronului atomului de hidrogen pe primele trei orbite staționare Bohr. Se cunosc constantele: h, m_e, e și ε_0.

II.2.15. Să se determine energia necesară excitării atomului de hidrogen din starea fundamentală în starea cu numărul cuantic principal $n = 2$. Se dau constantele: h, m_e, e și ε_0.

II.2.16. Să se calculeze lungimile de undă, maximă λ_M și minimă λ_m, a liniilor spectrale ale atomului de hidrogen din regiunea vizibilă a spectrului. Se dă constanta lui Rydberg, R.

II.2.17. Cu cît se va modifica energia cinetică a electronului atomului de hidrogen, dacă se emite un foton cu lungimea de undă $\lambda = 486$ nm? Se dau c și h.

II.2.18. Să se calculeze lungimea de undă de Broglie, asociată unui electron aflat pe prima orbită staționară a atomului de hidrogen în modelul lui Bohr. Se dau: e, h, ε_0 și m_e.

II.2.19. Să se calculeze lungimile de undă pentru primele linii spectrale din seriile Paschen, Brackett și Pfundt. Se dă R.

II.2.20. Un gaz format din atomi de hidrogen aflați în starea fundamentală este excitat cu un fascicul de electroni. Ce energii cinetice trebuie să aibă electronii din fascicul astfel încît atomii de hidrogen excitați să emită: *a)* o singură linie spectrală; *b)* trei linii spectrale; *c)* toate liniile. Se dau: e, h, ε_0 și m_e.

II.2.21. Să se afle numărul liniilor spectrale ce pot fi emise de către un gaz format din atomi de hidrogen aflați în starea excitată caracterizată de numărul cuantic principal n.

II.2.22. Va absorbi atomul de hidrogen radiația monocromatică de frecvență $\nu = Rc$ în care R este constanta lui Rydberg și c este viteza luminii?.

II.2.23. Care sînt lungimile de undă ale liniilor spectrale emise de atomii de hidrogen excitați cu un fascicul monoenergetic de electroni de energie cinetică 12,09 eV? Se dau: R, h și c.

II.2.24. Ce energie trebuie comunicată atomilor de hidrogen pentru ca spectrul de emisie al acestora să conțină o singură linie din seria Balmer? Se dau: h, m_e, e și ε_0.

II.2.25. Ce linii spectrale va conține spectrul de emisie al atomilor de hidrogen excitați cu radiații de lungime de undă $\lambda \geqslant 100$ nm?

II.2.26. Să se calculeze frecvențele de rotație ν_n ale electronului atomului de hidrogen pe orbitele cu numerele cuantice $n = 1$ și $n = 2$. Care este frecvența ν_{21} a fotonilor emiși prin trecerea electronului de pe orbita $n = 2$ pe $n = 1$? Se dau: h, m_e, e și ε_0.

***II.2.27.** Energia totală a electronului atomului de hidrogen pe nivelul cu numărul cuantic principal n (necunoscut) este de $-2{,}42 \cdot 10^{-19}$ J. Tranziția electronului pe nivelul cu numărul cuantic m (necunoscut) este însoțită de emisia unei radiații cu lungimea de undă $\lambda = 651{,}3$ nm. Să se determine: *a)* frecvențele de rotație ν_n și ν_m ale electronului pe nivelele cu numerele cuantice respective; *b)* frecvența radiației ν_{nm} emisă prin tranziția între nivelele cu numerele cuantice n și m; *c)* ce relație există între frecvențele ν_n, ν_m și ν_{nm}? *d)* Ce devine relația de la punctul precedent cînd numerele cuantice n și m devin foarte mari? Ce concluzie se poate deduce? Se dau valorile: h, c, 1 eV $= 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J și energia de ionizare de 13,6 eV.

II.2.28. Un atom de hidrogen, excitat, prin emisia succesivă a două linii spectrale de lungime de undă $\lambda_1 = 1\,281{,}8$ nm și $\lambda_2 = 102{,}57$ nm ajunge în starea fundamentală. Să se determine energia stării excitate și numărul cuantic principal al acestei stări. Se dau valorile: h, c și energia de ionizare de 13,6 eV.

II.2.29. Să se calculeze lungimea de undă a celei de-a cincea linie din seria Balmer a atomului de hidrogen. Se dă R.

II.2.30. Lungimile de undă pentru prima linie a seriei Lyman și pentru ultima linie a seriei Balmer sînt, respectiv, $\lambda_L = 121{,}5$ nm și $\lambda_B = 365$ nm. Să se determine energia de ionizare a atomului de hidrogen folosind aceste date și constantele h și c.

II.2.31. Diferența dintre lungimea de undă a primei linii din seria Balmer și lungimea de undă a primei linii spectrale din seria Lyman este $\Delta\lambda = 534{,}6$ nm. Să se calculeze constanta lui Planck, cunoscînd următoarele constante: m_e, c, e și ε_0.

II.2.32. Să se estimeze, în cadrul modelului cuantic al lui Bohr pentru atomul de hidrogen, numărul liniilor spectrale din seriile Lyman, Balmer, Paschen etc. ce pot fi emise de atomii de hidrogen excitați într-un tub de descărcare la presiunea $p = 666{,}5$ N/m² și temperatura $T = 300$ K. Se va considera că fiecare atom de hidrogen ocupă același volum, de forma unui cub. Se cunoaște constanta lui Boltzmann $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J · K⁻¹ și valoarea razei primei orbite Bohr, $r_1 = 5{,}3 \cdot 10^{-11}$ m.

II.2.33. Un mezoatom de hidrogen este format prin substituirea electronului cu un miuon negativ cu aceeași sarcină electrică ca a electronului și cu masa de 206 ori masa electronului. *a)* Care este energia de legătură a sistemului proton-miuon? *b)* Care este lungimea de undă a fotonului emis atunci cînd miuonul își schimbă energia, de la starea cu numărul cuantic $n = 2$ la starea fundamentală. Se dau: h, e, m_e, c și ε_0.

II.2.34. *a)* Care este intensitatea curentului generat de mișcarea de rotație a electronului atomului de hidrogen pe a n-a orbită Bohr? *b)* Care este intensitatea cîmpului magnetic în centrul celei de a n-a orbită? Se consideră cunoscute: h, m_e, e și ε_0. Caz particular $n = 1$.

II.2.35. Mișcarea electronului în jurul protonului generează un curent electric de intensitate I și un moment magnetic $\mu = SI$ în care S este suprafața orbitei electronului. Să se calculeze raportul dintre momentul magnetic μ_n și momentul cinetic l_n al electronului în mișcarea sa pe orbita staționară cu numărul cuantic n.

II.2.36. Atomii de hidrogen, aflați în stare fundamentală, absorb fotoni cu lungimea de undă $\lambda = 102{,}5$ nm. Să se calculeze cu cît se modifică momentul magnetic μ prin acest proces de excitare. Se consideră cunoscute: h, m_e, e, ε_0 și c.

II.2.37. Se consideră un oscilator liniar de masă m care oscilează după legea $x = A \sin \omega t$. Considerînd că momentul cinetic maxim al oscilatorului are aceeași lege de cuantificare ca și momentul orbital în cazul orbitelor Bohr pentru atomul de hidrogen, să se calculeze expresia cuantificată a energiei totale a oscilatorului. Precizare: se va considera că momentul cinetic este dat de relația $l = mvx$, unde v este viteza.

II.2.38. O particulă de masă m se mișcă pe o traiectorie circulară într-un cîmp central de forțe atractive $\vec{F} = -k\vec{r}$ în care r este raza traiectoriei iar k este o constantă pozitivă. Folosind condiția de cuantificare a lui Bohr, să se determine razele orbitelor permise și energia particulei pe aceste orbite.

II.2.39. Să se exprime (în eV) energia unui foton emis atunci cînd electronul unui atom hidrogenoid trece de pe nivelul n pe nivelul k, în termenii constantelor specifice atomului de hidrogen și a sarcinii nucleului. Se consideră cunoscute: h, m_e, e și ε_0.

II.2.40. În 1897 Pickering a descoperit o serie de linii în spectrele stelare care seamănă mult cu liniile din seria Balmer a hidrogenului. Lungimea de undă a acestor linii se determină cu o formulă analogă seriei Balmer:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2}\right)$$

cu excepția faptului că numărul cuantic m poate avea, pe lîngă valorile 3, 4, 5 etc. și valorile $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$, $4\frac{1}{2}$ etc. Să se arate că aceste linii spectrale aparțin ionilor de He^+.

II.2.41. *a)* Să se calculeze raza primei orbite staționare a atomului de heliu odată ionizat (He^+). *b)* Care este viteza electronului pe această orbită? Se consideră cunoscute: h, m_e, e și ε_0.

II.2.42. *a)* Să se calculeze energia necesară excitării ionilor He^+ şi Li^{++} din starea fundamentală în prima stare excitată. *b)* Să se calculeze energiile de ionizare pentru ionii menţionaţi. Se consideră cunoscute: h, m_e, e şi ε_0.

II.2.43. Să se calculeze lungimea de undă a fotonilor emişi prin tranziţia electronului ionului de He^+ între stările $n = 2 \rightarrow n = 1$. Se consideră cunoscute: h, m_e, e, c şi ε_0.

II.2.44. Ce energie trebuie transmisă atomilor ionizaţi $_4Be^{3+}$ pentru ca spectrul lor de emisie să conţină toate liniile spectrale posibile. Se cunoaşte energia de ionizare a atomului de hidrogen egală cu 13,6 eV.

II.2.45. Fotonii atomilor hidrogenoizi de $_2He^+$ corespunzători liniei principale a seriei Lyman sînt absorbiţi de atomi de hidrogen aflaţi în stare fundamentală. Are loc ionizarea atomilor de hidrogen. Să se determine energia cinetică a electronilor obţinuţi în acest proces de ionizare. Energia de ionizare a atomului de hidrogen este de 13,6 eV.

II.2.46. Care este valoarea numărului cuantic principal n pentru care tranziţia $n \rightarrow n - 1$ a electronului ionului de $_2He^+$ va genera un foton în regiunea vizibilă a spectrului care se întinde de la aproximativ $\lambda = 750$ nm (roşu) la $\lambda = 400$ nm (violet)? Care este lungimea de undă a radiaţiei emise? Energia de ionizare a atomului de hidrogen este de 13,6 eV. Se dau h, c.

II.2.47. Să se determine numerele cuantice pentru nivelele energetice ale atomilor hidrogenoizi, astfel încît tranziţiile între aceste nivele să genereze linii spectrale cu lungimi de undă identice cu lungimile de undă ale liniilor spectrale din seria Lyman a atomului de hidrogen.

II.2.48. Ce atom hidrogenoid are diferenţa lungimilor de undă dintre primele linii ale seriilor spectrale Balmer şi Lyman egală cu $\Delta\lambda = 59{,}3$ nm? Se dă R.

II.2.49. Energia de legătură a unuia din electronii atomului de $_2He$ este de 24,6 eV. Să se calculeze energia necesară ionizării totale a atomului de heliu. Energia de ionizare a atomului de hidrogen este de 13,6 eV.

***II.2.50.** În modelul cuantic al lui Bohr pentru atomul de hidrogen s-a considerat că masa protonului este mult mai mare decît masa electronului orbital şi ca atare nucleul atomic de hidrogen este în repaus. Aceeaşi ipoteză s-a folosit şi pentru atomii hidrogenoizi. În realitate, atît nucleul cît şi electronul orbital au o mişcare de rotaţie în jurul unui centru comun. Să se deducă principalele relaţii obţinute pentru atomul de hidrogen şi atomii hidrogenoizi, în modelul cuantic al lui Bohr, luîndu-se în considerare şi mişcarea nucleului.

***II.2.51.** Masa nucleului atomului de hidrogen este $M_H = 1{,}672 \cdot 10^{-27}$ kg iar masa nucleului atomului de heliu este $M_{He} = 6{,}644 \cdot 10^{-27}$ kg. Raportul constantelor Rydberg, pentru cei doi atomi este $\eta = R_H/R_{He} = 0{,}999593$. Să se calculeze din aceste date masa electronului m_e. (A se vedea problema II.2.50.)

***II.2.52.** Raportul dintre masa nucleului de ^1H şi masa electronului este $\eta_1 = 1\,836{,}1$. Raportul dintre masa nucleului de ^2H şi masa nucleului de ^1H este $\eta_2 = 1{,}998$. *a)* Să se calculeze diferenţa constantelor Rydberg $R_{2_H} - R_{1_H}$ pentru cei doi izotopi ai hidrogenului. *b)* Care este diferenţa între lungimea de undă a primei linii din seria Lyman a atomului hidrogenului uşor şi linia corespunzătoare a hidrogenului greu? Se dă: $R_\infty = 1{,}097373 \cdot 10^7 m^{-1}$. (A se vedea problema II.2.50.)

***II.2.53.** Să se calculeze momentul magnetic (a se vedea problemele II.2.35 şi II.2.50) al atomului de hidrogen luînd în considerare mişcarea nucleului acestuia.

II.2.54. *a)* Să se calculeze cu cît se modifică lungimea de undă a fotonului emis de atomul de hidrogen aflat în stare liberă, ca urmare a reculului atomului în momentul emisiei. *b)* Ce viteză va avea atomul de hidrogen prin trecerea electronului între orbitele $n = 2 \rightarrow n = 1$. Se dau: masa atomului de hidrogen $M = 1{,}00782522$ u; constanta Rydberg, R; constanta Planck, h şi viteza luminii, c.

***II.2.55.** Să se calculeze valoarea frecvenţei ν a radiaţiei emise de un atom ce se deplasează cu viteza v_0 (efect Doppler) în funcţie de frecvenţa ν_0 pe care atomul o emite cînd se află în repaus, de unghiul θ dintre direcţia de mişcare a atomului şi direcţia fotonului emis şi viteza luminii c, în cazurile: *a)* nerelativist; *b)* relativist. Se va considera că $h^2\nu^2/Mc^2 \ll 1$ în care M este masa atomului iar h este constanta Plank.

***II.2.56.** Se constată că radiaţia corespunzătoare tranziţiei $n = 2 \rightarrow n = 1$, emisă de atomul de hidrogen aflat în mişcare, detectată la unghiul $\theta = 45°$ faţă de direcţia de mişcare a atomului, are lungimea de undă $\lambda = 121{,}518$ nm. Cunoscînd constanta Rydberg $R = 1{,}096776 \cdot 10^7 m^{-1}$, să se calculeze viteza atomului de hidrogen în momentul emisiei. Se dă c. (În rezolvare se va folosi rezultatul de la problema II.2.55.)

***II.2.57.** Cu ce viteză minimă trebuie să se deplaseze ionul de $_2H_e^+$ spre atomul de hidrogen astfel încît radiaţia emisă de H_e^+, corespunzătoare tranziţiei $n = 3 \rightarrow n = 2$ să poată excita atomul de hidrogen. Energia de ionizare a atomului de hidrogen este de 13,6 eV, iar viteza luminii c. (În rezolvare se va folosi rezultatul de la problema II.2.55.)

***II.2.58.** Studiind spectrul unor galaxii se constată că lungimea de undă a liniei principale a seriei Lyman a ionilor $_2H_e^+$ este $\lambda = 36{,}5$ nm. Considerînd că această modificare a lungimii de undă este condiţionată numai de faptul că aceste galaxii se depărtează de Pămînt, să se calculeze viteza de deplasare a galaxiilor. Se dă: $R = 1{,}097223 \cdot 10^7 m^{-1}$. (În rezolvare se va folosi rezultatul de la problema II.2.55.)

II.2.59. Care este energia cinetică minimă pe care trebuie s-o aibă un atom de hidrogen astfel încît prin ciocnire frontală cu un alt atom de hidrogen aflat iniţial în repaus, să producă excitarea acestuia. Se va presupune că înainte de ciocnire ambii atomi de hidrogen erau în starea fundamentală. Se dă energia de ionizare a atomului de hidrogen $E_{ionizare} = 13{,}6$ eV.

II.2.60. Să se arate, folosind principiul de nedeterminare al lui Heisenberg $\Delta p \Delta x \approx \hbar$, că pentru o particulă a cărei imprecizie în determinarea poziţiei pe direcţia x este $\Delta x \approx \lambda/2\pi$, imprecizia în determinarea vitezei pe direcţia x este egală cu viteza pe direcţia x.

II.2.61. Folosind principiul de nedeterminare, să se arate că mişcarea electronului, în sens clasic, pe orbitele staţionare Bohr care au valori mici pentru numărul cuantic principal, nu este posibilă.

II.2.62. Folosind principiul de nedeterminare să se calculeze raza orbitei atomului de hidrogen aflat în stare fundamentală şi energia acestei stări.

II.2.63. Cu ajutorul principiului de nedeterminare să se determine raza minimă și energia minimă a unei particule de masă m ce se mișcă pe o traiectorie circulară în cîmpul de forțe $\vec{F} = -k\vec{r}$ (problema II.2.38).

ATOMUL CU MAI MULȚI ELECTRONI. RADIAȚII X. TRANZIȚII SPONTANE ȘI INDUSE

II.2.64. Ce valori iau numerele cuantice n, l, m și m_s în starea fundamentală a atomului de hidrogen?

II.2.65. *a)* Ce valori au numerele cuantice l și m pentru cel de-al patrulea nivel energetic al atomului de hidrogen? *b)* Care sînt notațiile adoptate pentru subpăturile cu valorile l determinate la punctul precedent? *c)* În cîte moduri independente se realizează fiecare valoare posibilă a numărului cuantic l?

II.2.66. *a)* Ce valori poate lua numărul cuantic orbital l, dacă numărul cuantic magnetic are o valoare m bine determinată? *b)* Dar dacă și numărul cuantic principal n are o valoare stabilită?

II.2.67. Să se calculeze numărul electronilor în atomul în care în starea fundamentală sînt ocupate: *a)* păturile K și L, subpătura $3s$ și jumătate din subpătura $3p$; *b)* păturile K, L și M și subpăturile $4s$, $4p$ și $4d$. Să se identifice atomii care au numărul de electroni determinați la punctele *a)* și *b)*.

II.2.68. Care este numărul electronilor cu aceleași numere cuantice: *a)* n, l, m; *b)* l; *c)* n.

II.2.69. Să se calculeze numărul electronilor care au același număr cuantic n și aceeași valoare pentru: *a)* m_s; *b)* m; *c)* m_s și m.

II.2.70. Pentru ce atom din tabelul periodic completarea păturilor în ordinea crescătoare a numerelor cuantice este violată? Care sînt cauzele?

II.2.71. Să se precizeze configurațiile electronice ale atomilor $_{10}$Ne, $_{12}$Mg, $_{15}$P și $_{18}$Ar, știind că la acești atomi completarea păturilor și subpăturilor se face în ordinea crescătoare a numerelor cuantice.

II.2.72. Să se determine numărul de configurații distincte ce se pot forma din $t(t < 2l + 1)$ electroni echivalenți care au același număr cuantic orbital l și același număr cuantic principal n; $n \cdot l^t$. Aplicație numerică: $n \cdot d^3$.

II.2.73. Care din proprietățile enumerate mai jos sînt condiționate de numărul electronilor care aparțin păturilor periferice: *a)* valența elementelor; *b)* spectrul caracteristic al razelor X; *c)* potențialul de ionizare.

***II.2.74.** Cum va arăta spectrul radiației X emis de anticatodul unui tub de raze X, dacă tensiunea de accelerare a electronilor este crescută treptat?

II.2.75. Să se calculeze viteza electronilor ce cad pe anticatodul unui tub de raze X, dacă se știe că lungimea de Broglie asociată electronilor este $\lambda = 0{,}1$ nm. Se dau constantele h și m_e.

II.2.76. Să se calculeze lungimea de undă de Broglie asociată electronilor dacă tensiunea lor de accelerare într-un tub de raze X este $U = 50$ kV, în cazurile: *a)* nerelativist; *b)* relativist. Se dau: h, e, m_e și c.

II.2.77. Începînd cu care element din tabelul periodic, în spectrul caracteristic al razelor X pot să apară liniile seriei K și, respectiv, ale seriei L?

II.2.78. Să se calculeze tensiunea de accelerare U în cazul unui tub de raze X, dacă spectrul continuu (de frînare) al anticatodului tubului are lungimea de undă minimă egală cu 0,0206 nm. Se dau constantele h, e și c.

II.2.79. Lungimea de undă minimă a spectrului continuu emis de un tub de raze X, pentru tensiunea de accelerare $U = 60$ kV, este $\lambda_{min} = 19{,}4$ pm. Să se calculeze constanta lui Planck cunoscînd valorile constantelor e și c.

II.2.80. În ce constă importanța legii lui Moseley $\frac{1}{\lambda} = R(Z-\sigma)^2\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right)$? Ce semnificație are constanta σ?

II.2.81. Lungimile de undă ale liniei K_α pentru elementele $_{12}$Mg, $_{13}$Al și $_{14}$Si, măsurate experimental sînt, respectiv, 987 pm, 832 pm și 711 pm. Să se calculeze constanta de ecranare σ pentru aceste elemente relativ ușoare. Se dă constanta lui Rydberg, R.

II.2.82. Lungimea de undă, experimentală, a liniei K_α, pentru elementele $_{50}$Sn, $_{55}$Cs și $_{74}$W are valoarea, respectiv, de 49,2 pm, 40,2 pm și 21,0 pm. Să se calculeze constanta de ecranare σ pentru aceste elemente. Se dă constanta R.

II.2.83. Folosind legea lui Moseley să se calculeze: *a)* lungimea de undă a liniei K_α pentru aluminiu ($Z = 13$) și pentru cobalt ($Z = 27$); *b)* diferența energiilor de legătură a electronilor K și L în cazul vanadiului ($Z = 23$). Se cunosc constantele h, c, R și σ.

II.2.84. Lungimile de undă a liniei K_α pentru două elemente oarecare sînt 250 pm și 179 pm. Care sînt elementele respective? Se dau: R și σ.

II.2.85. Să se calculeze tensiunea de accelerare a electronilor într-un tub de raze X cu anticatod de nichel ($Z = 28$), dacă se știe că diferența între lungimea de undă a liniei K_α și lungimea de undă minimă a spectrului continuu este $\Delta\lambda = 84$ pm. Se cunosc constantele: h, c, e, R și σ.

II.2.86. Pentru o anumită tensiune de accelerare, în cazul unui tub de raze X cu anticatod de aluminiu ($Z = 13$), lungimea de undă minimă a spectrului continuu (de frînare) este $\lambda_{min} = 0{,}5$ nm. Se va excita seria K în acest caz? Se știe că potențialul de excitare al seriei K este 1,56 kV. Se dau constantele: h, e și c.

II.2.87. Cînd tensiunea de accelerare aplicată unui tub de raze X crește de la valoarea $U_1 = 10$ kV la $U_2 = 20$ kV, diferența între lungimea de undă a liniei K_α și lungimea de undă minimă a spectrului continuu crește de $n = 3$ ori. Să se determine numărul atomic Z al elementului anticatodului. Se dau: h, e, c, R și σ.

II.2.88. Să se determine elementul pentru care diferența între frecvențele maxime ale seriei K și ale seriei L este $\Delta\nu = 1{,}09 \cdot 10^{18}$ s^{-1}. Se dau R, c și σ.

II.2.89. Să se calculeze energia de legătură a unui electron K din vanadiu ($Z = 23$), dacă se știe că lungimea de undă minimă a liniilor seriei L este $\lambda_L = 2{,}4$ nm. Se cunosc constantele: h, c, R și σ.

II.2.90. Să se calculeze potențialul de accelerare într-un tub de raze X, necesar pentru excitarea liniei K_α cînd anticatodul este format din: *a)* fier ($Z = 26$); *b)* cupru ($Z = 29$). Se dau constantele: h, e, c, R și σ.

II.2.91. Lungimea de undă $\lambda_{K\alpha}$ din spectrul caracteristic al molibdenului ($Z = 42$) este egală cu 70,8 pm. Să se calculeze lungimea de undă $\lambda_{K\alpha}$ din spectrul caracteristic al argintului ($Z = 47$). Constanta de ecranare $\sigma = 1$.

II.2.92. Ce tensiune minimă de accelerare trebuie să aibă un tub de raze X pentru a se obține toate liniile seriei K în cazul unui anticatod format din: *a)* cupru ($Z = 29$); *b)* argint ($Z = 47$). Se cunosc constantele: h, e, c, R și σ.

II.2.93. Să se determine constanta de ecranare σ pentru seria L a wolframului ($Z = 74$), dacă se știe că razele X cu lungimea de undă $\lambda = 0{,}143$ nm sînt emise cînd are loc tranziția unui electron al wolframului de pe pătura M pe pătura L (linia L_α). Se cunoaște constanta R a lui Rydberg.

II.2.94. Linia K_α din spectrul caracteristic al unui element are lungimea de undă $\lambda = 78{,}8$ pm. Să se identifice acest element. Se dau constantele R și σ.

II.2.95. Prin trecerea unui fascicul monocromatic de raze X printr-un strat de apă de grosime $d = 5$ cm intensitatea fasciculului se atenuează de e ori. Să se calculeze coeficientul de atenuare liniară μ al razelor X în apă.

II.2.96. Dacă grosimea unui strat de apă crește cu 2 cm, intensitatea fasciculului de raze X transmis, se micșorează de 3 ori. Să se calculeze coeficientul μ de atenuare liniară al radiațiilor X în apă.

II.2.97. Pentru protecția împotriva radiațiilor X se folosește un ecran de plumb de grosime $d_{Pb} = 0{,}5$ cm. Coeficientul de atenuare liniară al radiațiilor X în plumb este $\mu_{Pb} = 52{,}5\ cm^{-1}$. Ce grosime trebuie să aibă un ecran de aluminiu, cu $\mu_{Al} = 0{,}765\ cm^{-1}$, pentru a asigura aceeași protecție împotriva radiațiilor X.

II.2.98. Să se calculeze grosimea de înjumătățire a radiațiilor monocromatice X al căror coeficient de atenuare masică în aluminiu este $\mu_m = 5{,}3\ m^2/kg$. Densitatea aluminiului este $\rho = 2\,600\ kg/m^3$. Precizare: $\mu_m = \mu/\rho$.

II.2.99. De cîte ori scade intensitatea fasciculului de raze X, de lungime de undă $\lambda = 20$ pm, cînd trece printr-un strat de fier de grosime 0,15 mm. Coeficientul de absorbție masică μ_m al radiațiilor X în fier este $1{,}1\ m^2/kg$ iar densitatea fierului $\rho = 7{,}9 \cdot 10^3\ kg/m^3$.

II.2.100. Să se calculeze grosimea de înjumătățire pentru fier folosind datele problemei precedente.

II.2.101. În tabelul de mai jos sînt precizate grosimile de înjumătățire $X_{1/2}$ pentru razele X de energie 1 MeV în cîteva materiale ale căror densități sînt de asemenea precizate în tabel. *a)* Să se calculeze coeficientul de atenuare liniară și masică. *b)* Să se calculeze lungimea de undă a radiațiilor X. Se dau constantele h și c.

Material	apă	aluminiu	fier	plumb
$X_{1/2}$(cm)	10,2	4,5	1,56	0,87
ρ(kg/m³)	1 000	2 600	7 900	11 300

II.2.102. Cîte grosimi de înjumătățire sînt necesare, pentru ca intensitatea unui fascicul de raze X să scadă de 80 ori?

II.2.103. Un fascicul monocromatic de raze X, de lungime de undă $\lambda_0 = 55{,}8$ pm, este difuzat prin efect Compton de o placă de grafit. Să se calculeze lungimea de undă λ a radiației difuzate la unghiul $\theta = 60°$ față de direcția fasciculului incident. Se dau constantele: m_e, c și h.

***II.2.104.** Care este fracțiunea atomilor de hidrogen excitați pe nivelul energetic cu numărul cuantic $n = 2$ la temperatura $T = 3\,000$ K? Pentru atomul de hidrogen se va folosi modelul cuantic al lui Bohr. Se dau constantele h, c, R și constanta Boltzmann $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ J \cdot K^{-1}$.

Precizare: distribuția Boltzmann este $\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} \cdot e^{-\frac{E_2 - E_1}{kT}}$ în care N_1 este numărul atomilor excitați pe nivelul energetic E_1 și de pondere statistică g_1 (gradul de degenerare al stării respective) iar N_2 este numărul atomilor excitați pe nivelul energetic de energie E_2 ($E_2 > E_1$) și pondere statistică g_2.

***II.2.105.** Să se determine raportul populațiilor stărilor $3p$ și $3s$ pentru un gaz, format din atomi de sodiu, aflat la temperatura $T = 2\,400$ K. Lungimea de undă pentru tranziția $3p \to 3s$ este $\lambda = 589$ nm. Se dau constantele: h, c și constanta $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ J \cdot K^{-1}$.
Indicație. Se va folosi distribuția Boltzmann precizată în problema precedentă.

II.2.106. Să se calculeze timpul mediu de viață al atomilor excitați pe o anumită stare energetică, dacă se știe că intensitatea liniei spectrale corespunzătoare tranziției de pe această stare pe starea fundamentală se micșorează de $\eta = 25$ ori pe o distanță $l = 2{,}5$ mm, măsurată în direcția de deplasare a atomilor, cu viteza $v = 600$ m/s. (Metoda razelor canal a lui Wien.)

II.2.107. Un gaz rarefiat, format din atomi de Hg aflați în stare fundamentală, este excitat cu radiația monocromatică „de rezonanță" de lungime de undă $\lambda = 253{,}65$ nm, emisă de o lampă de mercur. Ca rezultat al excitării puterea emisă de atomii de Hg, pentru lungimea de undă λ, este $P = 35$ mW. Să se calculeze numărul atomilor de Hg aflați în starea excitată, știind că timpul mediu de viață al acesteia este $\tau = 0{,}15\ \mu s$. Se cunosc valorile constantelor h și c.

II.2.108. Un gaz de atomi de litiu, cu concentrația $n = 3{,}6 \cdot 10^{16}\ cm^{-3}$, se află la temperatura $T = 1\,500$ K. Puterea emisă, pentru linia de rezonanță de lungime de undă $\lambda = 671$ nm (tranziția $2p \to 2s$), în unitatea de volum, este $P_v = 0{,}30\ W/cm^3$. Să se determine timpul mediu de viață al atomilor de Li în starea excitată de rezonanță. Se cunosc constantele: h, c și $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ J \cdot K^{-1}$. Se va folosi distribuția Boltzmann din problema II.2.104.

***II.2.109.** Hidrogenul atomic se găsește în echilibru termodinamic. Să se determine: *a)* raportul S al tranzițiilor induse și spontane ale atomilor pentru nivelul $n = 2$ la temperatura $T = 3\,000$ K; *b)* temperatura la care probabilitățile tranzițiilor induse și spontane sînt egale. Se cunosc constantele: h, c, R și $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ J \cdot K^{-1}$.
Indicație. La echilibru termodinamic energia emisă în unitatea de timp (spontan și stimulat) este egală cu energia absorbită în unitatea de timp. Se vor folosi coeficienții lui Einstein.

***II.2.110.** Un fascicul de lumină de frecvență ν, egală cu frecvența de rezonanță a atomilor unui gaz aflat la temperatura T, trece prin acest gaz. Să se demonstreze că μ coeficientul de absorbție al luminii de către gazul atomic variază după legea $\mu = \mu_0(1 - e^{-h\nu/kT})$ în care μ_0 este coeficientul de absorbție al gazului la temperatura $T \to 0$.
Indicație. Se va neglija emisia spontană — condiția de realizare a unui laser.

***II.2.111.** În ce domeniu spectral intensitatea radiației induse este mai mare decît intensitatea radiației spontane, pentru un gaz de atomi, aflat la echilibru termodinamic la temperatura $T = 300$ K. Se dau: h, c și $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J · K^{-1}. În rezolvare se va folosi rezultatul obținut în problema II.2.109.

***II.2.112.** Care trebuie să fie temperatura unui gaz de atomi, aflat la echilibru termodinamic, pentru ca probabilitatea emisiei stimulate să fie mai mare decît probabilitatea de emisie spontană, pentru radiația de rezonanță de lungime de undă $\lambda = 550$ nm. Se dau: h, c și $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J · K^{-1}. În rezolvare se va folosi rezultatul obținut în problema II.2.109.

II.3. ELEMENTE DE FIZICA SOLIDULUI

Pentru rezolvarea problemelor din acest capitol se vor considera următoarele valori pentru principalele constante fizice:

constanta lui Planck	$h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ J · s,
constanta lui Boltzmann	$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J · grd^{-1} $= 8{,}625 \cdot 10^{-5}$ eV · grd^{-1},
masa de repaus a electronului	$m_0 = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg
sarcina electronului	$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C,
viteza luminii	$c = 3 \cdot 10^{8}$ m · s^{-1},
numărul lui Avogadro	$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{26}$ kmol^{-1},
unitatea atomică de masă	1 u $= 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg,
permitivitatea vidului	$\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}$ F · m^{-1}.

LEGĂTURA CHIMICĂ ȘI STRUCTURA CRISTALINĂ A CORPULUI SOLID

II.3.1. Atomii de natriu și clor în stare liberă au configurațiile electronice $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$ și respectiv, $1s^2 2s^2 3s^2 3p^5$. Care sînt configurațiile electronice ale ionilor de natriu și de clor în rețeaua cristalină a NaCl? Să se explice rezultatul.

II.3.2. Configurația electronică a atomului liber de carbon este $1s^2 2s^2 2p^2$. Să se reprezinte schematic formarea legăturilor covalente în cristalul de diamant. Cum sînt orientați spinii electronilor care participă la formarea legăturilor chimice?

II.3.3. Configurația electronică a atomului liber de Si este $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2$. *a)* Care sînt electronii care participă la formarea legăturii covalente? *b)* Ce fel de hibridizare are loc, în urma formării legăturilor chimice în cristalul de Si?

***II.3.4.** Se consideră un șir infinit de ioni cu sarcini pozitive și negative alternante ($\pm e$). Dacă distanțele dintre ioni sînt egale între ele și egale cu r_0, să se calculeze energia potențială de atracție electrostatică a unui ion cu toți ceilalți ioni din șirul infinit.

II.3.5. Să se arate că rezultatul din problema precedentă nu depinde de semnul ionului de referință.

II.3.6. În figura II.3.6 este reprezentată energia de atracție, energia de respingere și energia totală de interacțiune dintre doi ioni vecini din cristalul de NaCl. *a)* Folosind datele din figură să se găsească energia de legătură din cristalul de NaCl, raportată la o moleculă de NaCl. *b)* Care este energia de legătură a unui cristal de NaCl cu masa $m = 1$ mol? Se presupune cunoscut numărul lui Avogadro N_A.

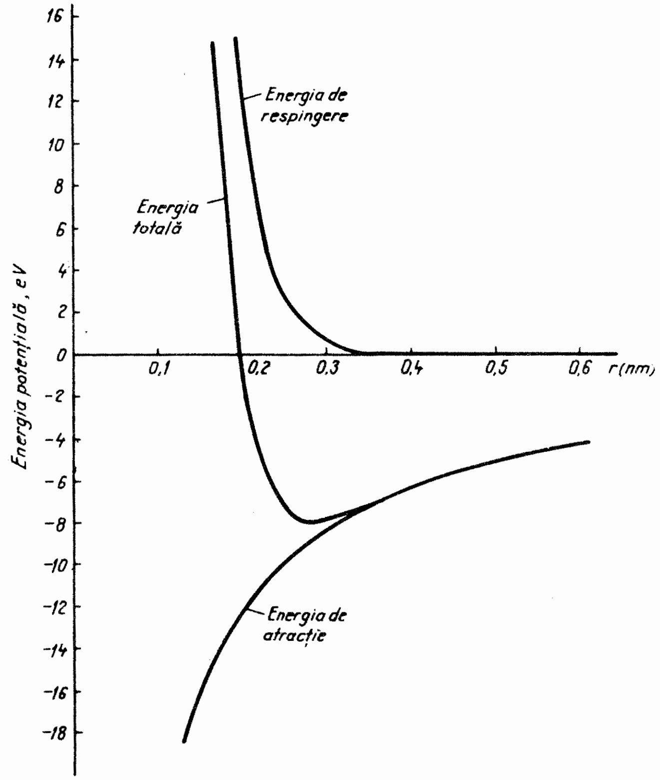


Fig. II.3.6

II.3.7. În tabelul II.3.7. se dă energia de legătură și temperatura de topire pentru cîteva cristale cu o structură asemănătoare cu cea a cristalului de NaCl. Să se explice de ce cristalele cu energie de legătură mai mare au puncte de topire mai ridicate.

Tabelul II.3.7

Cristalul	Energia de legătură E_L(kJ/mol)	Temperatura de topire t_t(°C)
KBr	661,5	735
KCl	690,8	768
NaCl	762,0	801
LiFl	1 013,2	870
FeO	4 040,3	1 420

II.3.8. În tabelul II.3.8 se dă energia de legătură (E_L), constanta rețelei cristaline (a), temperatura de topire (t_t), căldura latentă de vaporizare (λ_v) și căldura specifică pentru metalele alcaline cu structură cristalină cubică cu

volum centrat. Ţinînd cont de poziţia acestor metale în sistemul periodic al elementelor şi de natura legăturii chimice în cristale, să se explice datele din acest tabel.

Tabelul II.3.8

Cristalul	E_L (kJ/mol)	a(nm)	t_t(°C)	λ_v(kJ/mol)	c(J/kg·K)
Li	674,1	0,351	180	155,3	3 302
Na	607,1	0,430	98	108,9	1 233
Ka	510,8	0,534	63	92,1	739
Rb	489,9	0,562	39	87,9	334
Cs	456,4	0,601	29	79,5	217

II.3.9. Se dă un cristal de Ag cu masa $m = 1$g. Ştiind că Ag este monovalent şi are masa molară $M = 107{,}87$ kg · kmol^{-1}, să se determine numărul total al electronilor care participă la formarea legăturii metalice în cristal. Se cunoaşte numărul lui Avogadro N_A.

II.3.10. Energia de legătură dintre doi atomi de Si în cristalul de Si este $E_l = 1{,}8$ eV. Cunoscînd masa molară a Si ($M = 28{,}08$ kg · kmol^{-1}) şi numărul lui Avogadro N_A, să se determine energia de legătură pentru un cristal de Si cu masa $m = 100$ g.

II.3.11. Energia potenţială de interacţiune dintre doi ioni din cristalul ionic se aproximează cu ajutorul relaţiei:

$$E_p = Ae^{-\frac{r}{\rho_0}} - \frac{\alpha e^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r}$$

unde ρ_0 este parametrul energiei de respingere, α este parametrul atracţiei electrostatice, ε_0 este permitivitatea vidului iar A este o constantă. Pentru cristalul de NaCl avem $\rho_0 = 0{,}321 \cdot 10^{-10}$ m, $\alpha = 1{,}747$ iar distanţa dintre doi ioni la echilibru este $r_0 = 2{,}82 \cdot 10^{-10}$ m. Să se calculeze: *a)* valoarea constantei A; *b)* energia de legătură pentru cristalul cu masa $m = 1$ kmol; *c)* distanţa r_l la care energia de atracţie este egală cu energia de respingere dintre ioni.
Se cunosc constantele: sarcina electronului e şi permitivitatea vidului ε_0.

II.3.12. În figura II.3.12 este reprezentată o reţea cristalină plană iar prin regiunile haşurate sînt indicate trei posibilităţi de alegere a celulei elementare. Cîţi atomi conţine fiecare celulă elementară? Să se explice rezultatul.

II.3.13. În figura II.3.13 este reprezentată o reţea cristalină plană în care, prin regiunile haşurate, sînt alese trei celule primitive. *a)* Să se precizeze tipul reţelei cristaline plane din figură. *b)* Cîţi atomi conţine fiecare celulă primitivă? *c)* Dacă a este constanta reţelei cristaline cu cît este egală aria fiecărei celule primitive?

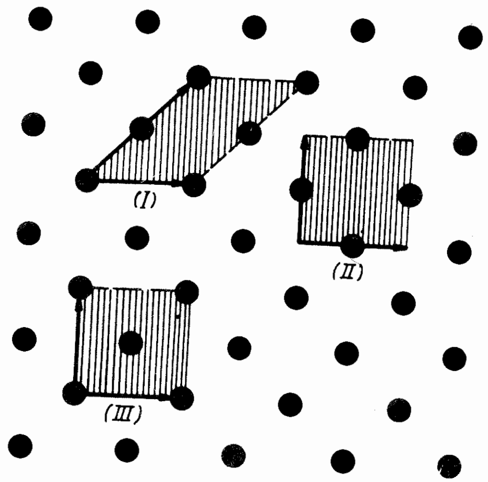


Fig. II.3.12

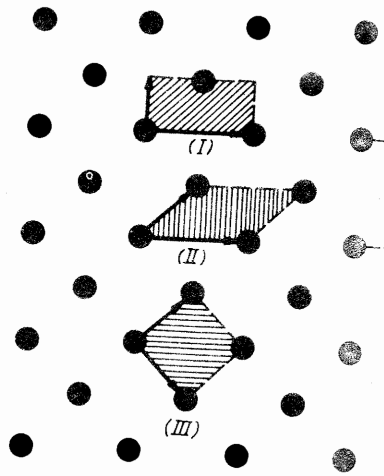


Fig. II.3.13

II.3.14. În figura II.3.14 este reprezentată celula unitară a cristalului de NaCl. Să se arate că fiecare celulă unitară a clorurii de sodiu conţine patru ioni de sodiu şi patru ioni de clor.

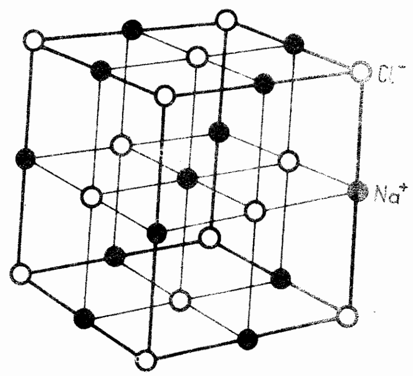


Fig. II.3.14

II.3.15. Cristalul de KCl are structura clorurii de sodiu. Cîte molecule de KCl conţine celula unitară a cristalului de KCl?

II.3.16. Cunoscînd densitatea de masă $\rho = 2{,}165 \cdot 10^3$ kg · m^{-3} şi constanta reţelei cristaline $a_0 = 5{,}64 \cdot 10^{-10}$m, să se afle numărul N de celule unitare dintr-un cristal de NaCl cu masa $m = 1$ g.

II.3.17. Cunoscînd masa molară $M = 58{,}44$ kg · kmol^{-1} şi densitatea de masă $\rho = 2{,}165$ kg · m^{-3}, să se calculeze constanta reţelei cristaline, a_0, a cristalului de NaCl. Se cunoaşte numărul lui Avogadro N_A.

II.3.18. Cristalele de Fe au o reţea cristalină cubică cu volum centrat. Cunoscînd masa molară $M = 55{,}84$ kg · kmol^{-1}, densitatea de masă $\rho = 7{,}8 \cdot 10^3$ kg · m^{-3} şi numărul lui Avogadro N_A, să se determine: *a)* numărul de atomi N_a din celula unitară; *b)* constanta reţelei cristaline, a_0; *c)* numărul de atomi n_a din volumul $V = 1$ cm^3; *d)* numărul de celule unitare N_u dintr-un cristal de Fe cu masa $m = 1$ kg.

II.3.19. Cristalul de calciu are o reţea cristalină cubică cu feţe centrate (fig. II.3.19). Cunoscînd densitatea de masă $\rho = 1{,}55 \cdot 10^3$ kg · m^{-3}, masa molară $M = 40{,}08$ kg · kmol^{-1} şi numărul lui Avogadro N_A să se determine: *a)* constanta reţelei cristaline, a_0; *b)* distanţa d dintre atomii cei mai apropiaţi.

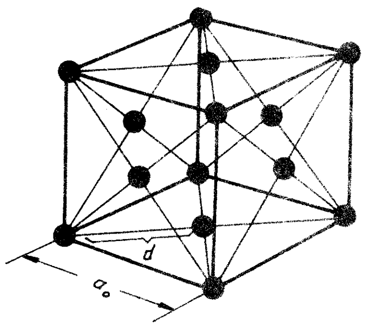


Fig. II.3.19

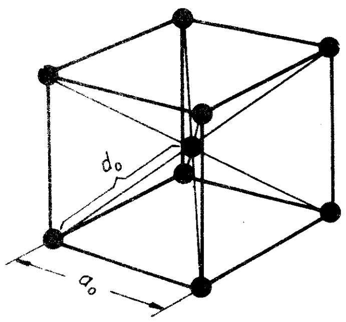


Fig. II.3.20

II.3.20. Se dă un cristal de Ta cu masa $m = 20$ g și densitatea de masă $\rho_0 = 16,6 \cdot 10^3$ kg · m^{-3} la temperatura $t_0 = 0°C$. Știind că Ta are o rețea cubică cu volum centrat (fig. II.3.20) să se calculeze: *a)* distanța d_0 dintre atomii cei mai apropiați la $t_0 = 0°C$; *b)* variația relativă γ a volumului celulei unitare cînd temperatura crește de la $t_0 = 0°C$ la $t = 2\,000°C$; *c)* numărul de celule unitare N_u din cristal.

Se cunosc: masa molară $M = 180,94$ kg · kmol.$^{-1}$, coeficientul de dilatare liniară a Ta $\alpha = 6,6 \cdot 10^{-6}$ grd.$^{-1}$ și numărul lui Avogadro N_A.

II.3.21. Cristalul de Fe are o rețea cristalină cubică cu volum centrat iar cristalul de Ir are o rețea cubică cu fețe centrate. Cunoscînd masele molare $M_1 = 55,85$ kg · kmol.$^{-1}$ și $M_2 = 192,2$ kg · kmol.$^{-1}$ și densitățile $\rho_1 = 7,874$ kg · m^{-3} și $\rho_2 = 22,422$ kg · m^{-3}, să se găsească valoarea raportului d_1/d_2, unde d_1 și d_2 sînt distanțele dintre atomii cei mai apropiați din cristalul de Fe și respectiv de Ir.

II.3.22. Este cunoscut faptul că unele metale pot avea atît o rețea cristalină cubică cu volum centrat cît și o rețea cristalină cubică cu fețe centrate. Experimental s-a constatat că în urma trecerii de la un tip de rețea la alt tip nu se observă o schimbare esențială a volumului. Dacă presupunem că volumul metalului rămîne neschimbat atunci cînd se trece de la un tip de rețea la altul, să se găsească valoarea raportului d_1/d_2, unde d_1 și d_2 sînt distanțele dintre atomii cei mai apropiați în metalul cu rețea cubică cu fețe centrate și respectiv, cu volum centrat.

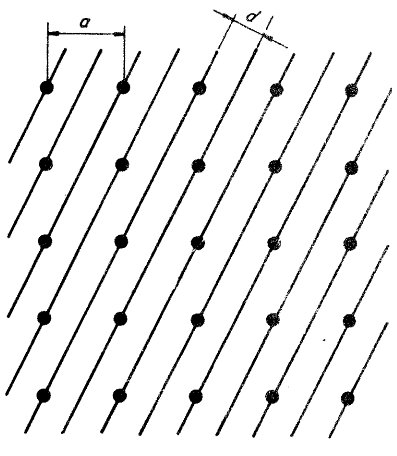


Fig. II.3.23

II.3.23. În figura II.3.23. este reprezentată o secțiune într-o rețea cubică simplă. Liniile oblice reprezintă o familie de plane paralele cu distanța interplanară $d = 1,827 \cdot 10^{-10}$ m. Un fascicul de raze X cu lungimea de undă $\lambda = 0,13$ nm poate

cădea sub diferite unghiuri pe această familie de plane. Să se calculeze: *a)* constanta rețelei cristaline a; *b)* unghiurile Bragg posibile.

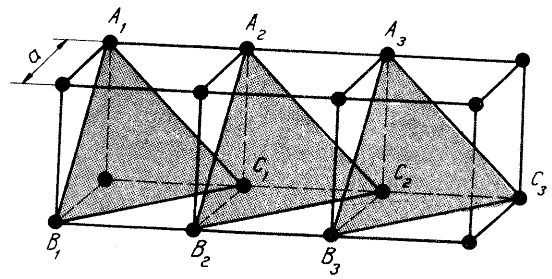


Fig. II.3.25

II.3.24. Un fascicul de raze X cu lungimea de undă $\lambda = 1,537 \cdot 10^{-10}$ m cade pe o familie de plane paralele. Știind că reflexia Bragg de ordinul $n = 3$ se observă cînd unghiul dintre fasciculul incident și cel reflectat este $\varphi = 60°$, să se determine distanța interplanară d.

II.3.25. În figura II.3.25 sînt reprezentate trei celule unitare ale unui cristal cu structură cristalină cubică în care se alege familia de plane paralele echidistante $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$, $A_3B_3C_3$,... . Pe această familie de plane cade un fascicul de raze X cu lungimea de undă $\lambda_0 = 1,537 \cdot 10^{-10}$ m iar reflexia Bragg de ordinul $n = 1$ se observă sub unghiul $\theta_1 = 19,2°$. Să se calculeze: *a)* constanta rețelei cristaline, a; *b)* numărul de reflexii Bragg care se pot observa pe acest fascicul de plane; *c)* lungimea de undă a radiației incidente pentru a observa cel puțin $n_0 = 4$ reflexii Bragg pe această familie de plane.

II.3.26. Pe un cristal de Au se observă reflexia Bragg de ordinul doi sub unghiul $\theta_0 = 60°$ la temperatura $t_0 = 0°C$. Sub ce unghi se va observa reflexia Bragg, de același ordin, la temperatura $t_1 = 500°C$, dacă coeficientul de dilatare termică liniară pentru Au este $\beta = 1,4 \cdot 10^{-5}$ grd^{-1}?

II.3.27. Reflexia Bragg, de același ordin, pe un cristal de Ag se observă la $t_1 = 18°C$ și $t_2 = 630°C$ sub unghiurile $\theta_1 = 80°9'$ și respectiv, $\theta_2 = 76°54'$. Să se calculeze coeficientul de dilatare termică lineară a Ag.

STRUCTURA DE BENZI A ENERGIEI ELECTRONILOR ÎN SOLIDE: METALE, SEMICONDUCTORI, DIELECTRICI

II.3.28. Atomul de Li în stare liberă are configurația electronică $1s^22s^1$. Cîți electroni se vor găsi în banda energetică provenită de la nivelul $1s$, dacă apropiem 2 atomi de Li pînă la o distanță comparabilă cu constanta rețelei cristaline a cristalului de Li? Să se reprezinte schematic nivelele energetice ale celor doi atomi de Li înainte și după apropierea lor.

II.3.29. Se apropie cinci atomi de Li pînă la o distanță comparabilă cu distanța interatomică din cristalul de Li. Știind că în stare liberă atomul de Li are configurația electronică $1s^22s^1$, să se determine numărul stărilor energetice libere din banda energetică provenită de la nivelul $2s^1$. Să se reprezinte schematic nivelele energetice și gradul de ocupare cu electroni, după apropierea celor cinci atomi de Li.

II.3.30. În cazul semiconductorilor din grupa a IV-a doi dintre electronii de valență se află pe nivelul s iar alți doi pe nivelul p. Prin apropierea a N atomi nivelele energetice s și p se desfac în benzi care, la o anumită distanță dintre atomi, se întîlnesc formînd o singură bandă iar apoi se desfac în două benzi în așa fel încît fiecare bandă să conțină jumătate din numărul total de stări

provenite de la nivelele s și p. *a)* Să se reprezinte schematic formarea benzilor energetice. *b)* Care este gradul de ocupare cu electroni a stărilor din banda de valență?

II.3.31. Se dă un cristal de Si cu masa $m = 10$ g. Cunoscînd masa molară a Si, $M = 28{,}08$ kg · kmol^{-1} și numărul lui Avogadro N_A, să se afle numărul stărilor din banda de valență.

II.3.32. Trei atomi de Ge se apropie pînă la o distanță comparabilă cu distanța interatomică din cristalul de Ge. Să se reprezinte schematic banda de valență, banda de conducție și banda interzisă. Cîte stări energetice conține banda de valență? Dar banda de conducție? Unde se află electronii de valență?

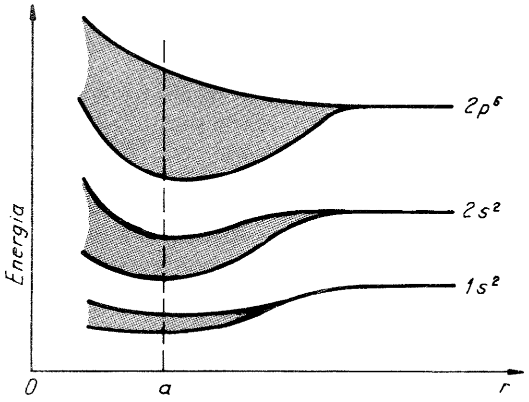


Fig. II.3.33

II.3.33. Se dă un cristal format din N atomi cu configurația electronică $1s^2 2s^2 2p^6$. În figura II.3.33 este reprezentată schematic formarea benzilor energetice din nivelele energetice discrete ale atomilor. *a)* Cîte stări energetice conține fiecare bandă? *b)* Cîți electroni se află în fiecare bandă energetică? *c)* Să se precizeze natura cristalului (metal, semiconductor sau dielectric).

II.3.34. Se dă un cristal de Ge cu masa $m = 100$ g. Cunoscînd masa molară $M = 78{,}52$ kg · kmol^{-1} și numărul lui Avogadro N_A, să se afle numărul de stări N_c din banda de conducție.

II.3.35. Banda de conducție a unui cristal semiconductor are lărgimea $\Delta E_c = 1{,}8$ eV și se formează prin despicarea unui nivel $4p$. Dacă cristalul este format din $n = 6 \cdot 10^{22}$ atomi, să se determine intervalul energetic $\Delta\varepsilon$ dintre două nivele energetice din banda de conducție. Să se compare $\Delta\varepsilon$ cu energia de agitație termică kT, unde k este constanta lui Baltzmann, iar $T = 290$ K.

II.3.36. În metalele monovalente numărul electronilor liberi este egal cu numărul atomilor. Să se calculeze concentrația n a electronilor liberi în Cu, știind că densitatea de masă a Cu este $\rho = 8{,}89 \cdot 10^3$ kg · m^{-3}, masa molară este $M = 63{,}54$ kg · kmol^{-1} și se presupune cunoscut numărul lui Avogadro N_A.

II.3.37. Cristalul de Na are o rețea cubică cu volum centrat iar constanta rețelei cristaline este $a = 4{,}291 \cdot 10^{-10}$ m. Să se determine concentrația electronilor liberi.

II.3.38. Să se verifice rezultatul de la problema precedentă știind că densitatea de masă a Na este $\rho = 0{,}97 \cdot 10^3$ kg · m^{-3}, masa molară este $M = 22{,}9898$ kg · kmol^{-1}, iar numărul lui Avogadro este N_A.

II.3.39. Atomii de Na și Cl, în stare liberă, au configurațiile electronice $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$ și $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5$ iar în starea cristalină au configurațiile $1s^2 2s^2 2p^6$ și respectiv, $1s^2 2p^2 2p^6 3s^2 3p^6$. În figura II.3.39 este reprezentată schematic formarea benzilor energetice în cristalul de NaCl cînd atomii de Na și Cl sînt apropiați pînă la distanța de echilibru dintre ioni, a. *a)* Să se explice de ce

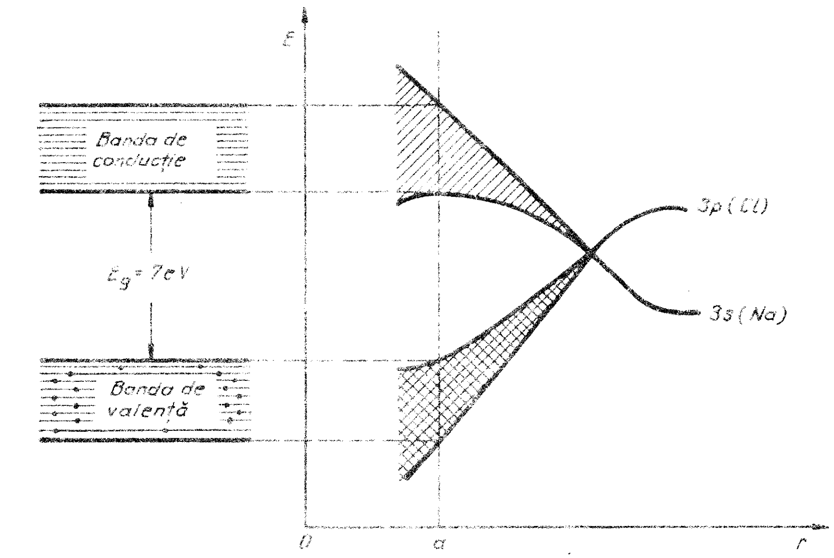


Fig. II.3.39

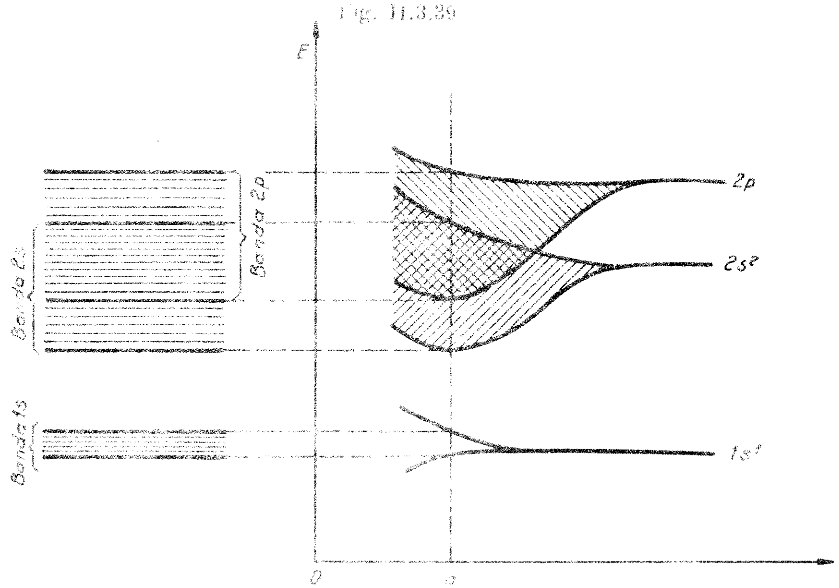


Fig. II.3.40

cristalul de NaCl este un dielectric. *b)* Dacă cristalul este format din N molecule de NaCl, să se determine numărul stărilor energetice din banda de conducție și respectiv, din banda de valență.

II.3.40. În cristalul de Be benzile energetice care provin de la nivelele $2s$ și $2p$ se suprapun, formînd o bandă energetică hibridă (fig. II.3.40). Se dă un cristal de Be format din N atomi și se cere: *a)* numărul total de stări din banda hibridă; *b)* numărul de stări libere din banda de conducție.

II.3.41. Cristalul de Au are o rețea cristalină cubică cu fețe centrate cu constanta rețelei $a = 4{,}078 \cdot 10^{-10}$ m. Să se determine numărul electronilor liberi dintr-un cristal de Au cu volumul $V = 4$ mm^3.

II.3.42. Cunoscînd masele molare $M_1 = 63{,}54$ kg · kmol^{-1} și $M_2 = 26{,}98$ kg · · kmol^{-1} și densitățile de masă $\rho_1 = 8{,}93 \cdot 10^3$ kg · m^{-3} și $\rho_2 = 2{,}7 \cdot 10^3$ kg · m^{-3} ale Cu și respectiv Al, să se calculeze raportul n_1/n_2 dintre concentrațiile electronilor liberi din Cu și Al.

CONDUCȚIA ELECTRICĂ ÎN METALE ȘI SEMICONDUCTORI

II.3.43. Se dă un fir de Cu cu lungimea $l = 1$m, la capetele căruia se aplică diferența de potențial $U = 10$ mV. Cunoscînd concentrația electronilor liberi $n = 8{,}43 \cdot 10^{28}$ m^{-3}, rezistivitatea $\rho = 1{,}55 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot$ m și sarcina electronului, e, să se calculeze: *a)* mobilitatea electronilor liberi; *b)* viteza de transport a electronilor; *c)* timpul t_c în care un electron de conducție străbate distanța l.

II.3.44. Știind că fiecărui atom de Ag îi revine cîte un electron de conducție, să se determine viteza de transport a electronilor într-un fir de Ag cu diametrul $d = 0{,}1$ mm prin care trece curentul $I = 1$ mA.
Se cunosc: masa molară $M = 107{,}87$ kg · kmol^{-1}, densitatea de masă $\rho = 10{,}492 \cdot 10^3$ kg · m^{-3}, numărul lui Avogadro N_A și sarcina electronului e.

II.3.45. Printr-un fir de Cu cu secțiunea $S = 0{,}2$ mm^2 trece un curent $I = 2{,}5$ A. Cunoscînd rezistivitatea $\rho = 1{,}55 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot$ m a Cu și sarcina elementară e, să se calculeze forța care acționează asupra fiecărui electron de conducție.

II.3.46. Un conductor metalic se mișcă cu viteza $v_0 = 10$ m · s^{-1}, orientată perpendicular pe secțiunea lui. La un moment dat, conductorul este frînat pînă cînd viteza lui scade la zero. Să se determine numărul electronilor de conducție care trec prin unitatea de suprafață a secțiunii, capetele conductorului fiind legate printr-un fir de rezistență neglijabilă.
Se cunosc: rezistivitatea conductorului metalic $\rho = 2{,}5 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot$ m, sarcina electronului e și masa electronului m_0.

II.3.47. Densitatea curentului într-un conductor de Al este $j = 1$ A/mm^2. Cunoscînd masa molară $M = 26{,}98$ kg · kmol^{-1} și densitatea de masă $\rho = 2{,}7 \cdot 10^3$ kg · m^{-3}, să se calculeze viteza de transport v_t a electronilor de conducție, știind că numărul electronilor liberi într-un centimetru cub de Al este egal cu numărul atomilor.
Se cunosc: sarcina electronului e și numărul lui Avogadro N_A.

II.3.48. Fie un conductor metalic cu lungimea $l = 10$ km, la capetele căruia se aplică diferența de potențial $U = 220$ V. Cunoscînd mobilitatea electronilor de conducție $\mu = 4{,}78 \cdot 10^{-3}$ m^2 · V^{-1} · s^{-1}, să se determine timpul t_c în care un electron poate ajunge de la un capăt la celălalt al conductorului.

II.3.49. Un electron de conducție parcurge un conductor metalic de lungime l în timpul t_c, cînd la capetele conductorului se aplică diferența de potențial U. Un electron liber străbate aceeași distanță în vid și sub acțiunea aceleiași diferențe de potențial în timpul t_0. Se presupune că masa electronului de conducție este egală cu masa electronului liber în vid. *a)* Să se arate că raportul t_c/t_0^2 nu depinde de diferența de potențial U. *b)* Să se determine mobilitatea electronilor în conductor, dacă se cunosc: $t_0 = 2{,}4 \cdot 10^{-4}$ s, $t_c = 10^6$ s, sarcina electronului, e, masa electronului, m_0.

II.3.50. Sub acțiunea unei diferențe de potențial U un electron străbate în vid distanța l în timpul $t_0 = 9{,}1 \cdot 10^{-4}$ s. Dacă aceeași diferență de potențial este aplicată unui conductor metalic în care mobilitatea electronilor de conducție este $\mu = 4 \cdot 10^{-3}$ m^2 · V^{-1} · s^{-1}, să se calculeze raportul dintre viteza v_0, după ce electronul a parcurs distanța l în vid și viteza de transport v_t a electronului în metal. Să se explice rezultatul obținut.
Se cunosc: masa m_0 și sarcina e, ale electronului.

II.3.51. Dacă unui conductor de Cu cu lungimea $l = 10$ m și secțiunea $S = 1$ mm^2 i se aplică diferența de potențial $U = 0{,}62$ V atunci prin el trece curentul $I = 4$ A. Știind că fiecare atom de Cu participă cu cîte un electron la conducția electrică, să se determine timpul mediu τ dintre două ciocniri ale electronilor cu ionii din nodurile rețelei cristaline.
Se dau: sarcina electronului e, masa electronului m_0, numărul lui Avogadro N_A, masa molară $M = 63{,}54$ kg · kmol^{-1} și densitatea de masă a Cu, $\rho = 8{,}93 \cdot 10^3$ kg · m^{-3}.

II.3.52. La capetele unui conductor de Al cu lungimea $l = 1$ m se aplică diferența de potențial $U = 1$ V. Cunoscînd conductivitatea electrică $\sigma = 4 \cdot 10^7\ \Omega^{-1} \cdot$ m^{-1}, densitatea de masă $\rho = 2{,}7 \cdot 10^3$ kg · m^{-3} și masa molară $M = 26{,}98$ kg · kmol^{-1} ale Al să se calculeze: *a)* mobilitatea electronilor de conducție în Al; *b)* timpul mediu τ dintre două ciocniri ale electronilor de conducție cu ionii din nodurile rețelei cristaline; *c)* energia transmisă rețelei cristaline în urma ciocnirilor dintre electroni și ioni în unitatea de volum și în unitatea de timp.
Se dau: masa electronului m_0, sarcina electronului e și numărul lui Avogadro N_A.

II.3.53. Intensitatea cîmpului electric din interiorul unui conductor de Cu este $E = 0{,}1$ V · m^{-1}. Știind că după intervalul de timp $\Delta t = 1{,}5$ minute conductorul se încălzește cu $\Delta T = 15$ grade, să se afle timpul mediu dintre două ciocniri consecutive ale electronilor de conducție.
Se cunosc: sarcina electronului e, masa electronului m_0, concentrația electronilor de conducție $n = 8{,}5 \cdot 10^{28}$ m^{-3}, căldura specifică $c = 390$ J · kg^{-1} · grd^{-1} și densitatea de masă a Cu, $\rho = 8{,}93 \cdot 10^3$ kg · m^{-3}.

II.3.54. Printr-un fir de Ag cu secțiunea $S = 0{,}1$ mm^2 trece curentul $I = 0{,}96$ A. Știind că în intervalul de timp $\Delta t = 1$ s temperatura firului crește cu $\Delta T = 1$ grad, să se determine mobilitatea electronilor de conducție. Se presupune că firul de Ag este izolat termic și se dau: concentrația electronilor de conducție $n = 5{,}8 \cdot 10^{28}$ m^{-3}, densitatea de masă $\rho = 10{,}49 \cdot 10^3$ kg · m^{-3}, căldura specifică $c = 236$ J · kg^{-1} · grd^{-1} și sarcina electronului e.

II.3.55. Să se determine mobilitatea electronilor în cristalul de Na cu conductivitatea electrică $\sigma = 2{,}3 \cdot 10^7\ \Omega^{-1} \cdot$ m^{-1} și concentrația electronilor $n = 2{,}5 \cdot 10^{28}$ m^{-3}. Se cunoaște sarcina electronului e.

II.3.56. Rezistivitatea unui conductor de Ag la temperatura camerei este $\rho = 1{,}54 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot$ m, iar concentrația electronilor este $n = 5{,}8 \cdot 10^{28}$ m^{-3}. Să se calculeze: *a)* timpul mediu τ dintre două ciocniri ale electronilor; *b)* mobilitatea electronilor de conducție; *c)* viteza de transport a electronilor. Se cunosc: masa m_0 și sarcina e, ale electronului.

II.3.57. Rezistivitatea Ge intrinsec la temperatura $t = 27$°C este $\rho = 0{,}47\ \Omega \cdot$ m. Cunoscînd mobilitățile electronilor $\mu_n = 3\,800$ cm^2 · V^{-1} · s^{-1} și a golurilor $\mu_p = 1\,800$ cm^2 · V^{-1} · s^{-1} și sarcina electronului e, să se calculeze: *a)* concentrația intrinsecă n_i a purtătorilor de sarcină; *b)* raportul b dintre viteza de transport a electronilor și viteza de transport a golurilor.

II.3.58. Să se calculeze rezistivitatea ρ_p a Ge cu conducție de tip p și cu concentrația golurilor $p = 4 \cdot 10^{20}$ m^{-3}. Să se compare rezultatul obținut cu rezistivitatea ρ_n a Ge de tip n, dacă concentrația electronilor este aceeași.
Se cunosc mobilitățile electronilor $\mu_n = 0{,}38$ m$^2 \cdot$ V$^{-1} \cdot$ s^{-1} și golurilor $\mu_p = 0{,}18$ m$^2 \cdot$ V$^{-1} \cdot$ s^{-1} și sarcina electronului e.

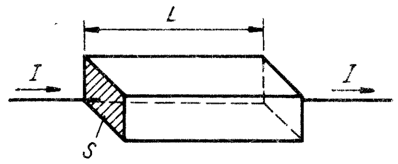


Fig. II.3.59

II.3.59. Într-un cristal semiconductor de formă paralelipipedică (fig. II.3.59) cu lungimea $L=1$ cm și secțiunea $S=2$ mm^2, concentrația electronilor este $n=10^{21}$ m^{-3} iar mobilitatea este $\mu_n=0{,}03$ m$^2 \cdot$V$^{-1} \cdot$s^{-1}. Cunoscînd sarcina electronului e, să se determine curentul I care trece prin cristal cînd la capetele lui se aplică diferența de potențial $U = 20$ V.

II.3.60. La capetele unui cristal semiconductor de tip n cu lungimea $L = 2$ cm și secțiunea $S = 4$ mm^2 se aplică diferența de potențial $U = 10$ V și se măsoară curentul $I = 20$ mA. Cunoscînd mobilitatea electronilor $\mu_n = 0{,}13$ m$^2 \cdot$ V$^{-1} \cdot$ s^{-1} și sarcina electronului e să se calculeze: *a)* viteza de transport a electronilor; *b)* concentrația purtătorilor de sarcină liberi.

II.3.61. Intensitatea cîmpului electric într-un cristal de Si intrinsec este $E = 400$ V $\cdot$ m^{-1}, iar mobilitățile electronilor și golurilor sînt $\mu_n = 1\,300$ cm$^2 \cdot$ V$^{-1} \cdot$ s^{-1} și respectiv, $\mu_p = 500$ cm$^2 \cdot$ V$^{-1} \cdot$ s^{-1}. Cunoscînd concentrația intrinsecă a purtătorilor de sarcină $n_i = 2{,}5 \cdot 10^{16}$ m^{-3} și sarcina electronului e să se calculeze: *a)* vitezele de transport ale electronilor și golurilor; *b)* rezistivitatea cristalului de Si; *c)* curentul electric care trece prin cristal, dacă secțiunea lui este $S = 1$ mm^2.

II.3.62. Concentrația donorilor într-un cristal de Ge cu lungimea $L = 1$ cm și secțiunea $S = 3$ mm^2 este $N_d = 10^{20}$ m^{-3}. Presupunînd că toți donorii sînt ionizați și neglijînd conducția intrinsecă, să se afle rezistența electrică a cristalului.
Se dau: mobilitatea electronilor $\mu_n = 0{,}38$ m$^2 \cdot$ V$^{-1} \cdot$ s^{-1} și sarcina electronului e.

II.3.63. Dacă se măsoară rezistența R a unei probe dintr-un semiconductor intrinsec în funcție de temperatura T se obțin datele din tabelul II.3.63. Cunoscînd lungimea probei $L = 2$ cm și secțiunea $S = 4$ mm^2, să se determine: *a)* lărgimea benzii interzise a semiconductorului; *b)* rezistivitatea semiconductorului la temperatura $T = 300$ K; *c)* temperatura la care rezistența probei scade de $N = 10^3$ ori față de rezistența pe care o are la $T = 300$ K.
Se dau: constanta lui Boltzmann, k și sarcina electronului, e.

Tabelul II.3.63

R, Ω	2 000	738	314	150	78	27	11	5,53	3,1
T, K	300	325	350	375	400	450	500	550	600

II.3.64. La temperatura $T_1 = 300$ K concentrația purtătorilor de sarcină în Ge intrinsec este $n_i(T_1) = 3 \cdot 10^{19}$ m^{-3}. Cu cît crește concentrația purtătorilor de sarcină, cînd temperatura crește cu un grad?
Se dau: lărgimea benzii intrinseci $E_g = 0{,}67$ eV și constanta lui Boltzmann, k.

II.3.65. Energia de ionizare a donorilor într-un semiconductor este $E_d = 0{,}05$ eV. Știind că la temperatura $T = 100$ K concentrația electronilor liberi excitați termic de pe nivelele donoare în banda de conducție este $n(T_1)$, să se determine temperatura T_2 la care concentrația electronilor liberi se dublează. Se neglijează generarea termică intrinsecă și se dă constanta lui Boltzmann, k.

II.3.66. Un cristal de Ge este impurificat cu acceptori în așa fel încît la $N_0 = 3 \cdot 10^9$ atomi de Ge să revină un singur atom acceptor. În ipoteza că Ge se află la o temperatură mai ridicată, cînd are loc și generarea intrinsecă și cunoscînd concentrația intrinsecă a purtătorilor de sarcină $n_i = 2{,}3 \cdot 10^{19}$ m^{-3}, să se determine concentrația golurilor. Se cunosc: numărul lui Avogadro N_A, masa molară $M = 72{,}59$ kg $\cdot$ kmol^{-1} și densitatea de masă a Ge, $\rho = 5{,}326 \cdot 10^3$ kg $\cdot$ m^{-3}.

II.3.67. Într-un semiconductor de tip n concentrația donorilor complet ionizați este $N_d = 5 \cdot 10^{20}$ m^{-3} iar concentrația purtătorilor de sarcină intrinseci este $n_i = 4 \cdot 10^{19}$ m^{-3}. Să se calculeze concentrațiile purtătorilor de sarcină liberi.

II.3.68. Într-un cristal de Ge cu conducție de tip n concentrația donorilor ionizați este $N_d = 8 \cdot 10^{20}$ m^{-3} iar concentrația intrinsecă a purtătorilor de sarcină este $n_i = 3 \cdot 10^{19}$ m^{-3}. Știind că mobilitățile electronilor și golurilor sînt $\mu_n = 0{,}38$ m$^2 \cdot$ V$^{-1} \cdot$ s^{-1} și, respectiv, $\mu_p = 0{,}18$ m$^2 \cdot$ V$^{-1} \cdot$ s^{-1} și cunoscînd sarcina electronului, e, să se calculeze conductivitatea electronică σ_n și conductivitatea de goluri σ_p.

II.3.69. O probă de Si cu conducție de tip p are lungimea $l = 1$ cm și secțiunea $S = 4$ mm^2. Cunoscînd concentrația acceptorilor complet ionizați $N_a = 4 \cdot 10^{17}$ m^{-3} și concentrația intrinsecă a purtătorilor de sarcină, $n_i = 2{,}5 \cdot 10^{16}$ m^{-3}, să se calculeze: *a)* rezistența electrică a probei; *b)* raportul dintre conductivitatea de goluri și cea electronică. Se dau: mobilitățile electronilor și golurilor $\mu_n = 0{,}13$ m$^2 \cdot$ V$^{-1} \cdot$ s^{-1} și, respectiv, $\mu_p = 0{,}05$ m$^2 \cdot$ V$^{-1} \cdot$ s^{-1} și sarcina electornului e.

II.3.70. Concentrația intrinsecă a purtătorilor de sarcină într-un semiconductor este $n_i = 4 \cdot 10^{19}$ m^{-3}. Cunoscînd mobilitățile $\mu_n = 0{,}38$ m$^2 \cdot$ V$^{-1} \cdot$ s^{-1} și $\mu_p = 0{,}18$ m$^2 \cdot$ V$^{-1} \cdot$ s^{-1}, să se determine concentrația acceptorilor care trebuie introduși în semiconductor astfel încît conductivitatea electronică să fie egală cu conductivitatea de goluri.

II.3.71. O probă de Si are lungimea $l = 5$ mm și secțiunea $S = 2$ mm^2 și este impurificată cu acceptori complet izolați. Știind că la $N_0 = 7 \cdot 10^7$ atomi de Si revine un singur atom acceptor și cunoscînd mobilitățile electronilor și golurilor $\mu_n = 0{,}13$ m$^2 \cdot$ V$^{-1} \cdot$ s^{-1}, și respectiv, $\mu_p = 0.05$ m$^2 \cdot$ V$^{-1} \cdot$ s^{-1} cît și concentrația intrinsecă a purtătorilor de sarcină $n_i = 2{,}5 \cdot 10^{16}$ m^{-3}, să se calculeze: *a)* concentrația impurităților acceptoare; *b)* conductivitatea de goluri; *c)* conductivitatea electronică; *d)* rezistența electrică a probei de Si. Se dau: numărul lui Avogadro N_A, sarcina electronului e, masa molară $M = 28{,}086$ kg $\cdot$ kmol^{-1} și densitatea de masă a Si, $\rho = 2{,}42 \cdot 10^3$ kg$\cdot$m^{-3}.

II.3.72. Un cristal de Ge conține donori ionizați cu concentrația $N_d = 10^{20}$ m^{-3} și acceptori ionizați cu concentrația $N_a = 5 \cdot 10^{19}$ m^{-3}. Cunoscînd concentrația intrinsecă a purtătorilor de sarcină $n_i = 3 \cdot 10^{19}$ m^{-3}, să se determine densitatea de curent în cazul cînd se aplică cristalului cîmpul electric $E = 4$ V$\cdot$cm^{-1}. Se cunosc: mobilitățile $\mu_n = 0{,}38$ m$^2 \cdot$V$^{-1} \cdot$s^{-1} și $\mu_p = 0{,}18$ m$^2 \cdot$V$^{-1} \cdot$s^{-1} și sarcina electronului, e.

II.3.73. Pe suprafața unui cristal de Si intrinsec cade o radiație monocromatică cu lungimea de undă $\lambda = 10^{-6}$ m. Ce se va întîmpla cu conductivitatea electrică, știind că lărgimea benzii intrinseci a Si este $E_g = 1{,}1$ eV? Se cunosc: constanta lui Planck h și viteza luminii c.

II.3.74. Știind că lărgimea benzii interzise a compusului semiconductor CdS este $E_g = 2{,}4$ eV, să se determine lungimea de undă maximă a radiației incidente pentru a avea loc generarea bandă-bandă a purtătorilor de sarcină de neechilibru. Se cunosc: constanta lui Planck h și viteza luminii c.

II.3.75. Ce valoare trebuie să aibă lungimea de undă a radiației incidente, pentru a avea loc generarea optică a electronilor de pe nivelul donor cu energia de activare $E_d = 0{,}3$ eV? Se cunosc: constanta lui Planck h și viteza luminii c.

II.3.76. Un cristal semiconductor a absorbit radiația monocromatică cu lungimea de undă $\lambda = 0{,}2$ μm și energia $W = 10^{-4}$ J. În ipoteza că are loc generarea bandă-bandă a purtătorilor de sarcină cu randamentul cuantic $\gamma = 1$, să se calculeze: *a)* numărul total N al perechilor electron-gol care apar în cristal; *b)* sarcina electrică Q care trece prin circuitul extern, dacă cîmpul electric aplicat este suficient de mare pentru ca toți purtătorii de sarcină generați de lumină să ajungă la electrozi.
Se cunosc: constanta lui Planck h, viteza luminii c și sarcina electronului e.

II.3.77. La întuneric o fotorezistență are rezistența $R_0 = 1 \cdot 10^5$ Ω iar la iluminare, rezistența $R_f = 2 \cdot 10^4$ Ω. Să se calculeze intensitatea fotocurentului I_f, dacă tensiunea aplicată pe fotorezistență este $U = 50$ V.

II.3.78. Dacă unei fotorezistențe i se aplică tensiunea $U = 16$ V atunci curentul care trece prin circuit la întuneric este $I_0 = 0{,}4$ mA iar la iluminare este $I = 1{,}6$ mA. Să se traseze pe același grafic caracteristicile curent-tensiune ale fotorezistenței la întuneric și respectiv, la iluminare. Să se indice pe grafic valorile fotocurentului I_f, cînd pe fotorezistență se aplică tensiunea de 5 V și respectiv, de 10 V.

II.3.79. În figura II.3.79 sînt reprezentate caracteristicile curent-tensiune ale unei fotorezistențe la întuneric ($\Phi_0 = 0$) și în prezența iluminării ($\Phi_0 \neq 0$). Să se calculeze: *a)* rezistențele R_0 și R_f ale fotorezistenței la întuneric și respectiv, la iluminare; *b)* variația de tensiune ΔU_f pe fotorezistență, dacă intensitatea curentului care trece prin circuit la întuneric $I_0 = 1{,}5$ mA este aceeași și în prezența iluminării.

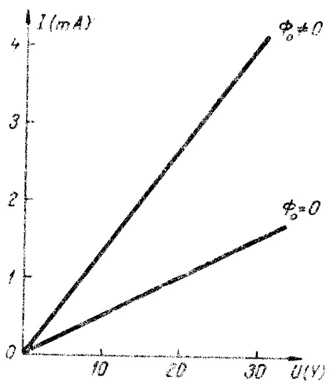


Fig. II.3.79

II.3.80. Mobilitățile electronilor și golurilor într-un semiconductor sînt $\mu_n = 1\,200$ cm$^2 \cdot$V$^{-1} \cdot$s^{-1} și respectiv, $\mu_p = 50$ cm$^2 \cdot$ V$^{-1} \cdot$ s^{-1}. Dacă distanța dintre electrozii unei fotorezistențe este $L = 3$ mm iar timpul de viață al perechilor electron-gol este $\tau = 10^{-4}$ s, să se determine tensiunea minimă care trebuie aplicată între electrozi pentru ca toți purtătorii de sarcină generați de lumină să ajungă la electrozi.

II.3.81. Pe suprafața unui cristal de Si intrinsec cade o radiație monocromatică cu densitatea fluxului de energie $\Phi_e = 1{,}92 \cdot 10^{-4}$ J $\cdot$ m$^{-2} \cdot$ s^{-1}. Știind că energia fotonilor incidenți este $\varepsilon = 1{,}2$ eV și presupunînd că toată radiația incidentă este absorbită, să se calculeze: *a)* viteza de generare a purtătorilor de sarcină; *b)* concentrația purtătorilor de sarcină de neechilibru; *c)* variația relativă a conductivității la iluminare.
Se cunosc: coeficientul de absorbție a luminii $\alpha = 10^4$ cm^{-1}, timpul de viață al perechilor electron-gol $\tau = 10^{-4}$ s, concentrația intrinsecă a purtătorilor de sarcină liberi în Si, $n_i = 2{,}5 \cdot 10^{16}$ m^{-3} și randamentul cuantic $\gamma = 1$.

II.3.82. O fotorezistență are la întuneric rezistența $R_0 = 5 \cdot 10^5$ Ω iar la iluminare rezistența $R_f = 10^3$ Ω. Dacă fotorezistența este legată în serie cu rezistorul $R_s = 8\,980$ Ω și sursa de tensiune $U = 10$ V să se calculeze: *a)* variația relativă a curentului care trece prin circuit în prezența iluminării; *b)* variația relativă a căderii de tensiune pe fotorezistență în prezența iluminării; *c)* variația de tensiune la bornele rezistorului R_s cînd iluminăm fotorezistența.

II.3.83. Un cristal de CdS cu suprafața $S = 5$ mm^2 este iluminat cu un fascicul de radiație monocromatică cu lungimea de undă $\lambda = 0{,}5$ μm. Dacă puterea radiației indicente este $P = 10^{-6}$ W, să se calculeze: *a)* numărul fotonilor incidenți pe unitatea de suprafață și în unitatea de timp; *b)* viteza de recombinare a purtătorilor de sarcină, știind că are loc generarea optică bandă-bandă iar timpul de viață al perechilor electron-gol este $\tau = 10^{-5}$ s; *c)* fotoconductivitatea σ_f. Se cunosc: mobilitățile purtătorilor de sarcină $\mu_n = 0{,}035$ m$^2 \cdot$ V$^{-1} \cdot$ s^{-1} și $\mu_p = 0{,}0015$ m$^2 \cdot$ V$^{-1} \cdot$ s^{-1}, coeficientul de absorbție a luminii $\alpha = 2 \cdot 10^4$ cm^{-1}, randamentul cuantic $\gamma = 1$, sarcina electronului e, constanta lui Planck h și viteza luminii c.

II.3.84. O fotorezistență este conectată în serie cu o sursă de tensiune și o rezistență de sarcină. Știind că la întuneric fotorezistența are rezistența $R_0 = 10^6$ Ω iar la iluminare rezistența $R_f = 10^4$ Ω, să se determine valoarea rezistenței de sarcină R_s astfel încît variația de tensiune pe rezistența de sarcină la iluminarea fotorezistenței să fie maximă.

II.3.85. Rezistivitatea unei fotorezistențe la întuneric este $\rho_0 = 625$ Ω $\cdot$ m iar la iluminare este ρ_f. Se conectează apoi în serie cu fotorezistența sursa de tensiune $U = 16$ V și o rezistență de sarcină variabilă care se alege în așa fel încît variația de tensiune pe ea la iluminare, U_{fm}, să fie maximă. Știind că $U_{fm} = 4$ V, să se determine rezistivitatea ρ_f a fotorezistenței la iluminare.

II.3.86. În figura II.3.86 sînt reprezentate caracteristicile curent-tensiune ale unei fotorezistențe înainte ($\Phi_0 = 0$) și după iluminare ($\Phi_0 \neq 0$). Conectînd fotorezistența în serie cu sursa de tensiune $U = 10$ V și rezistența de sarcină $R_s = 2{,}5 \cdot 10^3$ Ω, să se determine pe cale grafică: *a)* căderea de tensiune pe fotorezistență la întuneric și în prezența iluminării; *b)* intensitatea curentului care trece prin circuit înainte și după iluminare; *c)* variația căderii de tensiune pe rezistența de sarcină la iluminare.

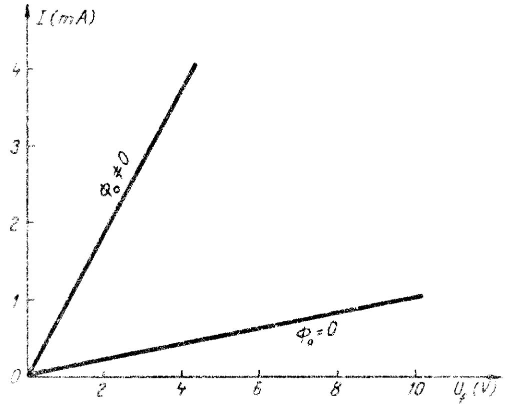


Fig. II.3.86

II.3.87. O diodă cu caracteristica curent-tensiune reprezentată în figura II.3.87, *a* este conectată în serie cu rezistența $R = 1\ k\Omega$ și sursa de tensiune $E = 10$ V (fig. II.3.87, *b*). Se cere: *a)* circuitul echivalent al diodei; *b)* să se calculeze curentul care trece prin circuitul din figura II.3.87, *b*.

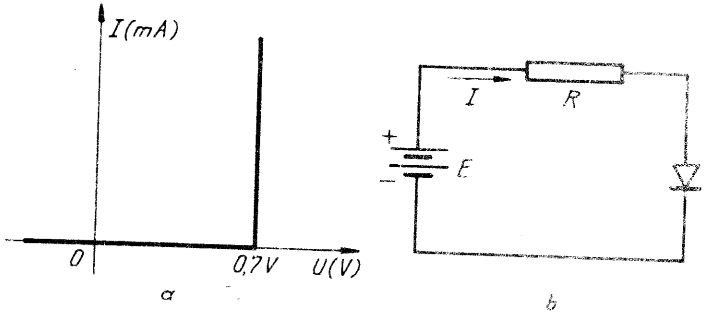


Fig. II.3.87

II.3.88. Caracteristica curent-tensiune a unei diode este descrisă de relația $I = I_s(e^{eU/kT} - 1)$, unde $I_s = 10^{-10}$ A iar $U_T = kT/e = 0{,}025$ V. Cu această diodă se realizează circuitul din figura II.3.88, unde $E = 1{,}2$ V iar $R = 100\ \Omega$. Se cere: *a)* tensiunea U_0 la bornele diodei și curentul I_0 care trece prin circuit; *b)* rezistența statică a diodei R_s; *c)* rezistența dinamică a diodei R_d; *d)* să se aproximeze caracteristica curent-tensiune a diodei prin tangenta în punctul de funcționare statică a diodei.

II.3.89. Caracteristica curent-tensiune a unei diode este prezentată în figura II.3.89. Se cere: *a)* tensiunea E_0 de deschidere a diodei; *b)* să se calculeze rezistența dinamică a diodei, R_d; *c)* rezistența statică a diodei cînd prin ea trece curentul $I_0 = 30$ mA.; *d)* ecuația caracteristicii curent-tensiune; *e)* să se deseneze circuitul echivalent al diodei, indicînd valorile elementelor din care este format.

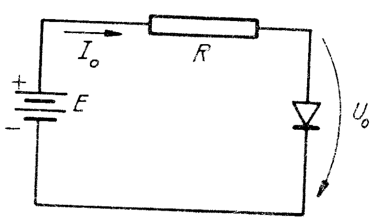


Fig. II.3.88

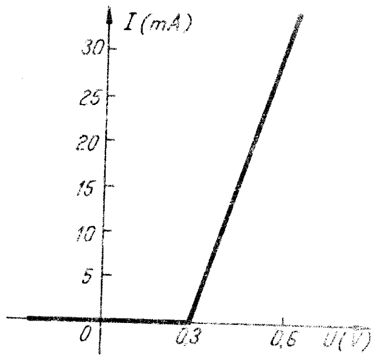


Fig. II.3.89

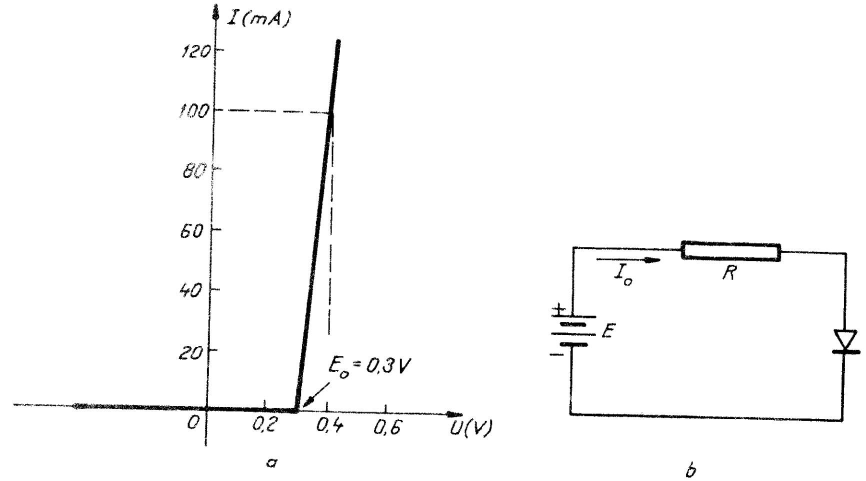


Fig. II.3.90

II.3.90. Caracteristica curent-tensiune linearizată a unei diode din Ge este prezentată în figura II.3.90, *a*. Conectînd această diodă în serie cu rezistența R și sursa de tensiune $E = 1$ V se obține în circuit curentul $I_0 = 50$ mA (fig. II.3.90, *b*). Să se calculeze: *a)* rezistența R; *b)* coordonatele punctului static de funcționare a diodei; *c)* variațiile ΔI și ΔU ale coordonatelor punctului static de funcționare a diodei cînd tensiunea de alimentare variază cu $\Delta E = 14$ mV.

II.3.91. O diodă are rezistența dinamică $R_d = 10\ \Omega$ la temperatura $T = 290$ K. Cu cît variază rezistența dinamică cînd temperatura crește cu $\Delta T = 2{,}9$ K, dacă intensitatea curentului care trece prin diodă rămîne constantă?

II.3.92. O diodă din Si are intensitatea curentului invers de saturație $I_s = 2{,}5\ \mu A$. Să se determine intensitatea curentului care trece prin diodă cînd aceasta este polarizată direct cu tensiunea $U = 0{,}3$ V, știind că $U_T = kT/e = 0{,}025$ V.

II.3.93. La temperatura $T = 290$ K o diodă are intensitatea curentului invers de saturație $I_s = 5$ nA. Să se determine intensitățile curenților care trec prin diodă atunci cînd aceasta este polarizată direct și apoi invers, cu tensiunea $U = 0{,}4$ V. Se cunosc constanta lui Boltzmann k și sarcina electronului e.

II.3.94. Se dă o joncțiune $p - n$ din Ge care, la tensiunea de polarizare directă $U_1 = 0{,}28$ V, lasă să treacă curentul $I_{dir} = 180$ mA. Să se determine intensitatea curentului care trece prin joncțiune cînd este polarizată invers cu tensiunea $U_2 = 5$ V. Se dă $U_T = kT/e = 0{,}025$ V.

II.3.95. Printr-o diodă trece curent de aceeași intensitate 3 μA cînd este polarizată cu tensiunea de 10 V sau de 150 V. Cunoscînd valoarea raportului $kT/e = 0{,}025$ V se cere: *a)* să se spună cum este polarizată dioda — direct sau invers; *b)* să se determine intensitatea curentului care trece prin diodă cînd este polarizată direct cu tensiunea $U = 0{,}25$ V.

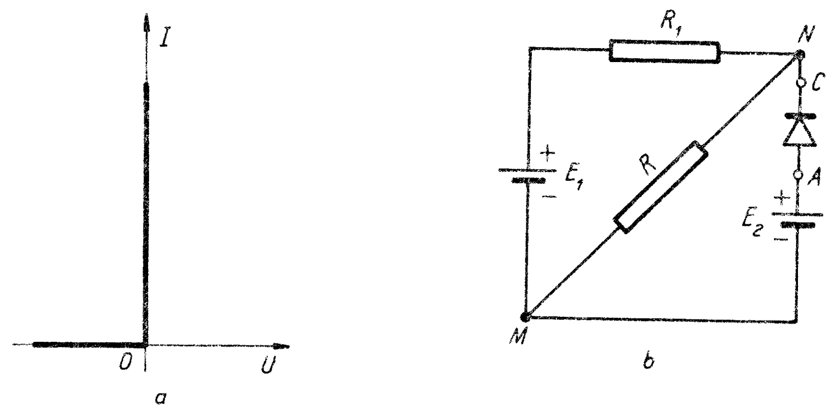


Fig. II.3.97

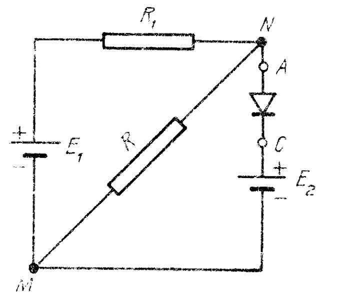


Fig. II.3.98

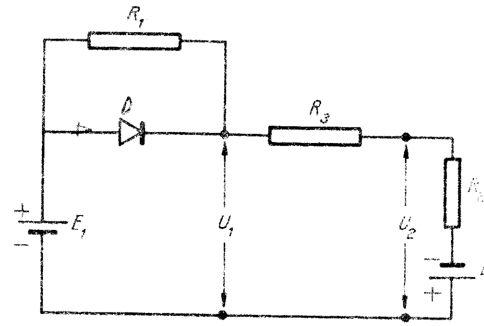


Fig. II.3.99

II.3.96. Se dă o joncţiune $p-n$ care, la polarizare directă cu tensiunea $U_1 = 0{,}2$ V, lasă să treacă curentul de intensitate $I_1 = 40$ mA. Cunoscînd valoarea raportului $kT/e = 0{,}025$ V, să se calculeze: *a)* tensiunea U_2 necesară pentru a creşte intensitatea curentului direct de $n = 10$ ori; *b)* intensitatea curentului invers de saturaţie I_s al joncţiunii.

II.3.97. Cu dioda ideală D (fig. II.3, 97, *a*), sursele de tensiune $E_1 = 18$ V şi $E_2 = 12$ V şi rezistenţele $R_1 = 6$ kΩ şi $R = 3$ kΩ se realizează circuitul din figura II.3.97, *b*. Să se calculeze căderea de tensiune dintre punctele M şi N.

II.3.98. Cu aceleaşi elemente din problema precedentă se realizează circuitul din figura II.3.98. Să se determine tensiunea dintre punctele M şi N.

II.3.99. Se dă circuitul din figura II.3.99, unde $R_1 = 2$ kΩ, $R_2 = 6$ kΩ, $R_3 = 3$ kΩ, $E_1 = 24$ V, $E_2 = 12$ V, iar dioda D are caracteristica din figura II.3.97, *a*. Să se calculeze diferenţele de potenţial U_1 şi U_2.

II.3.100. Cu rezistenţele $R_1 = 6$ kΩ, $R_2 = 3$ kΩ şi dioda ideală D (vezi fig. II.3.97, *a*) se realizează circuitul din figura II.3.100, unde U_1 este tensiunea la intrare iar U_2 este tensiunea la ieşire. Să se construiască graficul dependenţei $U_2 = f(U_1)$.

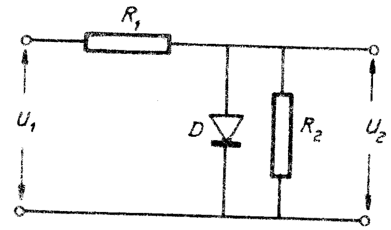


Fig. II.3.100

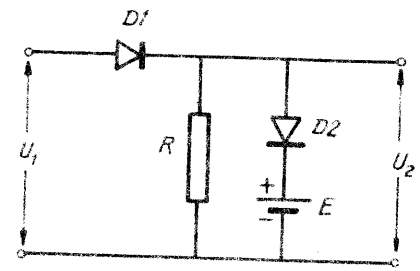


Fig. II.3.101

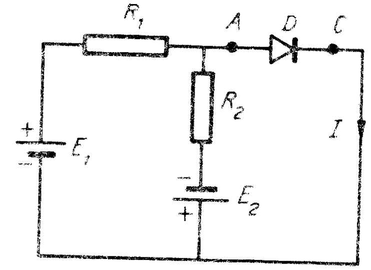


Fig II.3.102

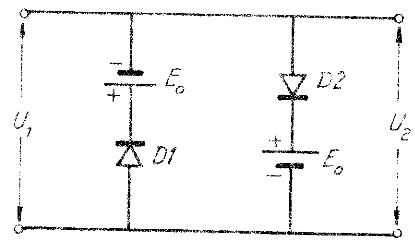


Fig. II.3.103

II.3.101. Se dau diodele $D1$ şi $D2$ (cu caracteristici curent-tensiune ca în fig. II.3.97, *a*), rezistenţa R şi sursa de tensiune $E = 6$ V. Cu aceste elemente se realizează circuitul din figura II.3.101, unde U_1 este tensiunea de intrare iar U_2 este tensiunea de ieşire. Să se găsească dependenţa tensiunii de ieşire U_2 în funcţie de tensiunea de intrare U_1.

II.3.102. Se dă circuitul din figura II.3.102, unde $R_1 = 3$ kΩ, $R_2 = 6$ kΩ, $E_1 = 12$ V şi $E_2 = 6$ V, iar dioda ideală D are caracteristica din figura II.3.97, *a*. Să se determine intensitatea curentului I care trece prin diodă.

II.3.103. Două diode ideale ($R_d = 0$), care au aceeaşi tensiune de deschidere $E_0 = 0{,}8$ V, sînt conectate ca în figura II.3.103. Să se găsească şi să se reprezinte grafic dependenţa tensiunii de ieşire U_2 în funcţie de tensiunea de intrare U_1.

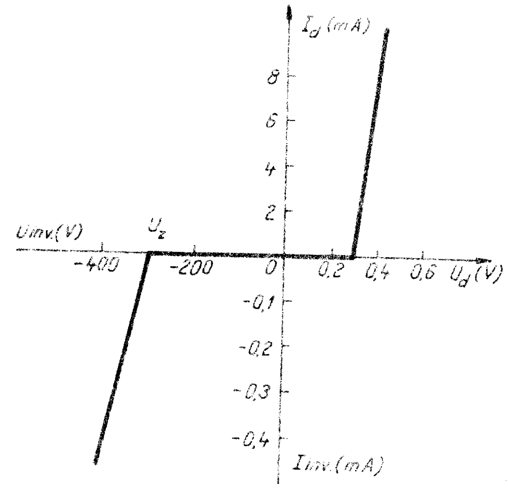


Fig. II.3.104

II.3.104. Caracteristicile curent-tensiune ale unei joncţiuni p-n, atît la polarizare directă cît şi la polarizare inversă, sînt prezentate în figura II.3.104. Se cere: *a)* rezistenţa dinamică R_d, tensiunea de deschidere U_0 şi

circuitul echivalent la polarizare directă; *b)* rezistența dinamică R_z, tensiunea de deschidere U_z și circuitul echivalent la polarizare inversă; *c)* circuitul echivalent al diodei.

II.3.105. Diodele $D1$ și $D2$ din circuitul din figura II.3.105, *a* au caracteristica curent-tensiune din figura II.3.105, *b* iar rezistoarele R_1, R_2, R_3 au rezistențele egale. Știind că tensiunea U_{AB} dintre punctele A și B ia valori între $-U_1$ și $+U_1$, să se determine valorile minimă și maximă ale tensiunii pe rezistorul R_2.

(Marineci Georgică, R.F.C., 8/1982)

II.3.106. În circuitul prezentat în figura II.3.106 diodele sînt considerate ideale ($R_d = 0$) și sursa E ideală ($r_i = 0$). Să se determine tensiunea între bornele (a, b).

(Ariton Alexandra, R.F.C., 1/1983)

II.3.107. Se dau circuitele reprezentate în figura II.3.107, cu $U_1 = U_1'$, $R_1 = R_1' > R_2 = R_2'$ iar diodele sînt ideale ($R_d = 0$). Prin cele două circuite se stabilesc curenții de intensități I_1, respectiv I_1'. Care dintre intensități este mai mare?

(Ariton Alexandra, R.F.C., 1/1983)

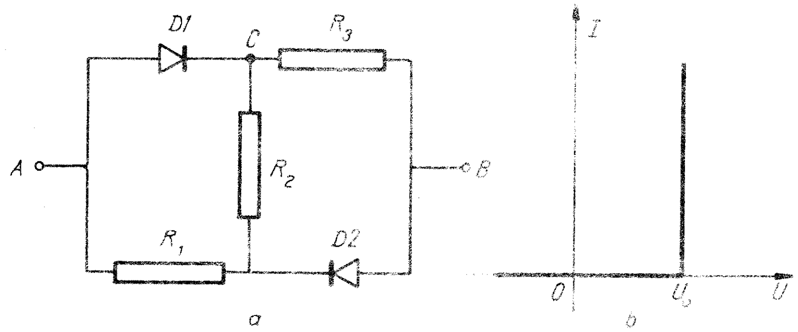


Fig. II.3.105

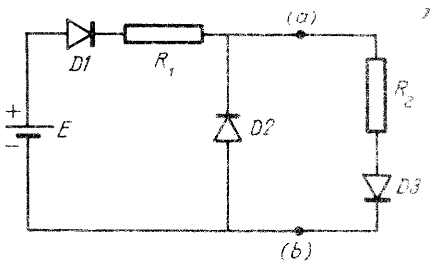


Fig. II.3.106

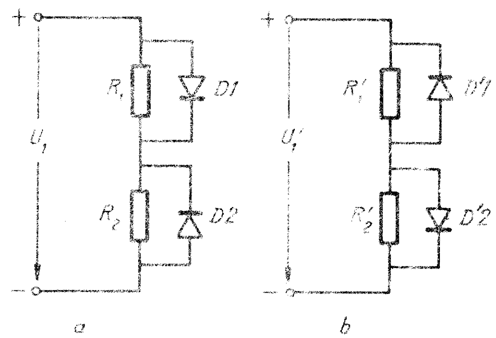


Fig. II.3.107

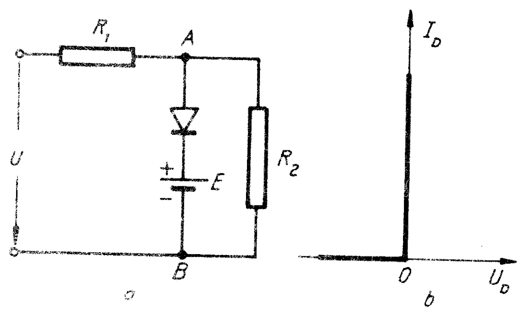


Fig. II.3.108

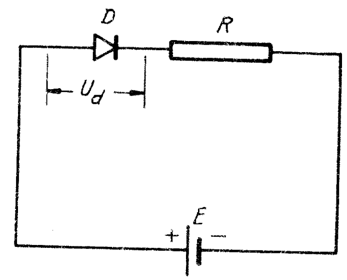


Fig. II.3.109

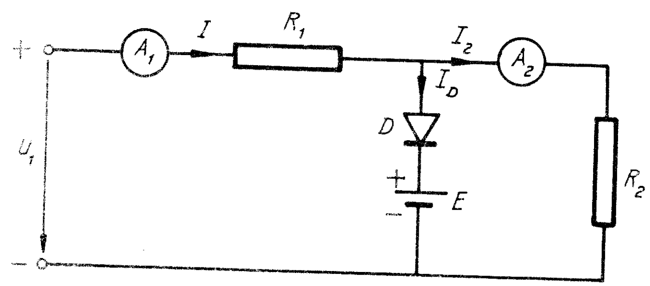


Fig. II.3.110

II.3.108. În circuitul din figura II.3.108, *a* se dau: $R_1 = R_2 = 1$ kΩ, $E = 5$ V, iar dioda are caracteristica curent-tensiune din figura II.3.108, *b*. Să se calculeze intensitățile curenților I_1 prin diodă și I_2 prin rezistorul R_2 în cazurile: 1) $U = 4$ V; 2) $U = 6$ V; 3) $U = 12$ V.

(Marineci Georgică, R.F.C., 8/1982)

II.3.109. Să se determine coordonatele punctului static de funcționare al diodei din figura II.3.109. Curba caracteristică a diodei este reprezentată printr-o dreaptă care trece prin origine de pantă $S = 4$ mA/V. Se dau: $E = 20$ V, $R = 2$ kΩ.

(Pătrașcu Tudor, R.F.C., 6/1982)

II.3.110. Se consideră circuitul din figura II.3.110. Dioda D este o diodă ideală, sursa are t.e.m. $E = 10$ V și rezistența interioară neglijabilă, rezistoarele R_1 și R_2 au rezistențele $R_1 = 100\ \Omega$ și $R_2 = 200\ \Omega$, iar ampermetrele au rezistență neglijabilă. Să se reprezinte grafic funcțiile: $I = f(U_1)$, $I_2 = f(U_1)$, respectiv $I_D = f(U_1)$.

(Pătrașcu Tudor, R.F.C., 6/1982)

II.3.111. În figura II.3.111 (pag. 110) este prezentat un circuit de redresare monoalternanță la intrarea căruia se aplică tensiunea $u = U_m \sin \omega t$. Dioda din circuit are caracteristica curent-tensiune descrisă de relația:

$$I = \begin{cases} 0{,}1\ U - 0{,}08\ [\text{A}], & \text{pentru } U \geqslant 0{,}8\ \text{V}; \\ 0, & \text{pentru } U < 0{,}8\ \text{V}. \end{cases}$$

Cunoscînd tensiunea maximă $U_m = 1{,}6$ V, frecvența unghiulară $\omega = 100\,\pi\ s^{-1}$ și rezistența de sarcină $R_s = 90\ \Omega$ se cere: *a)* să se reprezinte grafic dependența curentului de timp pentru o perioadă a tensiunii u; *b)* intervalul de timp Δt în care curentul trece prin circuit în decursul unei perioade; *c)* valoarea medie I_0 a curentului în circuit; *d)* valoarea medie U_0 a tensiunii pe rezistența de sarcină; *e)* valoarea maximă U_M a tensiunii pe rezistența de sarcină; *f)* valoarea tensiunii pe diodă la momentul $t_0 = 5 \cdot 10^{-3}$ s.

II.3.112. Se consideră redresorul monoalternanță din figura II.3.112. Transformatorul este alimentat la tensiunea $u_1 = 200 \sin 100\pi t$ volți, avînd $n_1 = 1\,000$ spire în primar, respectiv $n_2 = 200$ spire în circuitul secundarului, a cărui rezistență este $r_2 = 500\ \Omega$. Curba caracteristică a diodei este o dreaptă ce trece prin origine de pantă $S = 1$ mA/V. Rezistența de sarcină are valoarea $R_s = 2{,}5$ kΩ. Să se calculeze: *a)* valoarea maximă, respectiv eficace a curentului în circuit; *b)* valoarea componentei continue a curentului și a tensiunii la bornele rezistenței de sarcină; *c)* valoarea factorului de ondulație; *d)* randamentul de redresare definit prin raportul dintre puterea de curent continuu în sarcină și puterea activă în sarcină.

(Pătrașcu Tudor, R.F.C., 6/1982)

II.3.113. În figura II.3.113 este reprezentat un redresor monoalternanță utilizat pentru încărcarea unei baterii de acumulatoare cu tensiunea electromotoare $E = 12$ V. Caracteristica curent-tensiune a diodei din circuit este o dreaptă care trece prin origine și are panta $S = 0{,}05$ A/V. Știind că tensiunea la bornele secundarului este $u_2 = U_2 \sin \omega t$ și $\omega = 100\,\pi \cdot s^{-1}$, iar rezistența bobinei din secundar este $r_2 = 18\ \Omega$, să se calculeze: *a)* valoarea maximă a intensității curentului care trece prin circuitul de redresare; *b)* intensitatea medie a curentului de încărcare a bateriei.

II.3.114. Redresorul în punte din figura II.3.114 furnizează un curent a cărui intensitate medie este $I_0 = 0{,}2$ A și tensiunea continuă $U_0 = 24$ V pe

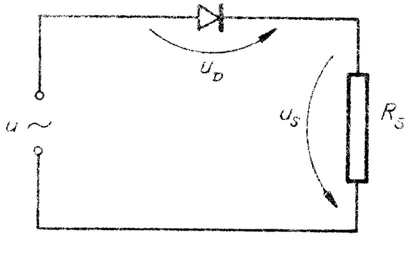


Fig. II.3.111

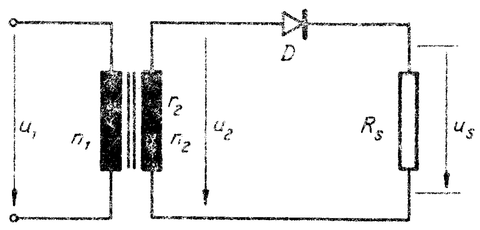


Fig. II.3.112

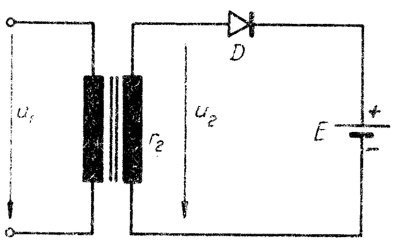


Fig. II.3.113

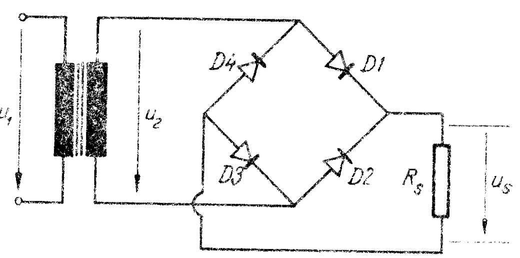


Fig. II.3.114

rezistența de sarcină R_s. În ipoteza că transformatorul și diodele sînt ideale ($R_d = 0$, $E_0 = 0$), să se determine: *a)* valoarea maximă a tensiunii pe rezistența de sarcină R_s; *b)* valoarea maximă a intensității curentului prin rezistența de sarcină; *c)* valoarea medie a intensității curentului prin fiecare diodă; *d)* tensiunea inversă maximă pe fiecare diodă; *e)* valoarea maximă a intensității curentului prin fiecare diodă.

II.3.115. În figura II.3.115 este prezentată schema unui redresor dublă-alternanță. Primarul transformatorului este alimentat de la rețeaua cu tensiunea efectivă $U_{1,ef} = 200$ V și frecvența $\nu = 50$ Hz. În ipoteza că transformatorul și diodele sînt ideale ($R_d = 0$, $E_0 = 0$), cunoscînd raportul de transformare $n_2 : n_1 = 1 : 10$ și rezistența de sarcină $R_s = 1$ kΩ, să se calculeze: *a)* amplitudinea maximă U_2 a tensiunii $u_2(t)$; *b)* tensiunea maximă U_M pe rezistența de sarcină; *c)* tensiunea medie U_0 pe rezistența de sarcină; *d)* valoarea maximă I_M a intensității curentului care trece prin rezistența de sarcină; *e)* valoarea medie I_0 a intensității curentului redresat care trece prin rezistența de sarcină.

II.3.116. Circuitul pentru stabilizarea tensiunii din figura II.3.116 este alimentat de la o sursă cu tensiunea electromotoare ce fluctuează cu 10%. Care este variația tensiunii stabilizate la bornele A, B, dacă $R_s = 10$ kΩ și rezistența dinamică a diodei $R_z = 100\ \Omega$, iar $R = 1$ kΩ.

(Rusu Octavian, R.F.C., 5/1982)

II.3.117. Un circuit de stabilizare a tensiunii realizat cu o diodă Zener cu tensiunea de stabilizare $U_z = 20$ V (fig. II.3.117) are un domeniu de curent de lucru între $I_{z,\,min} = 5$ mA și $I_{z,\,max} = 300$ mA (fig. II.3.117) Tensiunea furnizată de redresor este $E = 40$ V. Presupunînd variabilă rezistența de sarcină, să se determine valoarea maximă a intensității curentului prin rezistența de sarcină $I_{s,\,max}$. Să se calculeze rezistența R astfel încît tensiunea U_z să fie stabilă, cînd prin rezistența de sarcină, intensitatea curentului variază de la $I_s = 0$ la $I_s = I_{s,\,max}$.

(Dumitrescu Octavian, R.F.C., 7/1982)

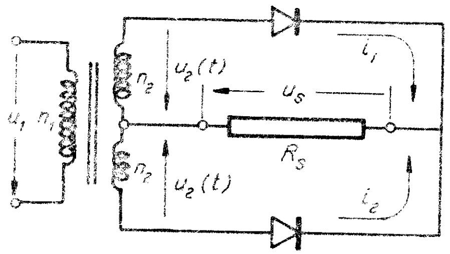


Fig. II.3.115

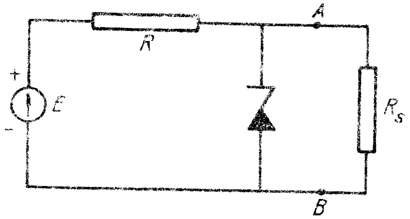


Fig. II.3.116

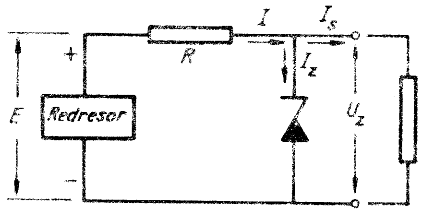


Fig. II.3.117

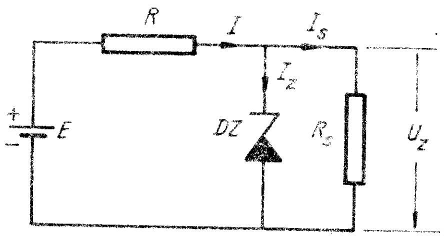


Fig. II.3.118

II.3.118. Se dă circuitul stabilizator de tensiune din figura II.3.118 (pag. 111) care furnizează la ieșire o tensiune continuă $U_z = 12$ V cînd I_z variază între $I_{z,\,min} = 5$ mA și $I_{z,\,max} = 100$ mA iar la intrare se aplică tensiunea $E = 112$ V. Să se calculeze: *a)* limitele de variație ale intensității curentului prin rezistența de sarcină, $I_{s,\,min}$ și $I_{s,\,max}$; *b)* rezistența R în condițiile de la punctul *a*; *c)* limitele de variație ale tensiunii E de la intrare, pentru R găsit la punctul *b*, iar intensitatea curentului prin rezistența de sarcină $I_s = 35$ mA să fie constantă.

II.3.119. În circuitul de stabilizare a tensiunii din figura II.3.119 se dă $E = 40$ V, iar dioda Zener ideală are intensitățile curenților de lucru cuprinse între $I_{z,\,min} = 5$ mA și $I_{z,\,max} = 55$ mA și tensiunea Zener $U_z = 12$ V. Prin rezistența de sarcină R_s se poate asigura un curent constant de intensitate I_{so} cînd R este cuprins între R_{min} și R_{max}. Să se calculeze: *a)* domeniul de variație a raportului $\gamma = (R_{max}/R_{min})$, cînd rezistența de sarcină R_s variază; *b)* intensitatea curentului I_{so} cînd $\gamma = 2$; *c)* valoarea rezistenței R_s cînd $\gamma = 3$; *d)* limitele de variație ale rezistenței R în condițiile de la punctele *b* și *c*.

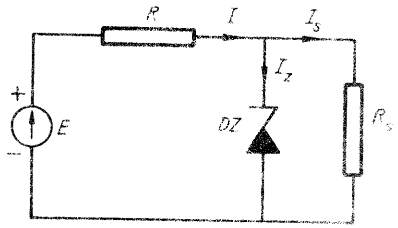


Fig. II.3.19

II.3.120. Un stabilizator de tensiune este realizat cu o diodă Zener cu $U_z = 8$ V și rezistența dinamică $R_z = 10\ \Omega$, conectată în serie cu rezistența $R = 490\ \Omega$ la o sursă cu tensiunea electromotoare $E = 20$ V. Dacă stabilizatorul dă la ieșire curentul $I_s = 20$ mA pe o sarcină rezistivă, să se calculeze: *a)* intensitatea curentului I_z prin diodă; *b)* tensiunea U la bornele diodei; *c)* puterea disipată pe diodă; *d)* variația tensiunii pe diodă ΔU cînd tensiunea electromotoare E variază cu $\Delta E = 1$ V, iar intensitatea curentului prin rezistența de sarcină se consideră constantă.

EFECTUL FOTOVOLTAIC ÎN JONCȚIUNEA *p-n*. APLICAȚII

II.3.121. Pe suprafața unei fotodiode de Si cade o radiație monocromatică cu densitatea fluxului de energie $\Phi_e = 9 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{J \cdot cm^{-2} \cdot s^{-1}}$. Știind că energia fotonilor incidenți este $\varepsilon = 1{,}2$ eV și presupunînd că toată radiația incidentă este absorbită, să se calculeze: *a)* fotocurentul I_{SC} la scurtcircuit; *b)* tensiunea la circuit deschis, dacă intensitatea curentului invers al fotodiodei la întuneric este $I_s = 5$ nA. Se cunosc: factorul de colectare $Q = 1$, temperatura $T = 290$ K, suprafața fotodiodei $S = 2\ \mathrm{mm^2}$, constanta lui Boltzmann k și sarcina electronului e.

II.3.122. Un fotoelement a absorbit radiația monocromatică cu lungimea de undă $\lambda = 1\ \mu$m și energia $W = 0{,}4$ J, producînd în condiții de scurtcircuit fotocurentul $I_L = 5$ mA în intervalul de timp $\Delta t = 16$ s. În ipoteza că fiecare foton generează o pereche electron-gol, să se calculeze: *a)* numărul total N al perechilor electron-gol generate de radiația incidentă; *b)* numărul ΔN al perechilor electron-gol separate de cîmpul intern al joncțiunii. Se cunosc: constanta lui Planck h; viteza luminii c și sarcina electronului e.

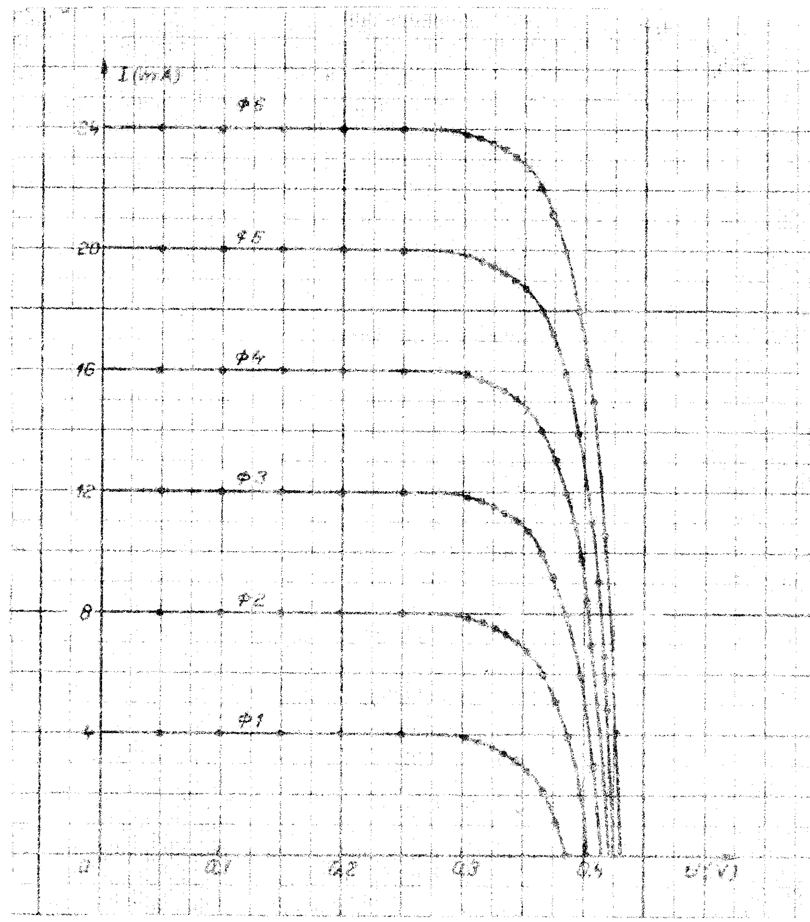


Fig. II.3.124

II.3.123. O fotodiodă are un curent de saturație $I_s = 0{,}1\ \mu$A și produce un curent de scurtcircuit la iluminare $I_{SC} = -I_L = -20$ mA. Temperatura fiind $T = 300$ K, să se calculeze tensiunea în gol pe diodă în aceleași condiții de iluminare. Se cunosc constanta lui Boltzmann k și sarcina electronului e.

II.3.124. În figura II.3.124 sînt reprezentate caracteristicile curent-tensiune ale unui fotoelement pentru diferite intensități ale radiației incidente. *a)* Să se determine pe cale grafică puterea maximă pe care o poate debita fotoelementul în circuitul extern pentru fiecare intensitate a radiației incidente. *b)* Care sînt rezistențele de sarcină optime, în cazul fiecărei intensități a radiației incidente, pentru a putea culege puterea electrică maximă? *c)* Să se explice de ce rezistențele de sarcină optime scad odată cu creșterea intensității radiației incidente.

II.3.125. O celulă solară are un curent de saturație $I_s = 1\ \mu A$, iar la iluminare produce un curent de scurtcircuit $I_{SC} = -50$ mA. Cunoscînd temperatura $T = 290$ K și constanta lui Boltzmann k să se calculeze: *a)* rezistența internă a celulei solare cînd iluminarea tinde la zero; *b)* tensiunea în gol pe celula solară, în condițiile de iluminare din problemă; *c)* tensiunea U_m de pe rezistența de sarcină $R_m = 5\ \Omega$, care corespunde regimului de putere maximă, debitată de celula solară în circuitul extern; *d)* randamentul de conversie a energiei luminoase în energie electrică, dacă puterea radiației incidente pe celula solară este $P = 80$ mW.

TRANZISTORUL

II.3.126. Se dă un tranzistor în conexiunea *BC*. Cunoscînd factorul de amplificare în curent $\alpha = 0,988$, intensitatea curentului din bază $I_B = 30\ \mu A$ și intensitatea curentului rezidual din colector $I_{CBO} = 5\ \mu A$, să se calculeze intensitatea curentului din circuitul colectorului.

II.3.127. Se dă un tranzistor *pnp* în conexiunea *BC* cu factorul de amplificare în curent $\alpha = 1$. În ipoteza că joncțiunile emitor-bază și colector-bază sînt niște diode ideale ($R_d = 0$, $E_0 = 0$), să se reprezinte grafic caracteristicile de ieșire avînd ca parametru curentul din emitor.

II.3.128. În figura II.3.128 sînt prezentate caracteristicile de intrare *(a)* și de ieșire *(b)* ale unui tranzistor *npn* în conexiunea *EC*. *a)* Să se găsească intensitatea curentului de colector I_C care corespunde tensiunilor $U_{BE} = 0,8$ V și $U_{CE} = 10$ V. *b)* Să se găsească valorile tensiunilor U_{CE} și U_{BE} care corespund curenților de intensități $I_C = 4$ mA și $I_B = 40\ \mu A$.

II.3.129. Se consideră un tranzistor *npn* în conexiunea *EC* care are caracteristicile din figura II.3.128. Alegînd punctul static de funcționare $U_{CE} = 10$ V și $I_C = 3$ mA se cere: *a)* să se calculeze factorul de amplificare în curent din bază în colector β; *b)* să se calculeze factorul de amplificare în curent din emitor în colector, α; *c)* să se găsească curentul rezidual de emitor I_{CEO} pentru $U_{CE} = -10$ V; *d)* să se calculeze curentul rezidual de colector I_{CBO}.

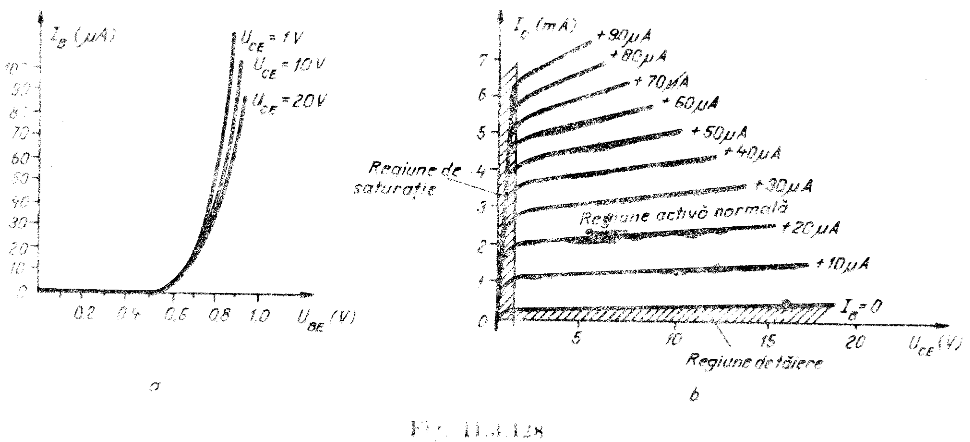


Fig. II.3.128

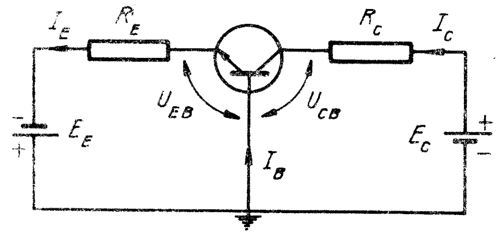


Fig. II.3.132

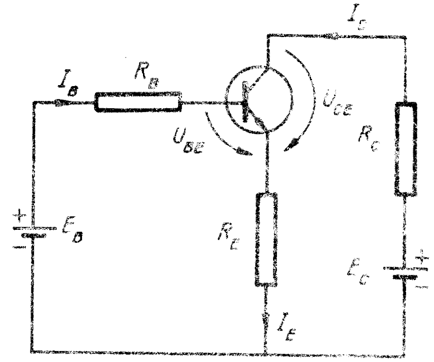


Fig. II.3.134

II.3.130. Un tranzistor *pnp* în conexiunea *BC* are factorul de amplificare în curent $\alpha = 0,98$. Între bază și emitor se aplică o diferență de potențial astfel încît curentul din emitor să fie $I_E = 5$ mA. Să se calculeze curenții din bază și colector, dacă curentul rezidual de colector este $I_{CBO} = 10\ \mu A$. Cînd este egal cu zero curentul din bază?

II.3.131. Se dă un tranzistor *pnp* în conexiunea *EC* care are curentul rezidual de colector $I_{CBO} = 100$ nA. Știind că pentru obținerea unui curent de colector $I_C = 1$ mA trebuie să avem curentul din bază $I_B = 10\ \mu A$, să se calculeze factorul de amplificare în curent continuu α și curentul rezidual de emitor I_{CEO}.

II.3.132. În figura II.3.132 este prezentat circuitul de polarizare a unui tranzistor *npn* în conexiunea *BC*. Cunoscînd $R_E = 1\ k\Omega$, $R_C = 4\ k\Omega$, $E_E = 4$ V, $E_C = 16$ V și știind că în punctul static de funcționare al tranzistorului factorul de amplificare în curent este $\beta = 200$, curentul rezidual de colector este $I_{CBO} =$ $= 0,2\ \mu A$, iar tensiunea dintre bază și emitor este $U_{BE} = 0,7$ V, să se calculeze: *a)* punctul static de funcționare al tranzistorului; *b)* limita superioară E_{EM} a tensiunii de la intrare pînă la care tranzistorul rămîne polarizat în regim activ normal.

II.3.133. Se dă un tranzistor *pnp* în conexiunea *BC* care funcționează în regim activ normal. Cînd în emitor avem curenții $I_{E1} = 2$ mA și $I_{E2} = 4$ mA, în colector se măsoară curenții $I_{C1} = 1,981$ mA și respectiv, $I_{C2} = 3,96$ mA. Să se calculeze: *a)* factorul α de amplificare în curent al tranzistorului; *b)* curentul rezidual de colector I_{CBO}; *c)* intensitatea curentului de emitor care este egală cu cea a curentului de colector.

II.3.134. În circuitul din figura II.3.134 tranzistorul *npn* din Si are factorul de amplificare în curent $\beta = 340$ și curentul rezidual de colector $I_{CBO} = 15$ nA. Cunoscînd $E_B = 4$ V, $E_C = 16$ V, $R_B = 100\ k\Omega$, $R_C = 4\ k\Omega$, $R_E = 2\ k\Omega$ și tensiunea dintre bază și emitor $U_{BE} = 0,6$ V, se cere: *a)* să se determine punctul static de funcționare al tranzistorului (I_C, U_{CE}); *b)* să se precizeze regimul de funcționare al tranzistorului.

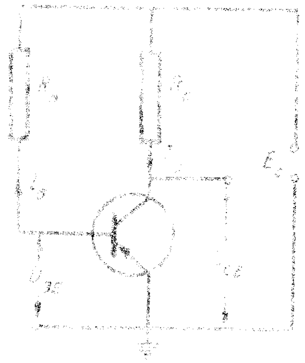


Fig. II.3.135

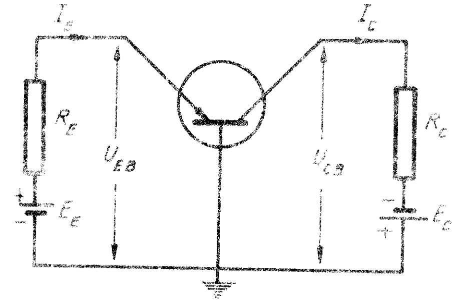


Fig. II.3.136

II.3.135. Într-un montaj cu emitorul comun (fig. II.3.135), un tranzistor alimentat de la o sursă cu $E_C = 12$ V este caracterizat prin parametrii $\alpha = 0,98$, $I_{CBO} = 10$ µA. Să se determine valorile rezistențelor R_B și R_C, astfel încît tranzistorul să lucreze în punctul static de funcționare: $I_E = 50$ mA; $U_{CE} = -7$ V; $U_{BE} = 0,5$ V.

(Pătrașcu Tudor, R.F.C., 6/1982)

II.3.136. Să se determine pentru montajul din figura II.3.136, la care $E_C = 8$ V și $E_E = 2$ V, valorile necesare pentru rezistențele R_E și R_C astfel încît tranzistorul cu parametrii $\alpha = 0,98$; $I_{CBO} = 1$ µA să lucreze în punctul static de funcționare: $U_{EB} = 0,2$ V; $I_E = 1$ mA; $U_{CB} = -3$ V.

(Dumitrescu Octavian, R.F.C., 7/1982)

II.3.137. Tranzistorul din figura II.3.137 are factorul de amplificare în curent din bază în colector $\beta = 45$ iar curentul rezidual de colector $I_{CBO} = 0$. Cunoscînd $R_B = 100$ kΩ, $R_E = 2,5$ kΩ, $U_{BE} = 0,5$ V și $E_C = 9$ V, să se calculeze: *a)* curenții I_B și I_E; *b)* tensiunea U_{CE}.

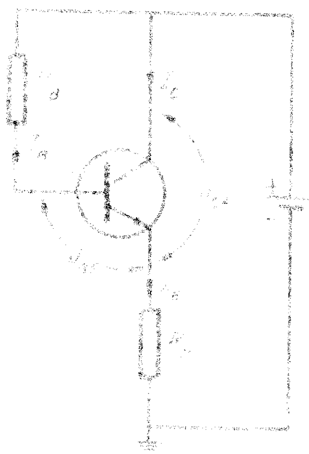


Fig. II.3.137

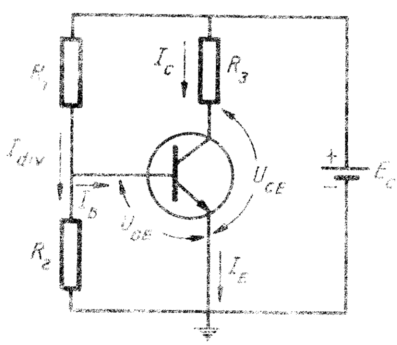


Fig. II.3.138

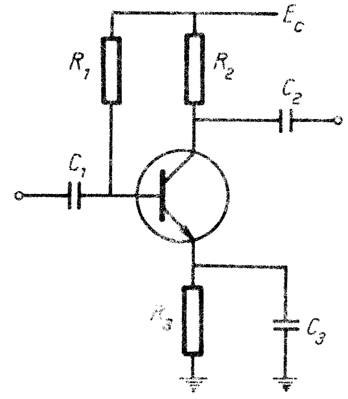


Fig. II.3.139

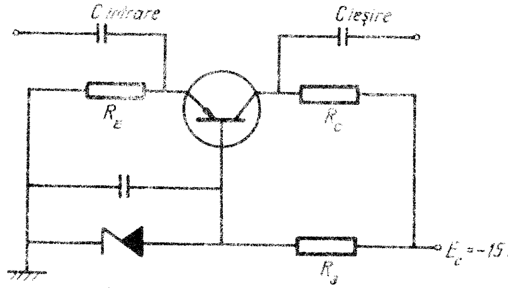


Fig. II.3.140

II.3.138. Un tranzistor are factorul de amplificare, în conexiunea bază comună, $\alpha = I_C/I_E$. Fiind dată schema electrică din figura II.3.138, se cere să se calculeze: *a)* expresia factorului de amplificare $\beta = I_C/I_B$, în conexiunea emitor comun, în funcție de α; *b)* valorile rezistențelor R_1, R_2, R_3, care asigură funcționarea tranzistorului, în punctul static $U_{CE} = 5$ V, $I_C = 2$ mA, $U_{BE} = 0,7$ V, pentru tranzistorul BC171C, cu $\alpha = 0,997$ și la tensiunea de alimentare $E_C = 12$ V. (Se ia $I_{div} = 10\ I_B$.)

(Armulescu Georgeta, R.F.C., 6/1983)

II.3.139. Pentru circuitul din figura II.3.139 se dau: $E_C = 12$ V; $U_{BE} = 0,7$ V; $U_{CE} = 2$ V; $R_1 = 1$ MΩ; $R_3 = 100$ Ω; $I_C = 9I_B$ ($\beta = 1\,200$). Să se calculeze R_2.

(Marinescu Georgică, R.F.C., 8/1982)

II.3.140. Se folosește un montaj de amplificare *BC* (fig. II.3. 140). Tranzistorul cu Si are coeficientul $\alpha = 0,9$ și $U_{EB} = 0,7$ V. Tensiunea de stabilizare a diodei Zener este $U_z = 4$ V, $R_E = 1$ kΩ, $R_C = 3$ kΩ, $E_C = -15$ V. Se cer parametrii punctului static de funcționare (I_E, I_C, U_{CB})

(Rusu Octavian, R.F.C., 5/1982)

II.3.141. În figura II.3.141 tranzistorul *pnp* este conectat într-un montaj cu emitorul comun. Cunoscînd factorul de amplificare în curent $\beta = 100$, rezistențele $R_B = 5$ kΩ și $R_C = 10$ kΩ, sursele de alimentare $E_B = 4$ V și $E_C = 12$ V, iar tensiunea dintre emitor și bază $U_{EB} = 0,4$ V, să se calculeze: *a)* dependența tensiunii de ieșire E_o în funcție de tensiunea sursei E_C și tensiunea de intrare E_B; *b)* variația tensiunii de ieșire, cînd tensiunea sursei de intrare se modifică cu $\Delta E_B = 0,1\% E_B = 4$ mV. Se va considera $I_{CBO} = 0$ și $U_{EB} =$ const. cînd variază tensiunea de intrare.

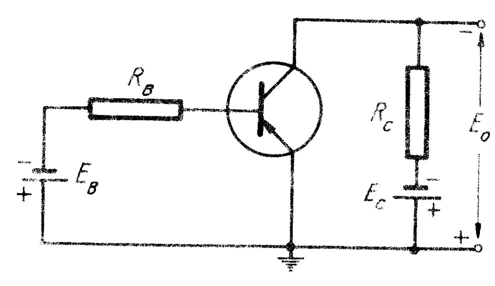


Fig. II.3.141

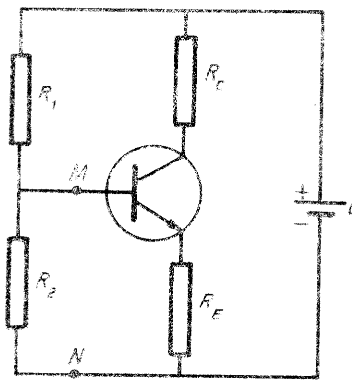


Fig. II.3.143

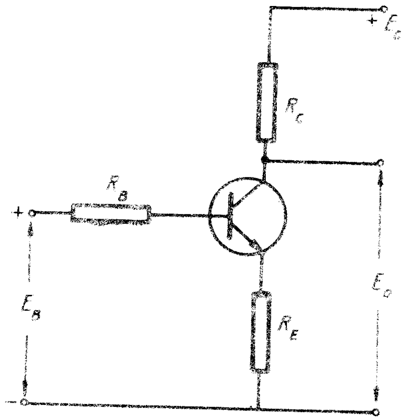


Fig. II.3.145

II.3.142. Să se rezolve problema precedentă pentru cazul cînd în circuitul emitorului se introduce rezistența $R_E = 100\ \Omega$, iar restul datelor rămîn neschimbate. Să se compare și să se explice rezultatele obținute în cazul acestor două probleme.

II.3.143. Foarte des, pentru polarizarea tranzistorilor, se utilizează circuitul cu o singură sursă din figura II.3.143. Cunoscînd $R_1 = 15$ kΩ, $R_2 = 5$ kΩ, $R_E = 2$ kΩ, $R_C = 4$ kΩ, $E_C = 20$ V și factorul de amplificare $\beta = 150$, să se determine punctul static de funcționare al tranzistorului (I_C, U_{CE}), știind că tensiunea dintre bază și emitor este $U_{BE} = 0,4$ V. Se va considera $I_{CBO} = 0$.

II.3.144. Se dă un tranzistor *npn* montat într-un circuit de polarizare ca în figura II.3.143. Cunoscînd factorul de amplificare $\beta = 200$, tensiunea dintre bază și emitor $U_{BE} = 0,6$ V, sursa de alimentare $E_C = 30$ V și rezistența din colector $R_C = 2$ kΩ, să se determine rezistențele R_1, R_2 și R_E în așa fel încît tranzistorul să aibă punctul de funcționare statică $I_C = 10$ mA și $U_{CE} = 8$ V, iar sursa echivalentă de polarizare a bazei să aibă tensiunea $E_B = 4$V. În calcule se va considera $I_{CBO} = 0$.

II.3.145. Circuitul prezentat în figura II.3.145 este în principal un amplificator cu emitorul comun ale cărui proprietăți sînt controlate de rezistența R_E din emitor. Cunoscînd factorul de amplificare $\beta = 100$, rezistențele $R_C = 10$ kΩ, $R_B = 0,5$ kΩ, $R_E = 10\ \Omega$ și tensiunea dintre bază și emitor $U_{BE} = 0,6$ V, să se calculeze: *a)* tensiunea E_0 la ieșirea amplificatorului, dacă sursele de alimentare au valorile $E_B = 2$ V și $E_C = 8$ V; *b)* variația tensiunii la ieșire ΔE_0 cînd tensiunea la intrare variază cu $\Delta E_B = 1$ mV; *c)* amplificarea în tensiune $A_v = \Delta E_0/\Delta E_B$ cînd rezistența din emitor are valorile: $R_E = 0$; $R_E = 10\ \Omega$; $R_E = 100\ \Omega$; $R_E = 1\,000\ \Omega$. În efectuarea calculelor se va considera $I_{CBO} = 0$.

În acest capitol, dacă nu se fac alte precizări, energia se va exprima în MeV (unitate uzual folosită în fizica modernă). De asemenea, unitatea de masă u ($1\ u = 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg) va fi echivalată, ori de cîte ori va fi necesar, cu energia de 931,5 MeV.

NUCLEUL ATOMIC: CONSTITUENȚII SĂI, MASA, ENERGIA DE LEGĂTURĂ, DIMENSIUNI, MODELE NUCLEARE

II.4.1. Din septembrie 1960 unitatea de masă atomică notată cu „u" este definită pe baza masei atomului de $^{12}_{6}C$. Prin definiție, masa atomului de $^{12}_{6}C$ este egală cu 12 u iar numărul lui Avogadro N_A este numărul de atomi de ^{12}C care au o masă egală cu 12 grame. Știind că $N_A = 6,02252 \cdot 10^{23}\ mol^{-1}$, să se exprime unitatea de masă u în kg iar echivalentul în energie al unității de masă în MeV. Se cunosc: viteza luminii în vid $c = 2,997925 \cdot 10^8$ m/s și sarcina electrică elementară $e = 1,60210 \cdot 10^{-19}$ C.

II.4.2. Ce concluzie sugerează constatarea experimentală că masele nucleare, raportate la masa nucleului de hidrogen, sînt apropiate de numere întregi? Este corectă această concluzie?

II.4.3. Să se indice care din nucleele $^{14}_{6}C$, $^{14}_{7}N$, $^{14}_{8}O$ și $^{16}_{8}O$ sînt izotopi și izobari.

II.4.4. Energia de legătură a unui nucleu format din Z protoni și $A - Z$ neutroni, se definește ca fiind energia necesară ruperii nucleului în constituenții săi:

$$W(A,\ Z) = [Zm_p + (A - Z)m_n - m(A,\ Z)]c^2 \qquad (1)$$

în care m_p, m_n și $m(A, Z)$ sînt masele protonului, neutronului și, respectiv, a nucleului. Deoarece în tabelele de masă se dau masele atomice, să se arate că $W(A, Z)$ se poate exprima astfel:

$$W(A,\ Z) = [ZM_H + (A - Z)m_n - M(A,\ Z)]c^2, \qquad (2)$$

în care M_H este masa atomului de hidrogen iar $M(A, Z)$ este masa atomului format din Z protoni, $A - Z$ neutroni și din Z electroni. Se va ține cont de faptul că energia de legătură a tuturor electronilor în atomul cu numărul atomic Z este dată de relația:

$$W_e(Z) \simeq 15,73\ Z^{7/3}\ \text{eV}. \qquad (3)$$

Să se verifice relația (2) pentru nucleul de $^{57}_{26}Fe$. Se cunosc valorile: $M_H = 1,007825$ u, $M_{Fe} = 56,935398$ u, $m_n = 1,008665$ u, $1\ u\,c^2 = 931,5$ MeV.

II.4.5. *a)* Calculați masa electronului în unități de masă u și energia corespunzătoare masei electronului. *b)* Care este masa, în unități u, a unui atom ușor de hidrogen $^{1}_{1}H$, dacă se neglijează energia de legătură a electronului? *c)* Care este masa, în unități u, a atomului de deuteriu (hidrogenul greu $^{2}_{1}H$), dacă energia de legătură a deuteriului este $W_d = 2,22$ MeV? Se cunosc masele: $m_e = 9,108 \cdot 10^{-31}$ kg, $m_p = 1,0072663$ u, $m_n = 1,0086652$ u.

II.4.6. Să se calculeze (în unități u): *a)* masa atomului $^{8}_{3}Li$ a cărui energie de legătură este de 41,3 MeV; *b)* masa atomului $^{10}_{6}C$ a cărui energie medie pe nucleon este $B = 6{,}04$ MeV. Se dau masele: $M_H = 1{,}00782522$ u; $m_n = 1{,}00866522$ u.

II.4.7. Să se demonstreze că energia de separare a particulei $^{x}_{y}m$ din nucleul $^{A}_{Z}X$ se poate calcula cu formula: $S_m = W(A, Z) - W(x, y) - W(A - x, Z - y)$, în care $W(A, Z)$, $W(x, y)$, $W(A - x, Z - y)$ sînt energiile de legătură pentru nucleele respective.

II.4.8. Diferența dintre masa moleculei de hidrogen H_2 și a atomului de deuteriu este $\Delta M = (1{,}53 \pm 0{,}04) \cdot 10^{-3}$ u. Să se calculeze masa neutronului, în unități u, știind că energia de legătură a deuteriului este de 2,23 MeV. Se dă: $M_H = 1{,}00782522$ u.

***II.4.9.** Să se calculeze masa unui atom (în unități u) al cărui nucleu emite o particulă α, cu energie cinetică $E_\alpha = 5{,}3$ MeV, transformîndu-se în nucleul $^{206}_{82}Pb$. Se cunosc masele $M_{He} = 4{,}00260326$ u, $M_{Pb} = 205{,}974475$ u.

II.4.10. Să se calculeze energia de separare S_d a deuteriului din nucleul $^{A}_{Z}X$, cunoscînd că, energia medie B pentru un nucleon, în nucleul $^{A}_{Z}X$ și în nucleele vecine acestuia, este de 8 MeV iar energia de legătură W_d a deuteriului este de 2,23 MeV.

II.4.11. Să se calculeze, aproximativ, energia medie B pe nucleon (în MeV) pentru nucleele cu $N = Z$, unde N este numărul de neutroni. Se cunosc masele: $M_H = 1{,}00782522$ u; $m_n = 1{,}00866522$ u.

II.4.12. Să se calculeze energia medie B ce revine unui nucleon în nucleul de heliu. Se dau masele: $M_H = 1{,}00782522$ u; $m_n = 1{,}00866522$ u; $M_{He} = 4{,}0026033$ u.

***II.4.13.** Să se calculeze energia de legătură W_d a nucleului de deuteriu, cunoscînd că energia $E_{\beta, max}$ a electronilor rezultați în dezintegrarea β⁻ a neutronului este de 0,781 MeV. Se cunosc masele: $M_H = 1{,}0078252$ u; $M_D = 2{,}0141022$ u.

II.4.14. Să se determine energia necesară descompunerii nucleului ^{12}C în trei particule α. Ce energie medie revine unei particule α? Se dau masele atomice: $M_{He} = 4{,}0026033$ u; $M_C = 12{,}0$ u.

II.4.15. Să se calculeze energia de separare a particulei α din nucleul ^{16}O. Se cunosc masele atomice: $M_O = 15{,}9949150$ u; $M_{He} = 4{,}0026033$ u; $M_C = 12{,}0$ u.

II.4.16. Să se calculeze energia minimă E_m necesară descompunerii nucleului $^{9}_{4}Be$ în două particule α și un neutron. Se știe că energia medie B_{Be} a unui nucleon în nucleul de ^{9}Be este de 6,45 MeV iar în nucleul de heliu este $B_{He} = 7{,}074$ MeV.

***II.4.17.** Să se estimeze energia cinetică pe care trebuie s-o aibe electronii pentru ca din procesul de împrăștiere elastică a lor pe nucleele de ^{4}He și ^{238}U să se obțină informații de structură referitoare la aceste nuclee. Se va considera că raza nucleului depinde de numărul de masă A conform relației $R = r_0 A^{1/3}$ cu $r_0 = 1{,}3 \cdot 10^{-15}$ m. Se dau constanta lui Planck $h = 6{,}625 \cdot 10^{-34}$ J · s și energia de repaus a electronilor $m_e c^2 = 0{,}511$ MeV.

***II.4.18.** Să se calculeze diferența energiilor de legătură ΔW a nucleelor $^{13}_{6}C$ și $^{13}_{7}N$ cît și diferența ΔE_c a energiilor electrostatice pentru nucleele precizate. Să se compare energiile ΔW și ΔE_c. Generalizînd rezultatul, ce concluzie s-ar putea deduce? Se va considera că raza nucleului este definită de relația $R = r_0 A^{1/3}$ cu $r_0 = 1{,}45$ F (1 F = 1 fermi = 10^{-15} m), iar pentru energia de respingere electrostatică a nucleului cu Z protoni, uniform distribuiți în sfera de rază R, se va considera expresia $E_c = k \dfrac{3Z(Z-1)e^2}{5R}$ cu $k = 9 \cdot 10^9$ N · m²/C² și $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C. Se dau masele: $m_n = 1{,}008665$ u; $M_H = 1{,}007825$ u; $M_C = 13{,}003355$ u; $M_N = 13{,}00574$ u.

II.4.19. Cunoscînd că diferența energiilor de legătură ΔW a nucleelor $^{15}_{7}N$ și $^{15}_{8}O$ este egală cu diferența $-\Delta E_c$ a energiilor electrostatice a nucleelor precizate, să se determine raza redusă r_0 (în fermi), cunoscînd că raza nucleului depinde de numărul de masă A prin relația $R = r_0 A^{1/3}$. Pentru energia electrostatică se va folosi relația din problema precedentă. Se dau masele: $m_n = 1{,}0086652$ u; $M_H = 1{,}0078252$ u; $M_N = 15{,}0001095$ u; $M_O = 15{,}0030714$ u.

***II.4.20.** Nucleul $^{A}_{Z}X$ prin emisie β⁺ trece în nucleul $^{A}_{Z-1}Y$. *a)* Știind că nucleele X și Y sînt în stare fundamentală și că energia maximă a spectrului β⁺ emis este $E_{\beta M}$, să se stabilească o relație ce permite determinarea razei reduse r_0 (în F). Se precizează că raza nucleului depinde de numărul de masă A prin relația $R = r_0 A^{1/3}$. Se va presupune că diferența ΔW a energiilor de legătură a nucleelor X și Y este egală cu diferența $-\Delta E_c$ a energiilor lor electrostatice. *b)* Să se concretizeze relația obținută pentru determinarea numerică a razei reduse r_0 pentru următoarele nuclee X, β⁺ radioactive:

Nucleul	$^{11}_{6}C$	$^{15}_{8}O$	$^{19}_{10}Ne$	$^{23}_{12}Mg$	$^{25}_{13}Al$	$^{29}_{15}P$	$^{31}_{16}S$	$^{33}_{17}Cl$	[illegible]	[illegible]
$E_{\beta M}$(MeV)	0,96	1,74	2,23	3,00	3,24	3,95	4,40	4,50	5,10	5,6[illegible]

c) Să se calculeze raza redusă medie r_0. Ce concluzie rezultă din rezultatul obținut. Se cunosc: $m_e c^2 = 0{,}511$ MeV; $(m_n - M_H)c^2 = 0{,}782$ MeV.
Indicație. Pentru energia de respingere electrostatică dintre cei Z protoni ai nucleului, uniform distribuiți în sfera de rază R, se va considera expresia:

$$E_c = k \frac{3Z(Z-1)e^2}{5R} \text{ cu } k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2 \text{ și } e = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

II.4.21. Ce concluzie rezultă din afirmația că „nucleonii în nucleu își păstrează volumul lor propriu"?

II.4.22. Să se calculeze numărul de nucleoni n_0 din unitatea de volum și densitatea ρ a materiei nucleare pentru un nucleu a cărui rază este dată de $R = r_0 A^{1/3}$ cu $r_0 = 1{,}4$ F. În calcule, masa nucleului va fi considerată aproximativ egală cu numărul de masă A, exprimat în unități de masă u.

II.4.23. Să se determine densitatea nucleară ρ cunoscînd că raza nucleului este $R = r_0 A^{1/3}$ ($r_0 = 1{,}25$ F), energia medie a unui nucleon este $B = 8{,}5$ MeV iar masa medie a unui nucleon, exprimată în unități de energie, este $mc^2 = 938{,}9$ MeV. Se dă $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

II.4.24. Ce proprietăți ale forțelor nucleare rezultă din constatarea că nucleele sînt stabile și au o formă aproape sferică?

II.4.25. Ce argumente conduc la compararea nucleului cu o picătură de lichid?

REACȚII NUCLEARE. LEGI DE CONSERVARE*

II.4.26. *a)* Care sînt legile de conservare din reacțiile nucleare? *b)* De ce sînt importante legile de conservare?

II.4.27. Utilizînd legile de conservare a numărului de nucleoni și a sarcinii, să se precizeze simbolurile lipsă, notate cu X în următoarele reacții:

1) ${}^{10}_{5}B(X, \alpha){}^{8}_{4}Be$	2) ${}^{17}_{8}O(d, n)X$	3) ${}^{23}_{11}Na(p, X){}^{20}_{10}Ne$
4) $X(p, n){}^{37}_{18}Ar$	5) ${}^{27}_{13}Al\ (n, \alpha)X$	6) ${}^{19}_{9}F(p, X){}^{16}_{8}O$
7) ${}^{55}_{25}Mn(X, n){}^{55}_{26}Fe$	8) ${}^{14}_{7}N(n, X){}^{14}_{6}C$	9) $X(p, \alpha){}^{22}_{11}Na$.

II.4.28. Să se precizeze particulele sau nucleele notate cu X în următoarele reacții:

1) ${}^{27}_{13}Al(\gamma, X){}^{26}_{12}Mg$	2) ${}^{27}_{13}Al(\gamma, n)X$	3) ${}^{63}_{29}Cu(\gamma, X){}^{62}_{29}Cu$
4) $X(\gamma, n){}^{181}_{74}W$	5) ${}^{31}_{15}P(\gamma, n)X$	6) ${}^{1}_{1}H(n, \gamma)X$

II.4.29. Să se precizeze simbolurile lipsă, notate cu X sau Y în următoarele reacții nucleare, știind că aceste reacții trec prin faza intermediară de formare a nucleului compus ${}^{28}_{14}Si^*$:

1) $X(\alpha, Y)X$, 2) ${}^{27}_{14}Si(X, \alpha)Y$, 3) $X(p, n)Y$, 4) $X(p, Y)X$.

II.4.30. Prin bombardarea izotopului ${}^{14}_{7}N$ cu neutroni se obține izotopul ${}^{14}_{6}C^*$ care este β^- radioactiv. Să se scrie ecuațiile transformărilor.

II.4.31. Bombardînd izotopul ${}^{27}_{13}Al$ cu particule α rezultă radioizotopul ${}^{30}_{15}P^*$ care este β^+ radioactiv. Să se scrie ecuațiile proceselor.

II.4.32. În fizica reacțiilor nucleare numărul particulelor încărcate din fasciculul incident este adesea definit în $\mu A \cdot h$. Să se precizeze numărul particulelor încărcate care corespund sarcinii de 1 $\mu A \cdot h$ (microamper · oră) pentru: *a)* protoni; *b)* particule α.

II.4.33. Ce energie se eliberează în reacția ${}^{27}_{13}Al + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{30}_{14}Si + {}^{1}_{1}H$ prin arderea nucleelor conținute într-un gram de aluminiu. Se dă numărul lui Avogadro $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1} și masele atomice: $M_H = 1{,}00782522$ u; $M_{He} = 4{,}0026032$ u; $M_{Al} = 26{,}9815406$ u; $M_{Si} = 29{,}973761$ u.

II.4.34. În reacția $d + {}^{6}_{3}Li \rightarrow 2\alpha$ se eliberează energia $Q = 22{,}37$ MeV. Cunoscînd masele $M_{He} = 4{,}0026032$ u și $M_{{}^2H} = 2{,}0141022$ u să se calculeze (în unități u) masa atomului de ${}^{6}Li$.

II.4.35. Să se calculeze energia de reacție pentru procesul ${}^{7}Li + p \rightarrow 2\alpha$, dacă energia medie a unui nucleon în ${}^{7}Li$ este $B_{Li} = 5{,}60$ MeV iar în nucleul de heliu este $B_{\alpha} = 7{,}06$ MeV.

* Reamintim că în acest capitol unitatea de masă u va fi echivalată, cînd este necesar, cu energia de 931,5 MeV.

II.4.36. Prin bombardarea izotopului ${}^{7}Li$ cu protoni se obțin două particule α fiecare avînd energia de 9,15 MeV. Să se determine energia cinetică a protonilor incidenți. Se cunosc masele atomice: $M_H = 1{,}0078252$ u; $M_{He} = 4{,}0026033$ u; $M_{Li} = 7{,}0160048$ u.

II.4.37. Presupunînd că numai $\eta = 0{,}0005\%$ din numărul de neutroni termici ce bombardează o țintă de ${}^{12}_{6}C$ produc reacția $n + {}^{12}C \rightarrow {}^{13}C + \gamma$, să se determine numărul neutronilor incidenți știind că energia E eliberată în proces este de 4 180 J. Se cunosc masele: $m_n = 1{,}00866520$ u; $M_{{}^{12}C} = 12{,}0$ u; $M_{{}^{13}C} = 13{,}00335500$ u.

II.4.38. Să se calculeze vitezele nucleelor rezultate în reacția: $n + {}^{10}_{5}B \rightarrow \alpha + {}^{7}_{3}Li$, cunoscînd că reacția este produsă sub acțiunea neutronilor termici iar nucleele de ${}^{10}B$ sînt în repaus. Se cunosc masele: $m_n = 1{,}00866522$ u; $M_B = 10{,}0129385$ u; $M_{Li} = 7{,}0160048$ u; $M_{He} = 4{,}00260326$ u.

II.4.39. În urma ciocnirii elastice cu nuclee țintă, inițial aflate în repaus, protonii din fasciculul incident sînt deviați la unghiul $\theta = 60°$ iar nucleele țintă sînt deviate la unghiul $\varphi = 30°$ față de direcția inițială a protonilor. Să se calculeze, în unități u, masa nucleelor țintă. Se dă $m_p = 1$ u.

II.4.40. Studiind radiația extrem de penetrantă ce rezultă prin bombardarea unei ținte de beriliu cu particule α, emise de izotopul radioactiv ${}^{210}_{84}Po$, Chadwick constată că această radiație, trecînd printr-un mediu de hidrogen, creează protoni de recul cu energia maximă de 5,7 MeV. Aceeași radiație, trecînd printr-o țintă de azot (${}^{14}_{7}N$), creează ioni de recul cu energia maximă de 1,2 MeV. Folosind legile de conservare a energiei și a impulsului, să se arate că această readiație penetrantă nu poate fi radiație gamma. Se vor considera pentru mase valorile: $m_p = 1$ u; $m_N = 14$ u.

II.4.41. Pentru a interpreta corect rezultatele experienței descrise în problema precedentă, Chadwick admite că radiația penetrantă este formată dintr-un fascicul de particule neutre din punct de vedere electric. Să se calculeze masa acestor particule, folosind datele din problema precedentă. Ciocnirea acestor particule neutre cu nucleele de hidrogen și respectiv de azot se va considera elastică.

II.4.42. Se studiază procesul de împrăștiere elastică a protonilor de energie cinetică $E = 5$ MeV, pe nuclee necunoscute X, aflate în repaus. Protonii înregistrați la unghiul $\theta = 90°$, față de direcția inițială, au energia cinetică $E' = 4{,}23$ MeV. *a)* Să se calculeze masa nucleelor țintă X, în unități u. *b)* Să se calculeze unghiul de recul φ al nucleelor X. Se dă: $m_p = 1$ u.

II.4.43. Substanțele hidrogenoide (apa obișnuită — numită și apă ușoară — apa grea, substanțele polietilenice etc.) sînt folosite ca moderatori pentru neutroni. Principalul proces prin care neutronii își pierd energia cinetică este ciocnirea elastică a neutronilor cu nucleele substanței moderatoare. Să se determine energia maximă pe care un neutron de masă $m_n = 1$ u și de energie cinetică E o poate transmite, într-o ciocnire elastică: *a)* unui proton de masă $m_p = 1$ u; *b)* unui nucleu de plumb de masă $M = 207$ u.

II.4.44. Neutronii de masă m se ciocnesc elastic și frontal cu nucleele aflate în repaus ale unei substanțe moderatoare. În acest proces, energia cinetică a neutronilor se micșorează de $\eta = 1{,}4$ ori. Să se determine masa M (în unități u) a nucleelor substanței moderatoare. Se va considera că $M > m$ și $m = 1$ u.

II.4.45. Se consideră procesul $a + A \to C^*$ în care C^* este nucleul compus format într-o stare excitată prin captura proiectilului a de către nucleul țintă A, aflat în repaus. Să se determine energia de excitare $\mathcal{E}_C^*$ a nucleului C în funcție de energia cinetică E_a a proiectilului și de masele de repaus ale nucleelor implicate în proces.

II.4.46. O reacție nucleară se desfășoară astfel: $a + A \to C^* \to B + b$ în care C^* este nucleul compus. Să se exprime energia de reacție Q în funcție de energia de legătură (sau de separare) a proiectilului a și a particulei emergente b în nucleul C.

II.4.47. Nucleele implicate în reacția $a + A \to B + b$ au energiile de legătură, respectiv, W_a, W_A, W_b și W_B. Să se exprime energia de reacție Q în funcție de energiile de legătură precizate.

II.4.48. Să se exprime energia de reacție Q pentru procesul $a + A \to B + b$ în funcție de masele nucleelor implicate în proces, energia cinetică E_a a proiectilului, energia cinetică E_b a particulei emergente și unghiul de reacție θ, adică unghiul format de direcția de deplasare a particulei emergente b cu direcția inițială a particulelor a.

***II.4.49.** Pentru reacția $A(a, b)B$, să se exprime energia cinetică E_b a particulelor emergente în funcție de energia de reacție Q, masele de repaus ale nucleelor implicate în proces și unghiul θ de reacție. Să se analizeze soluțiile posibile pentru energia E_b în cazurile: *a)* reacții exoenergetice; *b)* reacții endoenergetice. Se va considera cazul $m_B > m_a$.

II.4.50. Să se determine energia de prag necesară producerii particulei X în procesul $A + B \to A + B + X$. Masele M_A, M_B și M_X se consideră cunoscute iar nucleul țintă B este în repaus.

II.4.51. În reacția $^{14}_{7}N(\alpha, p)^{17}_{8}O$, energia cinetică a particulelor α este de 7,7 MeV. Protonii emiși sub unghiul θ față de direcția particulei α au energia cinetică de 5,5 MeV. Să se calculeze unghiul de reacție θ. Se cunosc masele atomice. $M_{He} = 4{,}00260326$ u; $M_N = 14{,}00307440$ u; $M_H = 1{,}00782522$ u; $M_O = 16{,}999133$ u.

II.4.52. Care este energia cinetică minimă a protonilor, necesară pentru ruperea nucleelor de deuteriu, știind că energia de legătură a nucleelor de deuteriu este $W_d = 2{,}2$ MeV. Se va considera că $m_p = 1$ u și $m_d = 2$ u.

II.4.53. Să se calculeze energia de excitare $\mathcal{E}^*$ a nucleului compus $^{28}_{14}Si^*$ rezultat prin captura unui neutron termic de către nucleul $^{27}_{14}Si$. Se cunosc masele atomice: $M_{^{27}Si} = 26{,}9867039$ u și $M_{^{28}Si} = 27{,}9769286$ u și masa neutronului $m_n = 1{,}00866522$ u.

***II.4.54.** În reacția $^{7}_{3}Li(p, n)^{7}_{4}Be$, energia cinetică a protonilor incidenți este egală cu 1,90 MeV. *a)* Să se calculeze energia de prag. *b)* Să se calculeze unghiul maxim, în sistemul laboratorului, la care pot fi emiși neutronii. *c)* Care este energia neutronilor emiși la unghiul de 30°? Se cunosc masele: $M_H = 1{,}00782522$ u; $m_n = 1{,}00866522$ u; $M_{Li} = 7{,}0160048$ u; $M_{Be} = 7{,}0169299$ u.

II.4.55. Prin bombardarea izotopului $^{6}_{3}Li$ cu nuclee de deuteriu se obțin două particule α care sînt emise sub același unghi față de direcția incidentă a nucleelor de deuteriu. *a)* Să se calculeze energia cinetică E_α a particulelor α, știind că energia cinetică a nucleelor de deuteriu este $E_d = 0{,}2$ MeV. *b)* Să se calculeze unghiul de reacție θ. Se cunosc masele atomice: $M_D = 2{,}01410222$ u; $M_{Li} = 6{,}0151234$ u; $M_{He} = 4{,}00260326$ u.

II.4.56. În reacția $^{14}N(\alpha, p)^{17}O$ energia cinetică a particulelor α este de 4 MeV. Protonii emiși sub unghiul $\theta = 60°$ față de direcția incidentă a particulelor α, au energia cinetică de 2,08 MeV. Să se calculeze energia de reacție Q și energia de prag $E_{\alpha,\,prag}$. (Masele necesare se vor asimila în unități u, cu numerele de masă corespunzătoare.)

II.4.57. Neutronii de energie cinetică $E_n = 10$ MeV bombardează o țintă formată din nuclee de ^{12}C, generînd reacția $^{12}C(n, \alpha)^{9}Be$ care are energia de prag $E_{n,\,prag} = 6{,}17$ MeV. Să se determine energia particulelor α emise sub unghiul $\theta = 90°$ față de direcția inițială a neutronilor. (Masele necesare se vor asimila, în unități u, cu numerele de masă corespunzătoare.)

II.4.58. Protonii de energie cinetică egală cu 1,5 MeV sînt capturați de atomi de deuteriu. Să se calculeze energia de excitare a nucleelor de $^{3}_{2}He$ astfel formate. Se cunosc masele: $M_H = 1{,}00782522$ u; $M_d = 2{,}01410222$ u; $M_{He} = 3{,}01602970$ u.

II.4.59. Particulele α cu energia cinetică $E_\alpha = 5{,}3$ MeV generează reacția $^{9}Be(\alpha, n)^{12}C$ a cărei energie de reacție Q este egală cu 5,7 MeV. Să se calculeze energia cinetică a neutronilor emiși sub unghiul $\theta = 90°$ față de direcția particulelor α. (Masele necesare se vor asimila, în unități u, cu numerele de masă corespunzătoare.)

II.4.60. Are loc procesul de împrăștiere elastică a protonilor de energie E_0 pe nucleele unei ținte de hidrogen. Să se determine energia E a protonilor emiși în funcție de unghiul de împrăștiere θ și energia inițială E_0.

II.4.61. Să se calculeze energia cinetică E_0 a protonilor incidenți, știind că protonii rezultați în procesul $p(p, p)p$, la unghiul de împrăștiere $\theta = 30°$ și neutronii emiși la același unghi, în reacția $^{7}_{3}Li(p, n)^{7}_{4}Be$ au energii cinetice identice. Se știe că energia de reacție a procesului $^{7}Li(p, n)^{7}Be$ este $Q = -1{,}65$ MeV. În ambele reacții protonii incidenți au aceeași energie cinetică E_0. (Masele necesare se vor asimila, în unități u, cu numerele de masă corespunzătoare.)

II.4.62. Să se determine energia de prag necesară producerii reacției $n + {}^{12}C \to 3\alpha + n$. Se dau masele: $M_C = 12{,}0$ u; $m_n = 1{,}00866522$ u; $M_{He} = 4{,}00260326$ u.

II.4.63. Se constată că un fascicul monoenergetic de protoni generează reacția $^{7}Li(p, n)^{7}Be$ care are energia de reacție egală cu $Q_1 = -1{,}65$ MeV. Același fascicul de protoni nu poate declanșa reacția $^{9}Be(p, n)^{9}B$ care are energia de reacție $Q_2 = -1{,}85$ MeV. Să se calculeze limitele posibile pentru energia cinetică a protonilor din fasciculul incident. (Masele necesare se vor asimila, în unități u, cu numerele de masă corespunzătoare.)

II.4.64. *a)* Să se calculeze energia medie de legătură ce revine unui nucleon în nucleul ^{238}U. *b)* Dacă acest nucleu fisionează în două nuclee a căror energie medie pe nucleon este $B_f = 8{,}4$ MeV, ce energie se eliberează într-un act de fisiune? Se va presupune că numărul de nucleoni al nucleelor formate este egal cu numărul nucleonilor nucleului de uraniu. Se dau masele: $M_H = 1{,}00782522$ u; $m_n = 1{,}00866522$ u; $M_U = 238{,}050816$ u.

II.4.65. Cîte acte de fisiune trebuie să aibă loc în unitatea de timp într-un reactor nuclear cu uraniu pentru a se produce puterea de 100 MW? Se va admite că la fiecare act de fisiune se eliberează energia de 200 MeV.

II.4.66. *a)* Să se determine energia totală eliberată într-un act de fisiune pentru nucleul de ^{235}U, dacă admitem că procesul de fisiune se desfășoară conform schemei:

$$n + {}^{235}_{92}U \rightarrow {}^{236}_{92}U \begin{cases} \nearrow {}^{98}_{40}Zr \xrightarrow{\beta^-} {}^{98}_{41}Nb \xrightarrow{\beta^-} {}^{98}_{42}Mo \\ \searrow {}^{136}_{52}Te \xrightarrow{\beta^-} {}^{136}_{53}I \xrightarrow{\beta^-} {}^{136}_{54}Xe + n + n \end{cases}$$

b) Să se calculeze (în MeV, J și kWh) energia totală eliberată la fisiunea completă a 1kg de ^{235}U. *c)* Să se calculeze numărul actelor de fisiune, în unitatea de timp, echivalente cu o putere de 1 W. Se cunosc masele: $m_n = 1{,}0086652$ u; $M_U = 235{,}04393$ u; $M_{Mo} = 97{,}9055$ u; $M_{Xe} = 135{,}90722$ u și $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}.

II.4.67. Au loc reacțiile termonucleare:

$$a)\ {}^3T + {}^3T \rightarrow {}^4He + 2n + 11{,}3 \text{ MeV},$$
$$b)\ {}^6Li + n \rightarrow {}^4He + {}^3T + 4{,}8 \text{ MeV}.$$

Să se calculeze energia eliberată într-un ciclu închis.

II.4.68. Ce energie se obține prin formarea unui gram de ${}^4_2He$ în reacția dintre 2 protoni și 2 neutroni? Se cunosc masele: $m_n = 1{,}00866522$ u; $M_H = 1{,}00782522$ u; $M_{He} = 4{,}00260326$ u și $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}.

II.4.69. Ciclul proton-proton (numit și ciclul lui Critchfield) începe prin combinarea a doi protoni cu formarea unui nucleu de deuteriu și emisia unui pozitron și a unui neutrin. El continuă prin sinteza unui proton cu un nucleu de deuteriu formîndu-se un nucleu de ${}^3_2He$ și se emite un foton. În final, prin fuzionarea a două nuclee de ${}^3_2He$ se obține ${}^4_2He$ și doi protoni. *a)* Să se scrie etapele ciclului. *b)* Să se calculeze energia eliberată pe ciclu. Se dau masele: $M_H = 1{,}00782522$ u; $M_{^3He} = 3{,}01602970$ u; $M_{^4He} = 4{,}00260326$ u și energia de repaus a electronului $m_e c^2 = 0{,}511$ MeV.

II.4.70. Se admite că la baza energiei emise de Soare stau următoarele reacții:

$$^{12}C + {}^1H \rightarrow {}^{13}N + \gamma$$
$$^{13}N \rightarrow {}^{13}C + \beta^+ + \nu$$
$$^{13}C + {}^1H \rightarrow {}^{14}N + \gamma$$
$$^{14}N + {}^1H \rightarrow {}^{15}O + \gamma$$
$$^{15}O \rightarrow {}^{15}N + \beta^+ + \nu$$
$$^{15}N + {}^1H \rightarrow {}^{12}C + {}^4_2He$$

În acest ciclu propus de Bethe, de tipul CNO (carbon-azot-oxigen) carbonul are rol de catalizator. Să se calculeze energia eliberată în acest ciclu. Se cunosc masele: $M_H = 1{,}00782522$ u, $M_{He} = 4{,}00260326$ u și $m_e c^2 = 0{,}511$ MeV.

II.4.71. Energia totală a radiației solare primită la limita exterioară a atmosferei terestre, pe unitatea de suprafață și în unitatea de timp, la distanța medie Soare-Pămînt egală cu $D = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ m, se numește „constantă solară" w și este egală cu 1,38 kW/m^2. Cunoscînd că la baza energiei emise de Soare stă ciclul Bethe și că hidrogenul din Soare reprezintă $\eta = 35\%$ din masa totală a Soarelui, să se determine numărul anilor („vîrsta Soarelui") în care acest hidrogen va fi utilizat pentru ca Soarele să radieze constant aceeași energie. Se cunosc: masa Soarelui $M_S = 1{,}97 \cdot 10^{30}$ kg; energia degajată într-un ciclu Bethe $Q = 25{,}7$ MeV; masa protonului $m_p = 1{,}00782522$ u.

II.4.72. În reactorii de fuziune se preconizează utilizarea deuteriului drept combustibil nuclear. Cu deuteriu se pot realiza reacțiile termonucleare primare:

$$a)\ {}^2D + {}^2D \rightarrow {}^3T + p,$$
$$b)\ {}^2D + {}^2D \rightarrow {}^3He + n,$$

cît și reacțiile secundare:

$$c)\ {}^3He + {}^2D \rightarrow {}^4He + p,$$
$$d)\ {}^3T + {}^2D \rightarrow {}^4He + n.$$

Să se calculeze energia eliberată în fiecare din aceste reacții cît și energia medie E_D ce revine unui nucleu de deuteriu, presupunînd că reacțiile menționate se produc cu aceeași probabilitate. Se cunosc masele: $M_H = 1{,}00782522$ u; $m_n = 1{,}00866522$ u; $M_D = 2{,}01410222$ u; $M_T = 3{,}01604972$ u; $M_{^3He} = 3{,}0160297$ u; $M_{^4He} = 4{,}00260326$ u.

II.4.73. Se știe că apa de mare conține o moleculă de apă grea (D_2O) la fiecare 6 000 molecule de apă ușoară (apă obișnuită). Ce energie E (în kWh) s-ar obține într-un reactor de fuziune prin arderea totală a deuteriului conținut într-un litru de apă de mare. Reacțiile termonucleare generate de nucleele de deuteriu sînt cele precizate în problema precedentă. Densitatea apei de mare este $\rho = 1\,000$ kg/m^3 iar numărul lui Avogadro $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}.

RADIOACTIVITATEA NATURALĂ ȘI ARTIFICIALĂ. LEGILE DEZINTEGRĂRII RADIOACTIVE

Precizări

1. Prin activitate specifică se înțelege activitatea unui preparat raportată la masa acestuia.
2. Numărul de nuclee dezintegrate în unitatea de timp $-dN/dt$ se numește „activitatea sursei" și se notează cu Λ. Unitatea „acceptată" pentru Λ este Curie (1 Ci) 1 Ci $= 3{,}7 \cdot 10^{10}$ dez./s.

II.4.74. Ce număr atomic Z și ce număr de masă A va avea izotopul ce se obține din ${}^{232}_{90}Th$ după patru dezintegrări α și două dezintegrări β^-?

II.4.75. Ce izotop se va forma din ${}^{239}_{92}U$ după două dezintegrări β^- și o dezintegrare α?

II.4.76. Seria uraniului începe cu ${}^{238}_{92}U$ și se termină cu izotopul stabil ${}^{206}_{82}Pb$. Să se stabilească prin cîte dezintegrări α și β^- se ajunge de la produsul inițial la cel final?

II.4.77. Seria toriului are ca nuclid inițial ${}^{232}_{90}Th$ și ca produs final izotopul ${}^{208}_{82}Pb$. Calculați numărul dezintegrărilor α și β^- din această serie.

II.4.78. Radiul suferă următoarele transformări:

$${}^{226}_{88}Ra \rightarrow {}^{222}_{86}Rn \rightarrow {}^{218}_{84}Ra\,A \rightarrow {}^{214}_{82}Ra\,B \rightarrow {}^{214}_{83}Ra\,C \rightarrow {}^{214}_{84}Ra\,C' \rightarrow {}^{210}_{82}Ra\,D \rightarrow$$
$$\rightarrow {}^{210}_{83}Ra\,E \rightarrow {}^{210}_{84}Ra\,F \rightarrow {}^{206}_{82}Ra\,G(Pb).$$

Să se indice pentru fiecare transformare radiația emisă.

II.4.79. Să se calculeze numărul de dezintegrări în unitatea de timp al unui preparat de 1 gram de ${}^{226}_{88}Ra$. Timpul de înjumătățire pentru ^{226}Ra este $T(^{226}Ra) = 1\,620$ ani iar $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}.

II.4.80. Sursa radioactivă A are la un moment dat o activitate de două ori mai mare decît sursa B. Știind că timpul de înjumătățire T_B al sursei B este de două ori mai mare decît timpul de înjumătățire T_A al sursei A, să se determine timpul după care raportul activităților se inversează.

II.4.81. Activitatea unui gram de preparat din ^{238}U este $\Lambda = 1{,}2 \cdot 10^4$ dez./s. Să se determine timpul de înjumătățire $T(^{238}U)$. Se dă: $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}.

II.4.82. După cîți timpi de înjumătățire activitatea unei surse radioactive scade de 10^n ori?

II.4.83. Să se determine masa de radon $^{222}_{86}Rn$ care corespunde unei activități $\Lambda = 1$ Ci. Se cunosc: $T(^{222}Rn) = 3{,}82$ zile; $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}; 1 Ci $=$ $= 3{,}7 \cdot 10^{10}$ dez./s.

II.4.84. Un preparat radioactiv are constanta radioactivă $\lambda = 1{,}44 \cdot 10^{-3}$ h^{-1}. În cît timp se vor dezintegra 75% din numărul inițial de nuclee?

II.4.85. Cîte nuclee radioactive de $^{90}_{38}Sr$ conține o sursă cu activitatea de 1mCi. Ce activitate va avea sursa după 100 ani? Se dă: $T(Sr) = 28$ ani.

II.4.86. Să se determine constanta radioactivă a unui preparat, dacă se știe că activitatea acestuia scade cu 10% în timp de o oră.

II.4.87. Ce volum ocupă, în condiții normale de temperatură și presiune, heliul rezultat din dezintegrarea unui gram de radiu pur în timp de un an? Se dau: $T(^{226}_{88}Ra) = 1\,600$ ani; volumul molar $\mathcal{V} = 22{,}4$ l/mol.

***II.4.88.** Să se calculeze timpul mediu de viață τ al unui preparat radioactiv cu constanta radioactivă λ.

II.4.89. Să se determine constanta radioactivă și viața medie (timpul mediu de viață) τ pentru un preparat de $^{58}_{27}Co$, dacă activitatea acestuia scade cu 4% pe oră.

II.4.90. Un preparat radioactiv are constanta radioactivă λ și N_0 nuclee. *a)* Care este numărul de nuclee radioactive rămase nedezintegrate după un interval de timp egal cu $10\,\tau$, τ fiind viața medie? *b)* Cîte nuclee s-au dezintegrat în intervalul de timp de la $t_1 = \tau$ la $t_2 = 2\tau$?

II.4.91. De cîte ori probabilitatea de dezintegrare a unei surse radioactive, în intervalul de timp t este mai mare decît probabilitatea de dezintegrare în următorul interval de timp t. Se cunoaște constanta radioactivă λ.

II.4.92. Timpul de înjumătățire al izotopului $^{32}_{15}P$ este de 14,3 zile. Să se calculeze cîte nuclee de $^{32}_{15}P$ se dezintegrează într-o sursă cu activitatea $\Lambda = 200$ μCi în decursul celei de a 5-a și a 6-a zi de la preparare?

II.4.93. Un preparat radioactiv natural este format din N izotopi de concentrație masică $C_i (i = 1, 2, ..., N)$ și timpi de înjumătățire $T_i (i = 1, 2, ..., N)$. Să se determine contribuția fiecărui izotop la activitatea totală a preparatului.

II.4.94. S-a constatat că într-un minereu de uraniu, la fiecare kilogram de ^{238}U corespund 320 g de ^{206}Pb radiogen. Să se determine „vîrsta" minereului de uraniu, știind că timpul de înjumătățire al ^{238}U este de $4{,}5 \cdot 10^9$ ani.

II.4.95. Timpul de înjumătățire pentru ^{234}U este $2{,}48 \cdot 10^5$ ani. Știind că vîrsta Pămîntului este de $\simeq 4 \cdot 10^9$ ani, să se stabilească dacă a mai rămas, astăzi, cel puțin un nucleu de ^{234}U din uraniul-234 existent la formarea Pămîntului? Cum se explică faptul că în prezent abundența izotopică a ^{234}U, în uraniul natural, este de 0,055%?

II.4.96. În păturile superioare ale atmosferei, sub acțiunea neutronilor din radiația cosmică, se generează în mod constant izotopul radioactiv ^{14}C[$T(^{14}C) =$ $= 5\,730$ ani] prin reacția $^{14}N(n, p)^{14}C$. Între atmosferă și biosferă are loc un schimb continuu și constant de ^{14}C. După moartea unei substanțe vii, schimbul încetează și din scăderea activității specifice a ^{12}C în timp, se poate determina timpul scurs de la moartea substanței vii. Într-un caz particular, s-a măsurat activitatea specifică a carbonului provenit dintr-o substanță vie actuală, obținîndu-se $\Lambda_{mo} = 10{,}4$ dez./min·g iar pentru activitatea specifică a radiocarbonului provenit dintr-un mormînt egiptean antic s-a găsit $\Lambda_m =$ $= 7{,}6$ dez./min · g. Care este vechimea mormîntului?

II.4.97. În sîngele unui om a fost injectată o soluție de $^{24}_{11}Na$ cu activitatea $\Lambda_0 = 2 \cdot 10^3$ dez./s. Știind că după 5 ore activitatea unui cm^3 de sînge este $\Lambda = 16$ dez./min · cm^3, să se găsească volumul de sînge al persoanei respective. Se va considera că volumul soluției este neglijabil față de volumul sîngelui și că acest ultim volum nu variază din alte cauze în cele 5 ore de experiență. [$T(^{24}Na) = 15$ h.]

II.4.98. Să se determine „vîrsta" unui obiect de lemn, știind că activitatea izotopului ^{14}C, pentru acest obiect, este 3/5 din activitatea unui copac tăiat recent. Se dă: $T(^{14}C) = 5\,730$ ani.

II.4.99. Activitatea specifică a probelor calcinate din materialele provenind din biosferă (activitatea specifică a cenușii obținută prin calcinare din probe vegetale sau animale) produce, în anumite condiții de măsurare standard, o viteză de numărare $R_0 = 15{,}3$ imp./min·g, datorită izotopului radioactiv ^{14}C. Să se afle data aproximativă la care a fost țesut un material a cărui cenușă prezintă astăzi o activitate specifică ce produce, în aceleași condiții standard, o viteză de numărare $R = 10$ imp./min·g. Se dă: $T(^{14}C) = 5\,730$ ani.

II.4.100. Dacă tot plumbul terestru de mase atomice 206 și 207 ar fi de origine radiogenă, să se determine vîrsta Pămîntului. Abundențele actuale ale izotopilor plumbului sînt $p_6 = 23{,}6\%$ (^{206}Pb) și $p_7 = 22{,}6\%$ (^{207}Pb) iar abundențele izotopilor ^{235}U și ^{238}U sînt $p_5 = 0{,}71\%$ și, respectiv, $p_8 = 99{,}28\%$. Se dau: $T_8(^{238}U) = 4{,}5 \cdot 10^9$ ani; $T_5(^{235}U) = 0{,}713 \cdot 10^9$ ani. *Precizare:* abundența izotopică este raportul dintre numărul de atomi ai unui izotop dintr-un element și numărul total de atomi ai tuturor izotopilor conținuți în elementul respectiv.

II.4.101. Aerul conține o cantitate oarecare de aerosoli de ^{210}Pb proveniți din dezintegrarea radonului. Radioizotopul ^{210}Pb este adus la sol prin precipitații atmosferice. Dacă, în momentul căderii, zăpada conține o anumită activitate specifică datorită izotopului ^{210}Pb, în decursul anilor, această activitate va scădea după legea de dezintegrare a ^{210}Pb [$T(^{210}Pb) = 21$ ani]. Presupunînd că activitatea specifică inițială a zăpezii, într-un loc dat, nu variază în decursul timpului, prin compararea activității specifice a zăpezii, recoltată la diferite adîncimi, se poate determina „vîrsta" acesteia.
Vom presupune că determinările de activitate, făcute la o stațiune de la Polul Sud, în decembrie 1979, au condus la următoarele rezultate: viteza de numărare corespunzătoare activității specifice a zăpezii de la suprafață era de $\Lambda_{mo} =$ $= 48$ imp./min · kg, iar cea corespunzătoare zăpezii recoltate la adîncimea $h = 840$ cm era $\Lambda_{mh} = 3$ imp./min·kg. Să se calculeze: *a)* anul în care a căzut zăpada de la adîncimea h; *b)* viteza medie anuală de acumulare a zăpezii la Polul Sud. *c)* Considerînd constantă viteza de acumulare determinată la punctul precedent, să se determine adîncimea la care se va găsi stratul de zăpadă de la adîncimea h în anul 2 000.

II.4.102. Să se calculeze activitatea specifică a unui preparat de ^{239}Pu. Se dă: $T(^{239}Pu) = 2,4 \cdot 10^4$ ani; $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}.

II.4.103. O cantitate de 30 mg de ^{40}Ca (izotop stabil) este amestecată cu 10 mg de preparat radioactiv de ^{45}Ca cu timpul de înjumătățire $T(^{45}Ca) = 163$ zile. Să se calculeze cu cît scade activitatea specifică a preparatului obținut prin amestec. Se dă: $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}.

II.4.104. Ce cantitate de preparat de ^{89}Sr, β^- radioactiv, trebuie adăugată la 100 μg de stronțiu stabil, pentru ca activitatea specifică a preparatului să devină 1 280 Ci/g. Se cunosc: $T(^{89}Sr) = 50,5$ zile; $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}.

II.4.105. Abundențele izotopice actuale ale izotopilor ^{238}U și ^{235}U sînt, respectiv, $p_8 = 99,28\%$ și $p_5 = 0,72\%$. Ce valoare aveau abundențele izotopice în momentul formării Pămîntului, a cărui „vîrstă" este de $4 \cdot 10^9$ ani. Se dau: $T(^{238}U) = 4,5 \cdot 10^9$ ani; $T(^{235}U) = 0,713 \cdot 10^9$ ani. (Abundența izotopică este definită în problema II.4.100.)

II.4.106. Care este activitatea totală și specifică a potasiului -40($^{40}_{19}K$) conținut în corpul unui om cu masa $M = 60$ kg, dacă admitem că conținutul de potasiu al corpului uman este de $\eta = 0,3\%$. Se consideră că abundența izotopică a izotopilor potasiului este următoarea: $p_9 = 93,26\%$ pentru ^{39}K, $p_4 = 0,0117\%$ pentru ^{40}K și $p_1 = 6,7283\%$ pentru ^{41}K iar timpul de înjumătățire pentru ^{40}K este $T = 1,25 \cdot 10^9$ ani; ceilalți izotopi ai potasiului sînt stabili. Se dă: $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}. (Abundența izotopică este definită în problema II.4.100.)

II.4.107. Un tub ce conține o pudră de ^9_4Be și radon gazos constituie o sursă de neutroni; neutronii rezultă din interacția particulelor α, emise de radon, cu nucleele de beriliu. Să se calculeze masa de radon introdusă inițial în tub, dacă sursa, după cinci zile de la preparare, produce $n = 1,2 \cdot 10^6$ neutroni/s. Se știe că randamentul η al reacției este de 1/4 000 adică o particulă α din 4 000 produce reacția $^9Be(\alpha, n)^{12}C$. Se dau: $T(^{222}Rn) = 3,82$ zile; $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}.

II.4.108. Se admite că la fiecare act de dezintegrare a radiului se emit, în medie, $n = 4$ cuante (fotoni) gama. Cîte cuante gama, emise de $m = 1$ g de radiu trec în fiecare secundă printr-o suprafață $S = 1$ cm^2 situată pe o sferă cu raza $R = 1$ m, în centrul căreia a fost așezat preparatul radioactiv? Se reamintește că activitatea unui gram de radiu este de $3,7 \cdot 10^{10}$ dez./s.

***II.4.109.** O sursă γ este plasată la înălțimea $h = 20$ m deasupra unui absorbant. Cu ce viteză trebuie deplasată sursa, vertical în sus, pentru a compensa variația energiei radiațiilor γ datorită atracției gravitaționale în locul unde se găsește absorbantul. Se va considera $g = 9,8$ m/s^2 în locul în care se găsește absorbantul și $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

***II.4.110.** În unele cazuri nucleele B produse prin dezintegrarea nucleelor A sînt de asemenea radioactive. *a)* Să se stabilească legea de variație în timp a numărului de nuclee de tip B, dacă preparatul radioactiv conține inițial N_0 nuclee de tip A. Constanta radioactivă a nuclidului A este λ_A iar a nuclidului B este λ_B. *b)* Să se determine momentul în care numărul de nuclee de tip B este maxim. *c)* Dacă nucleele de tip C, obținute prin dezintegrarea nucleelor de tip B, sînt stabile, să se stabilească legea de variație în timp pentru aceste nuclee.

***II.4.111.** Se consideră succesiunea dezintegrărilor radioactive:

$$A \xrightarrow{\lambda} B \xrightarrow{\lambda} C \text{ (stabil)}.$$

Să se determine legea de variație în timp a numărului de nuclee de tip B și momentul în care numărul acestor nuclee este maxim. Inițial, preparatul conține N_0 nuclee de tip A.

***II.4.112.** Se consideră succesiunea dezintegrărilor radioactive:

$$A \xrightarrow{\lambda_A} B \xrightarrow{\lambda_B} C \text{ (stabil)}$$

cu $\lambda_A \ll \lambda_B$. Să se stabilească legea de variație în timp a numărului de nuclee de tip B și de tip C.

***II.4.113.** Radionuclidul ^{210}Bi se dezintegrează astfel:

$$^{210}Bi \xrightarrow{\lambda_1} {}^{210}Po \xrightarrow{\lambda_2} {}^{206}Pb \quad \text{(stabil)}$$

cu $\lambda_1 = 1,6 \cdot 10^{-6}$s^{-1} și $\lambda_2 = 5,8 \cdot 10^{-8}$s^{-1}. Să se calculeze activitățile Λ_α și Λ_β ale unui preparat de ^{210}Bi, după o lună de la prepararea lui, dacă masa inițială a preparatului este de 1 mg. Se dă $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}.

***II.4.114.** Într-un gram de uraniu natural există $3,4 \cdot 10^{-7}$ g de ^{226}Ra. Știind că timpul de înjumătățire al radiului este $T(Ra) = 1,62 \cdot 10^3$ ani și că $T(^{238}U) \gg T(^{226}Ra)$, să se calculeze $T(^{238}U)$.

***II.4.115.** Radonul prin dezintegrare α trece în Ra A (izotopul $^{218}_{84}Po$) care la rîndul său este α radioactiv. Să se calculeze timpul după care se acumulează cantitatea maximă de Ra A, dacă inițial radonul se găsea în stare pură. Se dau: $T_1(^{222}Rn) = 3,82$ zile; T_2(Ra A) $= 3,05$ minute.

***II.4.116.** Știind că $T(^{238}U) = 4,5 \cdot 10^9$ ani și $T(^{226}Ra) = 1,62 \cdot 10^3$ ani, să se determine numărul de atomi de uraniu ce revin unui atom de radiu în minereurile de uraniu natural.

***II.4.117.** Să se calculeze ce volum de radon, în condiții normale de presiune și temperatură, se găsește în echilibru radioactiv cu 1 g de radiu. Se cunosc: $T(^{226}Ra) = 1\,600$ ani; $T(^{222}Rn) = 3,82$ zile; volumul molar $\mathcal{V} = 22,4$ l.

***II.4.118.** Un gram de radiu se află în echilibru cu produșii săi de dezintegrare. *a)* Ce activitate α prezintă $^{222}_{86}Rn$ după 10^4 ani? *b)* Ce activitate β^- prezintă Ra D(Pb) după același interval de timp? *c)* Ce activitate globală va mai prezenta preparatul, atunci cînd radiul singur va mai avea o activitate de 0,8 Ci, aflîndu-se în echilibru radioactiv cu produșii săi de dezintegrare? $^{226}_{88}Ra$ prin dezintegrări succesive se transformă în izotopul $^{206}_{82}Pb$. Se dau: $T(^{226}Ra) = 1\,600$ ani; activitatea unui gram de radiu $\Lambda_0 = 3,7 \cdot 10^{10}$dez./s.

II.4.119. Energia cinetică E a particulelor emise la dezintegrarea ^{226}Ra este de 4,78 MeV. Să se calculeze: *a)* viteza particulelor α; *b)* energia degajată în procesul de dezintegrare. Se va considera că masele nucleelor implicate în proces se pot aproxima cu numărul de masă corespunzător, exprimat în unități u.

II.4.120. Prin dezintegrarea ^{222}Rn se emit particule α de energie cinetică $E = 5,5$ MeV. Să se determine căldura ce se obține prin dezintegrarea a 10 mg de ^{222}Rn, în stare pură, în intervalul de timp egal cu: *a)* o secundă; *b)* timpul de înjumătățire $T = 3,82$ zile. Masele nucleelor vor fi asimilate cu numărul de masă corespunzător, exprimat în unități u iar pentru numărul lui Avogadro se va considera valoarea $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}.

II.4.121. Să se calculeze căldura degajată de un gram de $^{225}_{89}Ac$ într-un timp egal cu viața medie τ. Se știe că ^{225}Ac emite particule α cu energia cinetică $E = 5,8$ MeV. Se dă: $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}, iar masele nucleelor vor fi considerate egale cu numerele de masă corespunzătoare, exprimate în unități u.

II.4.122. Prin dezintegrarea ^{239}Pu se emit particule α de energie cinetică $E = 5,3$ MeV. Știind că $T(^{239}Pu) = 2,4 \cdot 10^4$ ani, să se determine căldura emisă de 1 cm^3 de preparat de ^{239}Pu, în stare pură, în timp de un an. Densitatea preparatului este $\rho = 19$ g/cm^3. Se dă: $m_\alpha = 4$ u; $m_{^{239}Pu} = 239$ u; $m_{^{235}U} = 235$ u; $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}.

II.4.123. Calculați căldura degajată de o cantitate de radon cu activitatea $\Lambda_0 = 1$ Ci: *a)* într-o oră; *b)* într-un timp egal cu viața medie τ. Se dau: energia cinetică a particulelor α, $E = 5,5$ MeV, $T(^{222}Rn) = 3,82$ zile; masele vor fi egalate, în unități u, cu numerele de masă corespunzătoare.

II.4.124. Un gram de ^{238}U, în echilibru cu descendenții săi, degajă o putere $P = 1,07 \cdot 10^{-7}$ W. Să se calculeze căldura degajată de un atom-gram (mol) de ^{238}U într-un timp egal cu viața medie τ. Se dă: $T(^{238}U) = 4,5 \cdot 10^9$ ani.

II.4.125. Nucleele de ^{200}Pb, aflate inițial în repaus, emit particule α de energie cinetică $E = 5,77$ MeV. Să se calculeze viteza nucleelor reziduale rezultate. Masele nucleelor implicate în proces vor fi egalate, în unități u, cu numerele de masă corespunzătoare.

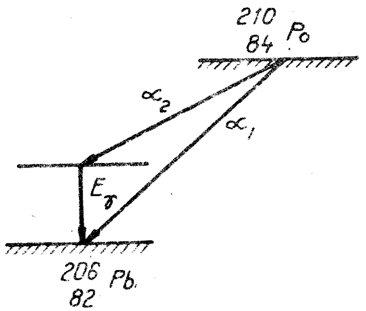


Fig. II.4.126

***II.4.126.** Radionuclidul ^{210}Po, aflat în repaus și în stare fundamentală, trece în ^{206}Pb prin emisie a două grupe de particule α de energie cinetică $E_1 = 5,30$ MeV și $E_2 = 4,50$ MeV (vezi fig. II.4.126). Nucleele de ^{206}Pb, obținute prin dezintegrare se găsesc fie în stare fundamentală fie în stare excitată. Să se calculeze energia E_γ a radiațiilor gama emise de nucleele de $^{206}Pb^*$ aflate în stare excitată. Se dau valorile: $m_\alpha = 4$ u; $m_{Pb} = 206$ u.

II.4.127. Neutronul, în stare liberă, se dezintegrează după schema $n \rightarrow p + \beta^- + \tilde{\nu}$. Să se calculeze suma energiilor cinetice a tuturor particulelor rezultate în procesul de dezintegrare, presupunînd că energia cinetică a neutronului în momentul dezintegrării este nulă. Se cunosc energiile de repaus: $m_pc^2 = 938,256$ MeV; $m_nc^2 = 939,55$ MeV; $m_ec^2 = 0,511$MeV.

II.4.128. Experimental se constată că limita maximă a energiei spectrului continuu al pozitronilor emiși de ^{11}C este egală cu $E_{\beta M} = 0,96$ MeV. Cunoscînd că diferența maselor atomice $M_C - M_B = 0,002128$ u, să se calculeze limita superioară a masei de repaus a neutrinului. Se cunosc: $m_ec^2 = 0,511$ MeV; 1 uc^2 = 931,5 MeV.

II.4.129. Izotopul ^7Be, prin captură electronică, se transformă în ^7Li în stare fundamentală. Să se calculeze energia de recul a nucleelor de litiu. Se cunosc masele: $M_{Be} = 7,0169299$ u; $M_{Li} = 7,0160048$ u.

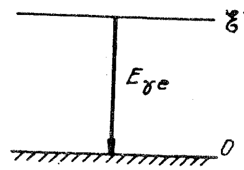


Fig. II.4.130

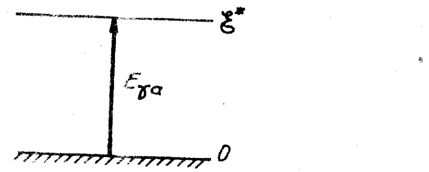


Fig. II.4.131

II.4.130. Nucleul de masă M, aflat în stare liberă, trece din starea de excitare de energie $\mathcal{E}^*$ în stare fundamentală, prin emisie de radiații γ (vezi fig. II.4.130). Să se calculeze energia $E_{\gamma e}$ a radiației gama emise și energia de recul E_r a nucleului.

II.4.131. Nucleul de masă M, aflat în stare liberă, trece din starea fundamentală în starea excitată de energie $\mathcal{E}^*$ prin absorbție de radiații (fotoni) gama (vezi fig. II.4.131). Să se calculeze energia $E_{\gamma a}$ a radiațiilor gama și energia de recul E_r a nucleului.

II.4.132. Să se calculeze diferența dintre energia radiațiilor gama absorbite și emise de un nucleu de masă M, aflat în stare liberă și în repaus, astfel ca în ambele situații energia de excitare a nucleului să fie $\mathcal{E}^*$.

***II.4.133.** Să se arate că numărul de nuclee radioactive care se acumulează cu viteza constantă q, după un timp de iradiere egal cu timpul de înjumătățire T, este jumătate din numărul maxim de nuclee ce se pot forma.

***II.4.134.** Viteza de formare a izotopului ^{45}Ca este $q = 10^{10}$ nuclee/s. Ce masă de ^{45}Ca se acumulează în 30 de zile, dacă timpul de înjumătățire al izotopului este $T = 152$ zile. Se dă: $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}.

***II.4.135.** După ce interval de timp activitatea specifică a izotopului de taliu cu $T = 3,5$ ani devine $\Lambda_m = 10$ Ci/g, dacă viteza de formare a acestui izotop este $q' = 10^{10}$ nuclee/cm$^3 \cdot$ s. Densitatea preparatului de taliu este $\rho = 11,85$ g/cm^3.

METODE EXPERIMENTALE ÎN FIZICA NUCLEARĂ: SPECTROGRAFE DE MASĂ, ACCELERATOARE DE PARTICULE, DETECTOARE DE RADIAȚII NUCLEARE

II.4.136. Să se determine limita superioară a vitezei unei particule pentru care energia cinetică poate fi calculată cu relația nerelativistă cu o eroare mai mică de 1%. Care este energia cinetică, care corespunde limitei de viteză, pentru electroni și protoni? Se dau: energia de repaus a electronilor $m_ec^2 = 0,511$ MeV; energia de repaus a protonilor $m_pc^2 = 938,3$ MeV; viteza luminii $c = 3 \cdot 10^8$m/s.

II.4.137. O particulă cu masa de repaus m_0 și sarcina electrică q este introdusă la momentul zero, fără viteză inițială, într-un cîmp electric uniform de intensitate $\mathcal{E}$. *a)* Să se demonstreze că impulsul relativist p al particulei crește liniar cu timpul iar energia cinetică crește liniar cu spațiul x parcurs de particulă. *b)* Să se stabilească legea de variație a spațiului x în funcție de timpul t. Să se particularizeze această relație pentru cazurile: 1) $p \ll m_0c$; 2) $p \gg m_0c$.

II.4.138. Un fascicul monoenergetic de ioni trece nedeviat printr-o zonă spațială în care există un cîmp magnetic uniform de inducție $B = 0{,}0125$ T cît și un cîmp electric uniform de intensitate $\mathcal{E} = 50$ V/cm, perpendiculare între ele și ambele perpendiculare pe direcția de propagare a fasciculului. Să se calculeze viteza ionilor din fascicul.

II.4.139. Electronii emiși de un catod, cu viteze inițiale neglijabile, sînt accelerați de o tensiune constantă de 2 kV după care intră într-un cîmp magnetic constant și uniform, de inducție $B = 5 \cdot 10^{-3}$ T, perpendicular pe direcția de mișcare a electronilor (vezi fig. II.4.139). *a)* Care este raza de curbură R a fasciculului? *b)* Care este frecvența ν de rotație a electronilor pe orbita de rază R? *c)* Presupunînd că acest cîmp magnetic acționează pe o lungime $l = OA = 10$ mm, să se calculeze deviația unghiulară β și liniară δ a fasciculului. Se cunosc: $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

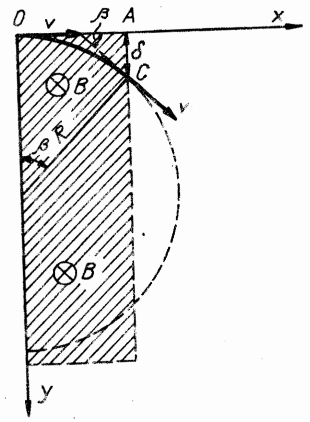


Fig. II.4.139

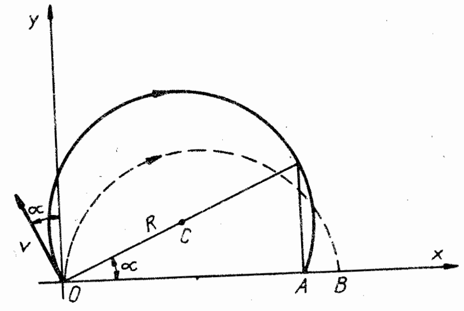


Fig. II.4.140

II.4.140. Un fascicul monoenergetic de ioni, cu o deschidere unghiulară α foarte mică, intră în cîmpul magnetic constant, uniform și transversal al unui spectrograf de masă de tip Dempster. Să se determine lărgimea AB a imaginii ce se obține, în funcție de raza de curbură R a traiectoriei ionilor în zona cîmpului magnetic și de unghiul α (vezi fig. II.4.140). Aplicație numerică: $\alpha = 0{,}05$ rad.; $R = 3$ mm.

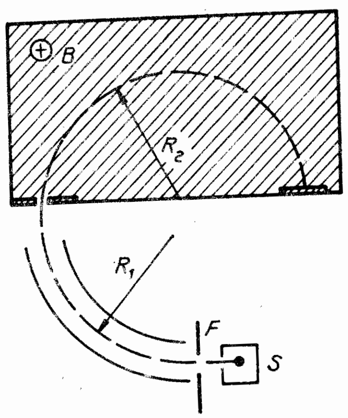


Fig. II.4.141

II.4.141. În schema din figura II.4.141, prin linia punctată este precizată traiectoria ionilor monoenergetici emiși de sursa S. Ionii trec prin cîmpul electric de intensitate $\mathcal{E}$ (care acționează pe direcția razei R_1) creat de un condensator cilindric și prin cîmpul magnetic uniform, de inducție B, perpendicular pe planul traiectoriei. Să se arate că această instalație permite determinarea vitezei v și masei m a ionilor emiși de sursă, în funcție de sarcina q a acestora, de razele R_1 și R_2 și de mărimile $\mathcal{E}$ și B.

II.4.142. Într-un spectrograf Dempster se analizează compoziția izotopică a clorului. Care este raportul razelor traiectoriilor semicirculare ale ionilor din cele două specii izotopice ^{35}Cl și ^{37}Cl? Ionii celor două specii au aceeași sarcină electrică și sînt accelerați de aceeași tensiune. Se dau masele: $m_{^{35}Cl} = 35$ u; $m_{^{37}Cl} = 37$ u.

II.4.143. Într-un spectrograf Dempster se analizează fasciculul monoenergetic format din ioni de $^6Be^+$ și $^7Be^+$. Tensiunea de accelerare este $U = 5$ kV iar inducția magnetică $B = 0{,}5$ T. Care este distanța dintre cele două linii corespunzătoare izotopilor ^6Be și ^7Be? Se dau masele: $m_{^6Be} = 6$ u; $m_{^7Be} = 7$ u; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

***II.4.144.** O particulă cu masa de repaus m_0, energia cinetică E și sarcina electrică q se rotește, pe o traiectorie circulară de rază R, într-un cîmp magnetic uniform, de inducție B, perpendicular pe planul traiectoriei. Să se determine raza orbitei R și frecvența ν a particulei. Problema se va trata relativist. Se dă viteza luminii c.

II.4.145. Să se calculeze frecvența generatorului ce alimentează duanții unui ciclotron, necesară accelerării: *a)* protonilor; *b)* particulelor α. Inducția magnetică este $B = 1{,}26$ T. Se dau: $m_p = 1$ u; $m_\alpha = 4$ u; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

II.4.146. Să se calculeze frecvența generatorului ce alimentează duanții unui ciclotron care accelerează nuclee de deuteriu pînă la energia maximă $E = 2$ MeV, raza orbitei de extracție fiind $R = 49$ cm. Se dă: $m_d = 2$ u.

II.4.147. Care este energia cinetică pe care o obține un proton ce execută $n = 40$ rotații în cîmpul magnetic al unui ciclotron, dacă valoarea tensiunii efective de accelerare este $U = 60$ kV? Se dă: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

II.4.148. Care este inducția magnetică B necesară accelerării nucleelor de deuteriu la un ciclotron, dacă generatorul de alimentare al duanților este acordat pe frecvența de 10^7 Hz? Să se calculeze energia E obținută de nucleele de deuteriu și potențialul echivalent de accelerare U, dacă raza maximă R_M a orbitei de accelerare este de 0,5 m. Se cunosc: $m_d = 2$ u; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

II.4.149. Într-un ciclotron cu raza maximă a orbitei de accelerare $R = 0{,}6$ m se accelerează protoni. Inducția magnetică este $B = 1{,}2$ T. Să se determine: *a)* energia cinetică maximă E a protonilor accelerați; *b)* frecvența generatorului ce alimentează duanții. Se dau: $m_p = 1$ u; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

II.4.150. Ce viteză trebuie să atingă o particulă încărcată într-un ciclotron pentru ca perioada de rotație a particulei să difere de valoarea de sincronism cu η%? Aplicație numerică: $\eta = 1$ și $\eta = 10$.

II.4.151. Pentru obținerea de elemente transuraniene, într-un ciclotron cu diametrul $d = 1{,}5$ m sînt accelerați ioni de $^{14}N^{6+}$. Să se determine energia maximă E a ionilor ^{14}N, dacă inducția cîmpului magnetic este $B = 1{,}18$ T. Este suficientă această energie pentru ca ionii $^{14}N^{6+}$ să interacționeze nuclear cu nuclee de $^{238}_{92}U$? Razele nucleelor sînt egale cu $1{,}5\ A^{1/3}$. Se dau: $m_N = 14$ u; $e = 1{,}61 \cdot 10^{-19}$C.

***II.4.152.** Să se calculeze spațiul total L parcurs de protoni și de particulele α într-un ciclotron care are tensiunea efectivă de accelerare U între duanți egală cu 25 kV, frecvența generatorului ν este de 10^7 Hz iar raza maximă R a orbitei de accelerare este de 0,5 m. Spațiul de accelerare dintre duanți se va neglija iar numărul de rotații efectuate de particulele accelerate se va considera foarte mare. Se cunosc: $m_p = 1$ u; $m_\alpha = 4$ u; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

***II.4.153.** Lungimea electrozilor, de formă cilindrică, ai unui accelerator liniar este astfel calculată ca, de fiecare dată, la trecerea particulei prin intervalul dintre doi electrozi, cîmpul electric să aibă o astfel de polaritate încît să accelereze particulele. Să se calculeze cum trebuie să se modifice lungimea cilindrilor L pentru a se accelera protoni de la energia cinetică inițială $E_i = 2$ MeV la energia cinetică finală $E_f = 30$ MeV, cunoscînd că generatorul de înaltă frecvență este acordat pe frecvența $\nu = 10^8$ Hz. Se va neglija distanța dintre electrozi. Problema se va trata relativist. Se dau: $m_pc^2 = 938,3$ MeV; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

II.4.154. Să se calculeze lungimea primului și al celui de-al treizecilea cilindru de accelerare într-un accelerator liniar pentru accelerat ioni de ${}^{200}_{80}Hg^+$. Generatorul este acordat pe frecvența $\nu = 15$ MHz și generează o tensiune efectivă de accelerare U egală cu $4,2 \cdot 10^4$ V. Se dau: $m_{Hg} = 200$ u; $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

II.4.155. Cu cît trebuie modulată frecvența generatorului de înaltă frecvență ce alimentează cilindrii de accelerare ai unui accelerator liniar, dacă cilindrii au lungimea constantă și egală cu $L = 6$ cm, pentru a putea accelera protoni de la energia de 5 MeV la energia de 50 MeV? Se dă: $m_pc^2 = 938,3$ MeV.

II.4.156. Traiectoria protonilor într-o cameră cu ceață (camera Wilson), plasată într-un cîmp magnetic de inducție $B = 1$ T, perpendicular pe direcția de mișcare, este caracterizată de săgeata $h = 2,5$ mm pentru coarda de lungime $a = 20$ cm. Cunoscînd că energia de repaus a protonilor este de 938,3 MeV, să se determine energia totală E_t și energia cinetică E a protonilor. Se dau: $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

II.4.157. La nivelul mării, densitatea fluxului de miuoni din radiația cosmică este $\Phi = 1$ min$^{-1} \cdot$ cm^{-2}. Fiecare miuon, în condiții normale de presiune, creează pe fiecare cm de traiectorie în aer $n = 85$ perechi de ioni. Să se calculeze curentul creat de miuoni într-o cameră de ionizare, de formă cilindrică, cu raza $R = 20$ cm și înălțimea $h = 30$ cm. Camera conține aer la presiunea de $p = 5$ atm. Camera este dispusă vertical și se va presupune că produc ionizări numai miuonii care cad perpendicular pe baza camerei de ionizare. Se dă: $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

II.4.158. Să se calculeze numărul de particule cosmice care trec printr-o cameră de ionizare, dacă potențialul electrodului colector se modifică cu $\Delta U = 0,2$ V. Capacitatea camerei este $C = 10$ pF iar fiecare particulă creează în cameră $n = 306$ perechi de ioni. Se dă: $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

II.4.159. Fie o cameră de ionizare cu aer, cu electrozii plan-paraleli, destinată măsurătorilor asupra particulelor α. Se neglijează fenomenul de recombinare. *a)* Care este intensitatea curentului I colectat în camera de ionizare la trecerea unui flux $n = 20$ particule α/s, particulele α avînd o energie de 4 MeV și un parcurs liniar $x = 2,5$ cm în aer. Se va admite că particulele α de 4 MeV produc un număr $N = 27\,000$ perechi de ioni pe fiecare centimetru de parcurs în aer și că întreg parcursul lor se află în volumul sensibil al camerei. Camera de ionizare are capacitatea $C = 10$ pF. *b)* Dacă aceeași cameră este străbătută de particule α de 4 MeV izolate, ce tensiune în impuls se poate obține pentru fiecare dintre aceste particule dacă ele străbat integral în cameră cei 2,5 cm de parcurs? Cîte etaje de amplificare, cu o amplificare $A = 21$ pe etaj, sînt necesare pentru a obține o tensiune finală de 10 V. Se dă: $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

II.4.160. Măsurătorile calorimetrice se folosesc adesea pentru determinarea activităților γ a preparatelor puternic radioactive. Calorimetrul destinat unor astfel de măsurători este, de regulă, de forma unui cilindru de plumb, pereții acestuia avînd rolul de ecran pentru radiații γ. Calorimetrul se găsește într-o incintă vidată. Să se calculeze după ce interval de timp temperatura unui calorimetru, cu capacitatea calorică $C = 92$ J/K crește cu $\Delta\theta = 5$ K, dacă în calorimetru este introdus un preparat radioactiv de ^{60}Co cu activitatea $\Lambda = 2$ Ci. La o dezintegrare a nucleului de ^{60}Co se eliberează o energie de $E = 2,5$ MeV. Activitatea sursei se consideră constantă în timp.

***II.4.161.** Detectorii de scintilație sînt folosiți atît pentru înregistrarea particulelor încărcate cît și pentru radiațiile X și γ. Eficacitatea scintilatorului pentru particule încărcate este de 100%. Să se determine eficacitatea de înregistrare a radiațiilor γ colimate. Se dau: d — grosimea scintilatorului și μ — coeficientul de atenuare liniară. *Precizare:* eficacitatea scintilatorului se definește ca raportul dintre numărul de cuante gama care suferă interacții în cristal și numărul incident de cuante gama pe cristal.

***II.4.162.** Cristalele anorganice de NaI(Tl) sînt utilizate frecvent pentru detecția radiațiilor gama. Care este intensitatea I_0 a unui fascicul colimat de radiații gama care generează în cristalul de NaI(Tl), de grosime $d = 2$ cm, în timp de 1 minut, $I = 240$ interacții. Coeficientul de atenuare liniară este $0,126$ cm^{-1}.

II.4.163. Fotomultiplicatorul unui detector cu scintilație are rolul de a converti fotonii în electroni. El este format dintr-un sistem de dinode, fiecare dinodă avînd un coeficient de emisie secundară supraunitar. Ca urmare, are loc un proces de multiplicare al fotoelectronilor emiși de fotocatodul fotomultiplicatorului, sub acțiunea fotonilor, cu un factor M numit „factor de multiplicare sau de amplificare". În cazul unui fotomultiplicator, M este $2 \cdot 10^6$, numărul n de electroni emiși de fotocatod este 500 iar capacitatea de colectare a anodului (ultima dinodă) fotomultiplicatorului este $C = 10$ pF. Să se calculeze amplitudinea U a impulsului de tensiune obținut la ieșirea fotomultiplicatorului. Se dă: $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

II.4.164. Într-un contor Geiger-Müller se produc 10^8 electroni la o singură descărcare. Să se calculeze curentul mediu înregistrat la ieșirea din detector, dacă se produc 600 descărcări într-un minut. Se dă: $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

***II.4.165.** Presiunea parțială a alcoolului etilic adăugat într-un detector Geiger-Müller pentru a produce autoextincția este de 2 cm Hg. Detectorul este cilindric, cu raza bazei $R = 2$ cm și lungimea $l = 20$ cm. Care va fi „viața" detectorului, adică numărul total N de impulsuri, dacă detectorul este folosit pentru a măsura radiația ce produce la fiecare impuls o sarcină de 10^{-9} C, presupunînd că fiecărei perechi de ioni formați îi corespunde disocierea unei singure molecule organice? Se dă: $\mathcal{V} = 22,4$ l/mol; $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}.

PARTICULE ELEMENTARE

II.4.166. Să se arate că în reacția de anihilare electron-pozitron trebuie să apară cel puțin două cuante gama.

II.4.167. Să se arate că procesul $\gamma \rightarrow e^+ + e^-$, în absența unui alt corp, nu este posibil.

II.4.168. Are loc procesul de anihilare $n + \tilde{n} \rightarrow 2\gamma$. Să se determine energia fiecărui foton, dacă anihilarea se face cînd n și $\tilde{n}$ sînt practic în repaus. Energia de repaus a neutronilor este $m_n c^2 = 939,6$ MeV.

II.4.169. Să se calculeze energia cinetică E a protonilor care au impulsul 0,1; 1,0 și 10 GeV/c, în care c este viteza luminii. Se dă: $m_p c^2 = 938,3$ MeV; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

II.4.170. Mezonul K° se dezintegrează în doi mezoni încărcați π. Masa fiecărui mezon rezultat este de η · 1,77 ori mai mare decît masa de repaus. Presupunînd că în momentul dezintegrării mezonii K° sînt în repaus și au masa de repaus de 965 m_e, în care m_e este masa electronului, să se calculeze: *a)* masa de repaus (în unități m_e) a mezonilor formați; *b)* viteza mezonilor π în momentul formării lor. Se dă: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

II.4.171. Să se calculeze impulsul p (în MeV/c) și energia cinetică E (în MeV) a mezonilor rezultați în dezintegrarea, din repaus, a mezonilor K$^+$, conform procesului:

$$K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu.$$

Se dau energiile de repaus: $m_K c^2 = 494$ MeV; $m_\mu c^2 = 105,6$ MeV.

II.4.172. Să se determine impulsul p (în MeV/c) și energia cinetică E (în MeV) a neutronului rezultat din dezintegrarea hiperonului Σ^-, aflat în repaus, conform procesului:

$$\Sigma^- \rightarrow n + \pi^-.$$

Se cunosc energiile de repaus: $m_\Sigma c^2 = 1\,197$ MeV; $m_n c^2 = 939,6$ MeV; $m_\pi c^2 = 139,6$ MeV.

II.4.173. O particulă neutră, aflată în repaus, se dezintegrează într-un proton cu energia cinetică $E = 5,3$ MeV și un pion negativ. Să se calculeze masa particulei ce se dezintegrează (în MeV) și să se identifice această particulă. Se dau energiile: $m_p c^2 = 938,3$ MeV; $m_{\pi^-} c^2 = 139,6$ MeV.

II.4.174. Pionul negativ, cu energia cinetică $E = 50$ MeV, se dezintegrează, în mișcare, într-un miuon și un neutrino. Să se calculeze energia neutrinului ce rezultă la unghiul $\theta = 90°$ față de direcția inițială a pionului. Se cunosc energiile de repaus: $m_\pi c^2 = 139,6$ MeV; $m_\mu c^2 = 105,6$ MeV.

II.4.175. Hiperonul Σ^+, cu energia cinetică $E_\Sigma = 320$ MeV, se dezintegrează, în mișcare, într-o particulă neutră și un pion pozitiv de energie cinetică $E_\pi = 42$ MeV, cînd pionul este emis la unghiul $\theta = 90°$ față de direcția inițială a hiperonului Σ^+. Să se calculeze energia de repaus (în MeV) a particulei neutre. Se cunosc energiile de repaus: $m_\Sigma c^2 = 1\,189$ MeV; $m_\pi c^2 = 139,6$ MeV.

II.4.176. Pionul $\pi°$ se dezintegrează, în mișcare, în două cuante γ de energii egale. Unghiul dintre cele două cuante γ este $\varphi = 60°$. Să se determine energia cinetică a pionului $\pi°$ în momentul dezintegrării ca și energia fiecărei cuante γ ce rezultă în procesul de dezintegrare. Se dă: $m_{\pi°} c^2 = 135$ MeV.

II.4.177. Pozitronul de energie cinetică $E = 750$ keV interacționează cu un electron liber aflat în repaus. Are loc procesul de anihilare, generîndu-se două cuante γ de energii egale. Să se calculeze unghiul φ dintre cuantele γ rezultate. Se dă: $m_e c^2 = 0,511$ MeV.

II.4.178. Să se calculeze distanța medie străbătută de pionii a căror energie cinetică este de $\eta = 1,2$ ori mai mare decît energia lor de repaus. Timpul mediu de viață al pionilor foarte lenți este $\tau_0 = 25,5$ ns. Se dă: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

II.4.179. Pionii negativi, de energie cinetică $E = 100$ MeV străbat în medie o distanță $l = 11$ m de la formarea lor pînă la dezintegrare. Să se calculeze timpul mediu de viață τ_0 pentru pionii foarte lenți. Se dau: $m_\pi c^2 = 139,6$ MeV; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

II.4.180. Energia totală E_t a mezonilor μ din radiația cosmică este aproximativ egală cu 3 000 MeV, iar energia lor de repaus este de aproximativ 100 MeV. Ce distanță vor străbate acești mezoni în atmosferă, într-un timp egal cu timpul mediu de viață? Timpul mediu de viață al mezonilor foarte lenți este $\tau_0 = 2 \cdot 10^{-6}$ s. Se cunoaște viteza luminii $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

II.4.181. Să se calculeze probabilitatea de dezintegrare a mezonilor μ de energie totală $E_t = 1$ GeV, cunoscînd că timpul de viață mediu al mezonilor foarte lenți este $\tau_0 = 2,2 \cdot 10^{-6}$ s. Se dă: $m_\mu c^2 = 105,6$ MeV.

II.4.182. Care este probabilitatea ca mezonii π^+, de energie cinetică $E = 100$ MeV, să se dezintegreze înainte de a atinge o țintă așezată la $l = 6$ m de locul de generare al mezonilor? Timpul mediu de viață al mezonilor foarte lenți este $\tau_0 = 2,6 \cdot 10^{-8}$ s, iar energia de repaus $m_\pi c^2 = 139,6$ MeV. Se dă: $c = 3 \cdot 10^8$m/s.

II.4.183. Ca să explice forțele nucleare, Yukawa (fizician japonez) a presupus existența mezonului. Deduceți relația dintre raza de acțiune r a forțelor nucleare și masa m a mezonului, folosind relația de incertitudine. Să se evalueze masa mezonului (în unități m_e), dacă se admite că raza r este de $1,4 \cdot 10^{-15}$ m. Se dau valorile: $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$ J · s; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

II.4.184. Să se precizeze legile de conservare valabile pentru toate tipurile de interacțiuni: interacțiuni nucleare sau tari, interacțiuni electromagnetice și interacțiuni slabe.

***II.4.185.** Ce lege de conservare este specifică interacțiunilor nucleare? Dar pentru interacțiunile slabe?

II.4.186. Să se precizeze particulele și antiparticulele stabile. Să se explice cauza stabilității lor.

II.4.187. Să se determine numerele cuantice Q, B, S pentru particula X generată în reacția: $K^- + p \rightarrow \Omega^- + K^+ + X$. Care ar putea fi particula X?

II.4.188. Care din următoarele procese: $\Xi° \rightarrow \Sigma° + \pi°$, $\Xi° \rightarrow \Lambda + \pi°$, $\Xi° \rightarrow n + \tilde{K}°$, se realizează în realitate.

***II.4.189.** Să se precizeze care din reacțiile de mai jos sînt interzise de legile de conservare:

1) $n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}$
2) $p \rightarrow n + e^+$
3) $\mu^- \rightarrow e^- + \nu + \tilde{\nu}$
4) $K^+ \rightarrow \pi^- + 2e^+$
5) $\pi^- + p \rightarrow \Lambda + K°$
6) $K^- + n \rightarrow \Lambda + \pi^-$
7) $\pi^+ + n \rightarrow \Lambda + K^+$
8) $\pi^+ + n \rightarrow K^+ + K°$.

Precizare: Se va ține cont și de conservarea numărului leptonic (problema II.4.185) în interacțiunile slabe. Subliniem din nou că în această culegere nu se face distincție între neutrinul electronic (ν_e) și cel miuonic (ν_μ).

În cazurile în care s-ar fi făcut distincție, procesele 1) și 3) s-ar fi scris astfel:

$$n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}_e; \qquad \mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \tilde{\nu}_e.$$

II.4.190. Să se precizeze care din procesele de mai jos nu conservă stranietatea și ca atare nu se produc sau se produc cu mică probabilitate.

1) $\pi^- + p \rightarrow \Lambda + K^\circ$	6) $\pi^+ + \tilde{p} \rightarrow \tilde{\Sigma}^+ + K^-$
2) $\pi^- + p \rightarrow \Lambda + \pi^\circ$	7) $\pi^+ + \tilde{p} \rightarrow \tilde{\Sigma}^+ + \pi^-$
3) $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$	8) $\pi^+ + n \rightarrow \Lambda + K^+$
4) $\Xi^- \rightarrow \Lambda + \pi$	9) $K^+ + p \rightarrow \Sigma^+ + \pi^+$
5) $\Xi^- \rightarrow 2\pi^- + p$	10) $p + \tilde{\Sigma}^+ \rightarrow K^+ + \pi^+$.

***II.4.191.** În procesele în care prin dezintegrarea hadronilor (nucleoni, mezoni și hiperoni) se obțin leptoni se constată că este valabilă următoarea regulă empirică $\Delta Q = \Delta S$, în care ΔQ și ΔS reprezintă modificarea sarcinii și stranietății hadronilor implicați în proces. Folosind această „regulă de selecție" să se stabilească care din următoarele procese sînt posibile:

1) $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + e^- + \tilde{\nu}$	6) $\Xi^\circ \rightarrow \Sigma^+ + e^- + \tilde{\nu}$
2) $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^- + e^+ + \nu$	7) $\Xi^\circ \rightarrow \Sigma^- + e^+ + \nu$
3) $\Xi^- \rightarrow \Lambda + e^- + \tilde{\nu}$	8) $K^+ \rightarrow e^+ + \nu + \pi^\circ$
4) $\Sigma^\circ \rightarrow \Lambda + e^- + e^+$	9) $\Sigma^- \rightarrow n + e^- + \tilde{\nu}$
5) $\Lambda \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}$	10) $\Sigma^+ \rightarrow n + e^+ + \nu$.

***II.4.192.** Să se stabilească tipul interacțiunii ce se realizează în următoarele procese:

1) $K^- + p \rightarrow \Lambda + \pi^\circ$	5) $\pi^\circ \rightarrow \gamma + \gamma$
2) $\pi^+ + p \rightarrow \Sigma^+ + K^+$	6) $\Omega^- \rightarrow \Xi^- + \pi^\circ$
3) $\Sigma^\circ \rightarrow \Lambda + \gamma$	7) $\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu + \tilde{\nu}$
4) $\Xi^\circ \rightarrow \Lambda + \pi^\circ$	8) $n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}$.

***II.4.193.** În acord cu unele teorii, particulele elementare au o structură formată din quarcii și antiquarcii u, d, s, $\tilde{u}$, $\tilde{d}$, $\tilde{s}$ ale căror numere cuantice sînt reproduse în tabelul alăturat. Să se determine această structură pentru barionii p și n cît și pentru hiperonii Λ, $\Sigma^\pm$, Σ°, Ξ° și Ξ^-

	Q	B	S
u	2/3	1/3	0
d	−1/3	1/3	0
s	−1/3	1/3	−1

II.4.194. Să se descrie structura de quarci și antiquarci a particulelor Ω^-, $\pi^\pm$, π° și $K^\pm$, K°. Se va folosi tabelul din problema precedentă.

II.4.195. Într-o lume de antimaterie, care ar fi structura unui antiatom?

DESCĂRCĂRI ELECTRICE ÎN GAZE

II.5.1. Purtătorii de sarcină (electroni și ioni liberi) ai unui gaz ionizat situat într-un cîmp electric uniform, nu prea intens, E, au viteze de antrenare proporționale cu E, asemănător vitezelor anionilor și cationilor din soluții. Cunoscîndu-se coeficienții de proporționalitate, μ_e și μ_i (mobilitățile electronilor și ionilor) se pot scrie, pentru vitezele de antrenare în cîmpul E, expresiile: $v_e = \mu_e E$, $v_i = \mu_i E$. Să se stabilească expresia caracteristicii curent-tensiune a gazului ionizat dintre doi electrozi plan-paraleli, de secțiune S, aflați la tensiunea U și distanța d între ei. Ionii sînt ioni simpli (cu sarcina $+e$) iar plasma este neutră la scară macroscopică, adică $n_e = n_i = n$.

II.5.2. Un tub de descărcare de joasă presiune se aprinde la o tensiune de străpungere $E = 2\,500$ V și arde la tensiunea de ardere $U = 500$ V și curentul $I = 100$ mA. *a)* Care este valoarea rezistenței R înseriată cu tubul, dacă rezistența interioară a sursei este $r = 800\ \Omega$? *b)* Cu cît scade tensiunea la bornele sursei, după aprinderea descărcării?

II.5.3. Știind că randamentul luminos al unui bec cu incandescență este 3% iar al unei lămpi fluorescente 23%, să se calculeze economia de energie electrică în 7 000 ore prin folosirea lămpii fluorescente în locul becului cu incandescență, ambele avînd aceeași putere electrică, $P_{el} = 40$ W.

II.5.4. Se propune aprinderea unui arc electric între electrozi de cărbune. Curentul de descărcare trebuie să fie $I = 15$ A la tensiunea de ardere $U = 30$ V. Care vor fi caracteristicile rezistorului (curent, rezistență) înseriat cu arcul, dacă tensiunea sursei este $E = 250$ V iar rezistența electrozilor este $R_e = 3\ \Omega$? Rezistența internă a sursei este neglijabilă.

II.5.5. Arcul electric este o descărcare instabilă (cu caracteristică U-I descrescătoare). Creșterea nelimitată a curentului după aprindere este însă blocată de rezistența exterioară spațiului de descărcare. *a)* Dacă tensiunea electromotoare a sursei este $E = 220$ V și rezistența interioară a ei este neglijabilă, să se determine parametrii rezistorului limitator (rezistență, curent), astfel ca punctul de funcționare P a arcului să fie cel din figura II.5.5. *b)* Să se calculeze curentul maxim I_m cînd electrozii sînt în contact, neglijîndu-se rezistența electrozilor.

II.5.6. Pentru aprinderea unui arc electric în aer, între electrozi de cărbune, se aduc electrozii în contact, apoi se despart; cîmpul de autoinducție apărut la ruperea contactului va aprinde arcul, dacă intensitatea curentului de scurtcircuit este destul de mare. *a)* Să se determine rezistența R înseriată cu arcul, dacă sursa de tensiune electromotoare $E = 250$ V debitează curentul de scurtcircuit $I_m = 25$ A, rezistența electrozilor fiind $R_e = 2\ \Omega$. Rezistența internă

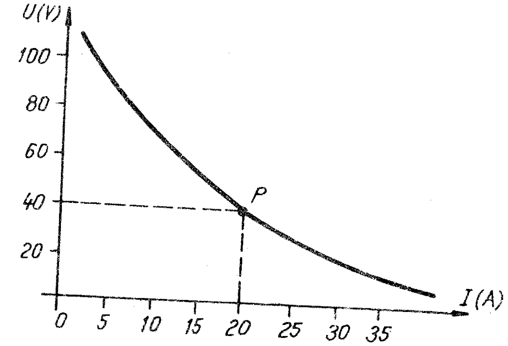


Fig. II.5.5

a sursei se neglijează. *b)* Care va fi tensiunea U de ardere a arcului, dacă descărcarea este întreținută de curentul $I = 22$ A?

II.5.7. Un arc electric cu tensiunea de ardere U și curentul I este întreținut de o sursă cu tensiunea electromotoare E și rezistența interioară r. Să se calculeze rezistența limitatoare R, în serie cu arcul, precum și curentul maxim I_m debitat de sursă la scurtcircuitarea electrozilor, dacă rezistența celor doi electrozi este R_e. Să se particularizeze pentru cazul $R_e = 0$, $r = 0$.

II.5.8. O sursă cu rezistența interioară neglijabilă întreține o descărcare în arc la curentul I și tensiunea de ardere U. Care va fi rezistența limitatoare R în serie cu arcul, dacă la scurtcircuitarea electrozilor, curentul debitat de sursă este I_m? Să se calculeze R pentru cazul $U = 25$ V, $I = 18$ A, $I_m = 20$ A.

PLASMA. FUZIUNEA TERMONUCLEARĂ

II.5.9. Într-un tub de descărcare se află hidrogen atomic la presiunea $p = 0{,}1$ Torr și temperatura camerei, 23°C. După aprinderea descărcării, concentrația electronilor din plasma de hidrogen este $n_e = 10^{17}$ electroni/m³. Să se determine concentrația ionilor pozitivi n_i, concentrația atomilor rămași neionizați N, și gradul de ionizare a plasmei, α. (Se dă constanta lui Boltzman $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K.)

II.5.10. O plasmă cu ioni simpli (cu sarcina $+e$) și dubli (cu sarcina $+2e$) provenind dintr-un gaz de concentrație n_0 are concentrația electronilor n_e. Dacă gradul de ionizare este α, să se determine concentrația N a atomilor rămași neionizați și concentrațiile n_1 și n_2 ale ionilor simpli și dubli.

II.5.11. Într-o plasmă parțial ionizată se cunosc: concentrația electronilor n_e, numărul particulelor rămase neionizate în unitatea de volum, N și gradul de ionizare a plasmei α. Să se determine concentrația inițială a gazului neutru n_0. Dacă plasma conține ioni simpli (cu sarcina $+e$) și dubli (cu sarcina $+2e$), să se determine concentrațiile n_1 și n_2 ale acestor două tipuri de ioni.

II.5.12. Luînd pentru masa de repaus a protonului $m_p = 1{,}0073$ u și pentru masa de repaus a neutronului $m_n = 1{,}0087$ u, să se calculeze energia eliberată la formarea unui deuteron (nucleu de deuteriu) prin fuziunea protonului cu neutronul. Pentru nucleul de deuteriu, se va lua masa de repaus $m_d = 2{,}0136$ u.

II.5.13. Cunoscîndu-se masele atomice, măsurate de spectrograful de masă, ale hidrogenului și deuteriului $m_H = 1{,}0078$ u, $m_D = 2{,}0141$ u, să se calculeze energia eliberată la fuziunea unui proton cu un neutron ($m_n = 1{,}0087$ u).

II.5.14. Să se calculeze energia eliberată la formarea nucleului de heliu prin fuziunea celor 4 nucleoni ai săi (2 protoni, 2 neutroni). Se dau $m_p = 1{,}007276$ u, $m_n = 1{,}008665$ u, masa atomului de heliu $m_{He} = 4{,}002604$ u, masa electronului $m_e = 0{,}0005486$ u.

II.5.15. Să se calculeze, în kWh, energia eliberată la formarea unui kg de masă reactantă constituită din protoni și neutroni. Se dau: masa nucleului de heliu este $m(^4_2He) = 4{,}0015$ u, $m_p = 1{,}0073$ u și $m_n = 1{,}0087$ u.

II.5.16. Se consideră reacția de fuziune a nucleului de deuteriu (^2_1H) cu nucleul de tritiu (^3_1H): $^2_1H + ^3_1H \rightarrow ^1_0n + ^4_2He$.
Să se calculeze, în kWh, energia degajată în această reacție. Ce energie se obține în urma fuzionării unui kg de amestec deuteriu-tritiu? Se dau masele atomice: $m_{^2H} = 2{,}014102$ u, $m_{^3H} = 3{,}016049$ u, $m_{He} = 4{,}002604$ u și $m_n = 1{,}008665$ u.

INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI

II.1. ELEMENTE DE FIZICĂ CUANTICĂ

II.1.1. Folosind următoarele formule:

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda};\ p = \frac{h}{\lambda} \text{ și } m = \frac{p}{c} = \frac{h}{\lambda c}$$ se obțin rezultatele:

a) $\varepsilon = 3{,}31 \cdot 10^{-19}$J $= 2{,}07$ eV; $p = 1{,}1 \cdot 10^{-27}$ kgm/s, $m = 3{,}68 \cdot 10^{-36}$ kg;
b) $\varepsilon = 1{,}99 \cdot 10^{-15}$J $= 12{,}4$ keV; $p = 6{,}625 \cdot 10^{-24}$ kgm/s; $m = 2{,}21 \cdot 10^{-32}$ kg;
c) $\varepsilon = 1{,}99 \cdot 10^{-13}$J $= 1{,}24$ MeV; $p = 6{,}625 \cdot 10^{-22}$ kgm/s; $m = 2{,}21 \cdot 10^{-30}$ kg.

II.1.2. $N = \frac{E\lambda}{hc} = 26 \cdot 10^{14}$.

II.1.3. $E = \frac{3}{2}kT$ și $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$ deci $T = \frac{2hc}{3k\lambda}$. *a)* $T = 1{,}92 \cdot 10^4$ K; *b)* $T = 9{,}6 \cdot 10^7$ K.

II.1.4. $P = \frac{Nh\nu}{t}$; $\nu = \frac{Pt}{Nh} = 4{,}53 \cdot 10^{17}$ Hz.

II.1.5. Din text rezultă: $N\frac{h}{\lambda} = mv_m$. Aproximînd viteza medie (v_m) cu viteza termică $\left(v_t = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}\right)$ scriem:

$$N\frac{h}{\lambda} = mv_t;\ N\frac{h}{\lambda} = m\sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \Rightarrow N = \frac{\lambda}{h}\sqrt{3kTm} = 5{,}81 \cdot 10^3.$$

II.1.6. $\frac{mv^2}{2} = \frac{hc}{\lambda}$; $v = \sqrt{\frac{2hc}{m\lambda}} = 9{,}2 \cdot 10^5$ m/s.

II.1.7. Impulsul fotonului în substanță este $p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h\nu}{v}$ iar în vid: $p_0 = \frac{h}{\lambda_0} = \frac{h\nu}{c}$; $n = \frac{p}{p_0} = \frac{h\nu}{v} \cdot \frac{c}{h\nu} = \frac{c}{v}$, deci nu există nici o contradicție.

II.1.8. $m_0c^2 = h\frac{c}{\lambda}$, $\lambda = \frac{h}{m_0c} = 2{,}43$ pm; $p = \frac{h}{\lambda} = m_0c = 2{,}73 \cdot 10^{-22}$ kg·m/s.

II.1.9. *a)* Relația nerelativistă (clasică) dintre energia cinetică și impuls este $E_c = \frac{P^2}{2m}$ deci $P = \sqrt{2mE_0}$. Cum $p_i = P$, unde p - impulsul fotonului, și P — impulsul protonului, rezultă energia fotonului $\varepsilon = pc = c\sqrt{2mE_c} = 306$ MeV. *b)* În cazul electronului utilizăm relația relativistă dintre impuls

și energia cinetică: $P = \frac{1}{c}\sqrt{E_c(E_c + 2m_0c^2)}$. Știind că $p = P$, energia fotonului va fi: $\varepsilon = pc = \sqrt{E_c(E_c + 2m_0c^2)} = 50{,}5$ MeV.

II.1.10. Energia transferată de fascicului monocromatic de fotoni este $E = pc$, iar energia ce revine unității de suprafață în unitatea de timp va fi: $E/S\Delta t = pc/S\Delta t = 150\ \mathrm{J\cdot m^{-2}\cdot s^{-1}}$.

II.1.11. $I = \frac{E}{St} = \frac{Nhc}{St\lambda}$ deci $\frac{N}{St} = \frac{I\lambda}{hc} = 2{,}28 \cdot 10^9 \frac{\text{fotoni}}{\text{cm}^2\cdot\text{min}}$.

II.1.12. $I = \frac{Nh\nu}{St} = \frac{Nhc}{St\lambda}$ deci $\lambda = \frac{Nhc}{ISt}$ iar $p = N\frac{h}{\lambda} = \frac{ISt}{c} = 5\cdot10^{-10}\ \mathrm{kg\cdot m/s}$.

II.1.13. $m\Delta v = Nh\nu/c$ (unde: m — masa rachetei; Δv — variația vitezei rachetei în intervalul de timp Δt; N — numărul de fotoni emiși în același interval de timp; $h\nu/c$ — impulsul unui foton). Împărțind ecuația prin Δt, obținem: $ma = nh\nu/c$ deci $a = nh\nu/mc$.

II.1.14. $E = Nhc/\lambda$; $N = E\lambda/hc$; $N_1 = 2{,}77 \cdot 10^{21}$; $N_2 = 5{,}03 \cdot 10^{14}$.

II.1.15. $E = Pt = Nhc/\lambda$; $N = \lambda Pt/hc = 5 \cdot 10^{18}$ fotoni.

II.1.16. $Nhc/\lambda = \eta Pt$; $N = \eta Pt\lambda/hc = 8{,}3 \cdot 10^{18}$ fotoni.

II.1.17. Numărul total N de fotoni cu lungimea de undă λ emiși de sursa de putere P în timpul t este $N = Pt\lambda/hc$. Numărul n de fotoni ce cad pe suprafața $s = 1$ cm² va fi:

$$n = N\frac{s}{S} = \frac{Pt\lambda}{hc}\cdot\frac{s}{4\pi R^2} = 4 \cdot 10^{11} \text{ fotoni.}$$

II.1.18. *a)* $I = \frac{E}{St} = \frac{N}{t}\cdot\frac{hc}{S\lambda} = \frac{4nhc}{\pi D^2\lambda} = 4{,}3\cdot10^{-13}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$; *b)* numărul fotonilor emiși de sursă într-o secundă este $n_s = n\frac{4\pi r^2}{\pi D^2/4}$; $P = n_s\frac{hc}{\lambda} = 4\pi r^2 I = 5{,}4 \cdot 10^{-4}$ W.

II.1.19. Numărul fotonilor emiși într-un timp t este $N = Pt\lambda/hc$.
Numărul fotonilor care cad pe unitatea din suprafață a sferei de rază l este $N/S = Pt\lambda/4\pi l^2hc$.
Numărul fotonilor care pătrund în ochi este $N' = NS'/S = Pt\lambda\cdot\pi d^2/16\ \pi l^2hc$, deci numărul mediu de fotoni ce pătrund în ochi în unitatea de timp: este $n = N'/t = Pd^2\lambda/16\, l^2\cdot hc = 1{,}5 \cdot 10^{12}\ \mathrm{s^{-1}}$.

II.1.20. Presupunem că radiația laser are energia E și impulsul $p = E/c$. Ca urmare a interacțiunii, energia și impulsul radiației se transmit plăcuței, devenind $E_c = mv^2/2$, respectiv $P = mv$. Pe baza legilor de conservare ale energiei și impulsului $E = E_c$ și $E/c = mv$, deci $E = mcv$.
Energia cinetică se transformă în energie potențială gravitațională: $mv^2/2 = mgl(1 - \cos\alpha)$, de unde:

$$v = \sqrt{2gl(1-\cos\alpha)} = 2\sin\frac{\alpha}{2}\sqrt{gl}, \text{ deci } E = mcv = 2mc\sin\frac{\alpha}{2}\sqrt{gl} = 14\text{ J}.$$

II.1.21. Dacă interacțiunea se produce între un electron și un foton, electronul trebuie să primească de la foton o energie care trebuie să fie cel puțin egală cu energia de extracție.
Dacă interacțiunea s-ar produce între electron și o undă electromagnetică, electronul ar trebui să părăsească corpul pentru orice valoare a intensității undei (evident, timpul după care s-ar produce emisia va fi diferit), contrar rezultatelor experimentale.

II.1.22. Electronii emiși dintr-un metal nu au toți aceeași viteză, dată de ecuația lui Einstein; cei mai mulți electroni au viteze mai mici. Acest lucru se datorește faptului că lumina extrage electronii din substanță atît de la suprafață cît și de la o anumită adîncime. În cazul extragerii unui electron din interiorul substanței, acesta pierde o parte din energie pentru a ajunge la suprafață. Din același motiv și foițele metalice subțiri dau electroni mai omogeni ca viteze.

II.1.23. Pentru că natura și starea suprafeței materialului influențează sensibil lucrul mecanic de extracție.

II.1.24. Nu. Lumina avînd o structură duală, un aspect nu-l infirmă pe celălalt, ci îl completează. Cele două aspecte n-au fost evidențiate simultan prin nici-un experiment; în unele experimente se detașează aspectul de undă, iar în altele aspectul corpuscular.

II.1.25. $L = \varepsilon = h\nu_0 = hc/\lambda_0 = 2{,}15$ eV.

II.1.26. $L = h\nu_0 = hc/\lambda_0$; $\lambda_0 = hc/L$ deci $\lambda_{0,\,\mathrm{Li}} = 540$ nm; $\lambda_{0,\,\mathrm{Zn}} = 295$ nm; $\lambda_{0,\,\mathrm{W}} = 275$ nm.

II.1.27. $L = hc/\lambda_0 = 6{,}625 \cdot 10^{-19}$ J $= 4{,}14$ eV.

II.1.28. Nu.

II.1.29. $v = \sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{hc}{\lambda} - L\right)} = 6{,}2 \cdot 10^5$ m/s.

II.1.30. $v = \sqrt{\frac{2hc}{m}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}\right)} = 4{,}45 \cdot 10^5$ m/s.

II.1.31. $\lambda = \frac{hc}{L + mv^2/2} = 2{,}2 \cdot 10^{-7}$ m.

II.1.32. $L = h\nu_0 = h\frac{c}{\lambda_0} = 7{,}2 \cdot 10^{-19}$ J $= 4{,}5$ eV.

Aplicăm ecuația lui Einstein:

$$h\frac{c}{\lambda} = h\frac{c}{\lambda_0} + \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2hc}{m}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}\right)} = 9{,}1 \cdot 10^5 \text{ m/s.}$$

II.1.33. *a)* $mv^2/R = Bqv$, $mv = BqR = 4 \cdot 10^{-22}\ \mathrm{kg\cdot m/s}$, $E_c = p^2/2m = (BqR)^2/2m = 0{,}549$ MeV; *b)* $h\nu = L + E_c = 0{,}639$ MeV; *c)* efectul de recul al ionilor de plumb se poate neglija datorită masei mari a acestora.

II.1.34. Energia cinetică se poate calcula clasic: $E_c = m_0v^2/2$ şi relativist $E_c = E_0\left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1\right)$, unde $E_0 = m_0c^2$. Cînd energia fotonului este mult mai mică decît energia de repaus a electronului, viteza electronului este mult mai mică decît viteza luminii şi putem aplica formula clasică. Dacă energia fotonului este comparabilă cu energia de repaus a electronului, trebuie să aplicăm formula relativistă.
Energia de repaus a electronului este: $E_0 = m_0c^2 = 8{,}199 \cdot 10^{-14}$ J = = 0,51 MeV.
Energia fotonului în cele două cazuri este: $\varepsilon_1 = h\nu_1 = hc/\lambda_1 = 1{,}28 \cdot 10^{-18}$ J = = 8 eV, $\varepsilon_2 = hc/\lambda_2 = 1{,}99 \cdot 10^{-13}$ J = 1,24 MeV.
Deci cazul (1) trebuie tratat clasic, iar cazul (2) relativist:

$$\varepsilon_1 = L + \frac{m_0v_1^2}{2}, \quad v_1 = \sqrt{\frac{2(\varepsilon_1 - L)}{m_0}} = 1{,}08 \cdot 10^6 \text{ m/s};$$

$$\varepsilon_2 = L + E_0\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1\right).$$

Neglijînd L în raport cu ε_2 ($L = 0{,}75 \cdot 10^{-18}$J $= 4{,}7$ eV $\ll \varepsilon_2$):

$$\varepsilon_2 = E_0\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1\right); \quad \beta = \frac{\sqrt{(2E_0 + \varepsilon_2)\varepsilon_2}}{E_0 + \varepsilon_2} = 0{,}95,$$

$$v_2 = c\beta = 2{,}85 \cdot 10^8 \text{ m/s}.$$

II.1.35. *a)* Electronul poate fi tratat nerelativist:

$$E_c = \frac{mv^2}{2} = \frac{m\beta^2c^2}{2}; \text{ unde } \beta = \frac{v}{c} = 0{,}1.$$

Energia fotonului va fi:

$$\frac{hc}{\lambda} = L + \frac{m\beta^2c^2}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{L + \frac{m\beta^2c^2}{2}} = 0{,}48 \text{ nm}.$$

b) În acest caz electronul trebuie tratat relativist:

$$E_c = mc^2 - m_0c^2 = c^2\left(\frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} - m_0\right) = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1\right)$$

$$\frac{hc}{\lambda} = L + m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1\right); \quad \lambda = \frac{hc}{L + m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1\right)} = 0{,}6 \text{ pm}.$$

II.1.36. Lungimea de undă a radiaţiei incidente fiind foarte mică, energia unei cuante este mult mai mare decît lucrul de extracţie al oricărui metal. În consecinţă putem aproxima:

$$E_c = h\frac{c}{\lambda} = 6{,}625 \cdot 10^{-15} \text{ J} = 4{,}14 \cdot 10^4 \text{ eV}, \quad E_c = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0c^2,$$

efectuînd calculele se ajunge la

$$v = c\sqrt{1 - \frac{1}{\left(\frac{E_c}{m_0c^2} + 1\right)^2}} = 1{,}14 \cdot 10^8 \text{ m/s}.$$

II.1.37. $h\nu = L + mv^2/2$ cu $L = h\nu_0$ şi $mv^2/2 = eU_s$, $h\nu = h\nu_0 + eU_s$; $\nu = (h\nu_0 + eU_s)/h = 1{,}09 \cdot 10^{15}$ Hz.

II.1.38. Emisia electronilor încetează în momentul în care $mv^2/2 = eU_s$, utilizînd ecuaţia lui Einstein, avem $U_s = \frac{(hc/\lambda) - L}{e} = 0{,}2$ V.

II.1.39. $V = (hc/\lambda e) - (L/e) = 1{,}74$ V.

II.1.40. $\nu = \nu_0 + eV/h = 1{,}3 \cdot 10^{15}$ Hz.

II.1.41. Graficul (*b*) exprimă corect dependenţa, deoarece, potrivit ecuaţiei lui Einstein $E_c = h\nu - L$, panta dreptei este $\text{tg}\,\alpha = 1 (\alpha = 45°)$ şi $L = 2$ eV.

II.1.42. Pentru cele două radiaţii avem:

$$eU_1 = \frac{hc}{\lambda_1} - L; \quad eU_2 = \frac{hc}{\lambda_2} - L; \quad \frac{U_1}{U_2} = \frac{(hc/\lambda_1) - L}{(hc/\lambda_2) - L}.$$

Notînd $n = \frac{U_1}{U_2}$ avem $L = \frac{hc(n\lambda_1 - \lambda_2)}{\lambda_1\lambda_2(n - 1)} = 1{,}39$ eV.

II.1.43. $eU_1 = \frac{hc}{\lambda_1} - \frac{hc}{\lambda_0}$; $eU_2 = \frac{hc}{\lambda_2} - \frac{hc}{\lambda_0}$; $e(U_1 - U_2) = hc\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)$;
$h = \frac{e\lambda_1\lambda_2(U_1 - U_2)}{c(\lambda_2 - \lambda_1)} = 6{,}61 \cdot 10^{-34}$ J·s. Introducînd expresia lui h într-una din ecuaţiile sistemului obţinem: $\lambda_0 = \frac{\lambda_1\lambda_2(U_1 - U_2)}{\lambda_1U_1 - \lambda_2U_2} = 0{,}65$ μm.

II.1.44.
$$\left.\begin{aligned}\frac{mv_1^2}{2} &= \frac{hc}{\lambda_1} - L\\ \frac{mv_2^2}{2} &= \frac{hc}{\lambda_2} - L\end{aligned}\right\} \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{\lambda_2(hc - \lambda_1L)}{\lambda_1(hc - \lambda_2L)} = \eta^2, \quad L = \frac{hc(\eta^2\lambda_1 - \lambda_2)}{(\eta^2 - 1)\lambda_1\lambda_2} = 1{,}9 \text{ eV}.$$

II.1.45. $hc/\lambda = eU_s + L$; $\lambda = hc/(eU_s + L) = 2{,}25 \cdot 10^{-7}$ m.

II.1.46. $eU_s = h\nu - L$; $U_s = \frac{h}{e}\nu - \frac{L}{e}$ (1). Panta dreptei care-l exprimă pe $U_s = f(\nu)$ este h/e, sau $\text{tg}\,\alpha = h/e$; $h = e\,\text{tg}\,\alpha = e\Delta U_s/\Delta\nu = 6{,}7 \cdot 10^{-34}$ J·s. În ecuaţia (1), dacă $\nu = 0$, $U_s = -L/e$, $L = -eU_s = -e(-1{,}9 \text{ V}) =$ $= 1{,}9$ eV $= 3{,}04 \cdot 10^{-19}$ J. Din grafic se vede că frecvenţa de prag este $\nu_0 = 4{,}5 \cdot 10^{14}$ Hz.

II.1.47. $U_s = \frac{h}{e}\nu - \frac{L}{e}$ deci dependenţa tensiunii de stopare de frecvenţa luminii incidente este liniară şi pentru reprezentarea grafică sînt suficiente două puncte: pentru $\nu_1 = \nu_0 = L/h = 5{,}55 \cdot 10^{14}$ Hz, $U_{s1} = 0$; pentru $\nu_2 = 2\nu_0$, $U_{s2} = 2{,}3$ V (fig. II.1.47, R, pag. 148). Panta dreptei (h/e) este aceeaşi, pentru toate materialele.

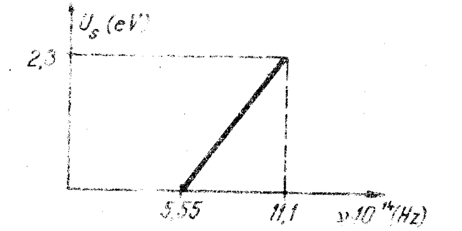


Fig. II.1.47, R

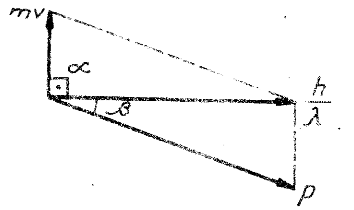


Fig. II.1.50, R

II.1.48. Aplicînd legea conservării impulsului avem: $\vec{p}_f = \vec{P} + \vec{p}$ sau $P = p_f + p$ (p_f — impulsul fotonului, p — impulsul electronului, P — impulsul electrodului). Introducînd: $E_c = p^2/2m$ în ecuația lui Einstein obținem:

$$\frac{p^2}{2m} = \frac{hc}{\lambda} - L \quad \text{deci} \quad p = \sqrt{2m\left(\frac{hc}{\lambda} - L\right)}.$$

Deoarece $p_f = \frac{h}{\lambda}$ rezultă $P = \frac{h}{\lambda} + \sqrt{2m\left(\frac{hc}{\lambda} - L\right)} = 1,4 \cdot 10^{-25}$ kg·m/s.

II.1.49. *a)* Aplicăm legile de conservare ale energiei și impulsului $E = L + p^2/2m + P^2/2M$, $P = p - E/c$ (E — energia fotonului, m — masa electronului, L — energia de legătură, P — impulsul protonului, p — impulsul electronului, M — masa protonului). Din ultimele două ecuații, rezultă ecuația de gradul II: $c^2(m + M)p^2 - 2mcEp + mE^2 - 2mMc^2(E - L) = 0$, care are soluția:

$$p = \frac{mE + \sqrt{m^2E^2 - (m + M)[mE^2 - 2mMc^2(E - L)]}}{(m + M)c} = 5,4 \cdot 10^{-23} \text{ kg·m/s}.$$

Energia cinetică a electronului este: $p^2/2m = 9,98$ keV. *b)* Pentru proton $P = 4,9 \cdot 10^{-23}$ kg·m/s și $P^2/2M = 4,51$ eV. Se constată că energia protonului este neglijabilă în raport cu cea a electronului, în timp ce impulsul este de același ordin de mărime pentru ambele particule. De aici tragem concluzia că putem neglija energia dar impulsul nu.

II.1.50. Aplicînd legea conservării impulsului și ținînd seama că $\alpha = 90°$ rezultă $p = \sqrt{(h/\lambda)^2 + m^2v^2}$ (p—impulsul particulei, mv—impulsul electronului, h/λ impulsul fotonului). Viteza maximă are expresia: $v_{max} = \sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{hc}{\lambda} - L\right)}$

deci $v = \eta v_{max} = \eta\sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{hc}{\lambda} - L\right)}$ și $p = \sqrt{\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 + 2m\eta^2\left(\frac{hc}{\lambda} - L\right)} =$

$= 3,7 \cdot 10^{-27}$ kg·m/s (fig. II.1.50, R). $\cos\beta = \frac{h/\lambda}{p} = 0,658 \Rightarrow \beta = 48,8°$.

II.1.51. *a)* Ecuația traiectoriei electronului este $y = \frac{eU}{2mdv_0^2}x^2$ care pentru $x = l$, devine $y = \frac{eUl^2}{2mdv_0^2}$ deci $mv_0^2 = \frac{eUl^2}{2dy}$ și $\lambda = \frac{hc}{L + (mv_0^2/2)} =$

$= \frac{hc}{L + (EUl^2/4dy)} = 3,31 \cdot 10^{-7}$ m. *b)* $t = \sqrt{\frac{2ymd}{eU}}$; pentru $y = \frac{d}{2}$ avem

$t = d\sqrt{\frac{m}{eU}} = 1,2 \cdot 10^{-7}$ s.

II.1.52. Ecuația traiectoriei este $y = \frac{eE}{2mv_0^2}x^2$; cum din ecuația lui Einstein $v_0^2 = \frac{2}{m}\left(\frac{hc}{\lambda} - L\right)$, ecuația traiectoriei devine: $y = \frac{eE}{4\left(\frac{hc}{\lambda} - L\right)}x^2$ deci

$\lambda = \frac{hc}{\frac{eEx^2}{4y} + L}$. Electronul iese dintre plăci, dacă pentru $x = 2R$, $y \leqslant d/2$,

deci $\lambda \leqslant \frac{hc}{L + (2eER^2/d)}$ atunci $\lambda_{lim} = \frac{hc}{L[1 + (2eER^2/Ld)]}$. Cum $\lambda_{prag} = hc/L$,

$\lambda_{lim} = \frac{\lambda_{prag}}{1 + (2eER^2/Ld)}$ deci $\lambda \leqslant \lambda_{lim} = \frac{\lambda_{prag}}{1 + (2eER^2/Ld)}$.

II.1.53. Energia transportată de o radiație electromagnetică cu intensitatea I printr-o suprafață de arie ΔS în timpul t este: $E = It\Delta S$; $E = hc/\lambda$, $It\Delta S = hc/\lambda$, $t = hc/\lambda^3 I \simeq 39$ min.
În acest interval de timp electronii ar acumula energie, iar după aproximativ 39 min. ar fi expulzați într-un număr foarte mare, ceea ce contrazice experiența. Primii electroni apar, practic, fără nici-o întîrziere față de începutul iluminării, iar numărul electronilor emiși de corp într-un interval de timp este determinat de energia luminoasă absorbită în acel interval de timp.

II.1.54. Suprafața țintei este $S_1 = \pi r^2 = \pi(10^{-9})^2$ m$^2 \simeq 3 \cdot 10^{-18}$ m^2, iar suprafața sferei cu raza $R = 5$ m și cu centrul în sursa de lumină este $S_2 = 4\pi R^2 = 4\pi(5^2) \simeq 300$ m^2. Admițînd că sursa radiază uniform în toate direcțiile, energia ce va cădea în unitatea de timp pe țintă va fi: $P = P_s\frac{S_1}{S_2} =$

$= 10^{-3}\frac{3 \cdot 10^{-18}}{300} = 10^{-23}$ W. Socotind că întreaga energie căzută pe țintă este și absorbită, timpul după care ar fi emis un electron este $t = \frac{E}{P} = \frac{5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{10^{-23}} \simeq 22$ h. (Experimental nu s-a putut măsura o întîrziere oricît de mică.)

II.1.55. $S_1 = \pi r^2 = \pi(0{,}1\cdot10^{-9})^2\ \mathrm{m}^2 \simeq 3\cdot10^{-20}\ \mathrm{m}^2$ și $S_2 \simeq 300\ \mathrm{m}^2$, $P = P_s \dfrac{S_1}{S_2} = 10^{-5}\dfrac{3\cdot10^{-20}}{300} = 10^{-27}$ W, iar $t = \dfrac{E}{P} = \dfrac{20\cdot1{,}6\cdot10^{-19}}{10^{-27}} \simeq 100$ ani (!)

II.1.56. Fie $\Delta\Omega$ unghiul solid sub care se vede sfera din locul unde se află sursa punctuală și n — numărul total de fotoni emiși de sursă în timpul t. Sfera de bismut va fi nimerită de numărul de fotoni n', dat de relația: $n' = n(\Delta\Omega/4\pi)$, unde $n = n_0 t$, deci $n' = n_0 t(\Delta\Omega/4\pi)$. Intervalul de timp mediu dintre două ciocniri succesive ale fotonilor cu sfera va fi $\tau = t/n' = 4\pi/n_0\Delta\Omega$, $\Delta\Omega = \pi d^2/4l^2$ deci $\tau = 16l^2/n_0 d^2 \simeq 30$ min.

II.1.57. *a)* Acei electroni care au o energie de legătură mult mai mică decît energia fotonilor incidenți. *b)* Deoarece energia fotonilor incidenți este comparabilă cu energia de legătură a electronilor.

II.1.58. *a)* În amîndouă cazurile, creșterea intensității componentei împrăștiate se datorește creșterii numărului electronilor liberi. În atomii ușori, toți electronii sînt slabi legați, iar în atomii grei, numai electronii periferici. Unghiurile de împrăștiere mici corespund ciocnirilor fotonilor cu electroni puternic legați, iar unghiurile mari corespund ciocnirilor fotonilor cu electroni slabi legați sau liberi. *b)* Pentru că împrăștierea se face pe electroni liberi (particule universale). *c)* Componenta neîmprăștiată se datorește ciocnirilor fotonilor cu electroni legați sau cu nucleele atomilor.

II.1.59. $\Delta\lambda = 2\Lambda\sin^2\dfrac{\theta}{2}$, $\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda = \dfrac{hc}{\varepsilon_0} + 2\Lambda\sin^2\dfrac{\theta}{2}$, $\varepsilon = \dfrac{hc}{\lambda} = \dfrac{hc\varepsilon_0}{hc + 2\Lambda\varepsilon_0\sin^2\dfrac{\theta}{2}} = 144{,}3$ keV.

II.1.60. $\lambda_1 = \lambda_0 + 2\Lambda\sin^2\dfrac{\theta_1}{2}$, $\lambda_2 = \lambda_0 + 2\Lambda\sin^2\dfrac{\theta_2}{2}$, $\dfrac{\lambda_2}{\lambda_1} = \dfrac{\lambda_0 + 2\Lambda\sin^2\dfrac{\theta_2}{2}}{\lambda_0 + 2\Lambda\sin^2\dfrac{\theta_1}{2}} = \eta$;

$$\lambda_0 = \frac{2\Lambda\left(\sin^2\dfrac{\theta_2}{2} - \eta\sin^2\dfrac{\theta_1}{2}\right)}{\eta - 1} = 1{,}2\ \text{pm}.$$

II.1.61. Utilizînd ecuația: $E_c = \dfrac{hc}{\lambda_0}\cdot\dfrac{2\dfrac{h}{m_0c}\sin^2\dfrac{\theta}{2}}{\lambda_0 + 2\dfrac{h}{m_0c}\sin^2\dfrac{\theta}{2}}$,

pentru $\theta_1 = 60°$ avem $E_{c_1} = 9{,}53\cdot10^{-17}$ J $= 0{,}596$ MeV,
pentru $\theta_2 = 90°$ avem $E_{c_2} = 1{,}86\cdot10^{-16}$ J $= 1{,}16$ MeV,
pentru $\theta_3 = 180°$ avem $E_{c_3} = 3{,}56\cdot10^{-16}$ J $= 2{,}23$ MeV.

II.1.62. *a)* $\Delta\lambda = 2\Lambda\sin^2\dfrac{\theta}{2} = \Lambda$ (pentru $\theta = 90°$), $\lambda = \lambda_0 + \Lambda$; $\omega = \dfrac{2\pi c}{\lambda_0 + \Lambda} = 3{,}1\cdot10^{17}$ rad/s. *b)* $E_c = hc\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda_0(\lambda_0 + \Delta\lambda)} = hc\dfrac{\Lambda}{\lambda_0(\lambda_0 + \Lambda)} = 1{,}34\cdot10^{-20}$ J.

II.1.63. $\Delta\lambda = 2\dfrac{h}{m_0c}\sin^2\dfrac{\theta}{2}$; $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = c\left(\dfrac{1}{\nu} - \dfrac{1}{\nu_0}\right) = c\dfrac{\Delta\nu}{\nu_0(\nu_0 - \Delta\nu)}$;

$$\frac{c\Delta\nu}{\nu_0(\nu_0 - \Delta\nu)} = 2\frac{h}{m_0c}\sin^2\frac{\theta}{2} \text{ deci } m_0 = \frac{2h\nu_0(\nu_0 - \Delta\nu)\sin^2\dfrac{\theta}{2}}{c^2\Delta\nu}.$$

II.1.64. *a)* $\Delta\lambda = 2\Lambda\sin^2\dfrac{\theta}{2} = 1{,}21$ pm; $\Delta\nu = \nu_0 - \nu = c\dfrac{\Delta\lambda}{(\lambda_0 + \Delta\lambda)\lambda_0}$;

$\lambda_0 = \dfrac{hc}{E_0}$ deci $\Delta\nu = c\dfrac{\Delta\lambda}{\left(\dfrac{hc}{E_0} + \Delta\lambda\right)\dfrac{hc}{E_0}} = 2{,}33\cdot10^{16}$ Hz și $\Delta E = h\Delta\nu = 96{,}5$ eV.

b) Energia cinetică a electronului egalează variația energiei fotonului $E_c = \Delta E = 96{,}5$ eV, iar $p = \sqrt{2mE_c} = 5{,}3\cdot10^{-24}$ kg·m/s. Direcția este dată de unghiul φ: $\operatorname{tg}\varphi = \dfrac{\operatorname{ctg}\dfrac{\theta}{2}}{\dfrac{\Lambda}{\lambda_0} + 1}$; $\varphi = 59{,}5°$.

II.1.65. Din legea conservării energiei determinăm lungimea de undă după împrăștiere: $\dfrac{hc}{\lambda_0} - \dfrac{hc}{\lambda} = c^2(m - m_0)$, $\dfrac{h}{\lambda_0} - \dfrac{h}{\lambda} = m_0c\left(\dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right)$,

$\lambda = \dfrac{\lambda_0 h\sqrt{1-\beta^2}}{h\sqrt{1-\beta^2} - \lambda_0 m_0 c(1 - \sqrt{1-\beta^2})}$. Variația lungimii de undă este

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{\lambda_0^2 m_0 c(1 - \sqrt{1-\beta^2})}{h\sqrt{1-\beta^2} - \lambda_0 m_0 c(1 - \sqrt{1-\beta^2})} = 1{,}34\ \text{pm},\quad \sin\frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{\Delta\lambda}{2\Lambda}};\quad \theta = 63°24'.$$

II.1.66. $\sin\dfrac{\theta}{2} = \sqrt{\dfrac{\Delta\lambda}{2\Lambda}}$; $\theta = 59°39'$, $\operatorname{tg}\varphi = \dfrac{\operatorname{ctg}(\theta/2)}{(\Lambda/\lambda_0) + 1}$; $\varphi = 50°$. Unghiul dintre fotonul împrăștiat și electronul de recul este $\theta + \varphi = 109°39'$.

II.1.67. $E_c = hc\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda_0(\lambda_0 + \Delta\lambda)} = hc\dfrac{\eta\lambda_0}{\lambda_0(\lambda_0 + \eta\lambda_0)} = \dfrac{hc}{\lambda_0}\cdot\dfrac{\eta}{1 + \eta} = 0{,}2$ MeV.

II.1.68. $h = m_0c\lambda_0\left(\dfrac{\operatorname{ctg}\dfrac{\theta}{2}}{\operatorname{tg}\varphi} - 1\right)$.

II.1.69. Energia transferată electronului de recul este:

$$\Delta E = E_c = \frac{hc}{\lambda_0}\cdot\frac{2\Lambda\sin^2\dfrac{\theta}{2}}{\lambda_0 + 2\Lambda\sin^2\dfrac{\theta}{2}} = E_0\frac{2\Lambda\sin^2\dfrac{\theta}{2}}{(hc/E_0) + 2\Lambda\sin^2\dfrac{\theta}{2}}.$$

Fracţiunea de energie transmisă electronului de recul va fi:

$$\frac{\Delta E}{E_0} = \frac{2\Lambda \sin^2\frac{\theta}{2}}{(hc/E_0) + 2\Lambda\sin^2\frac{\theta}{2}} = 10^{-2} = 1\%.$$

II.1.70. *a)* $E_c = h(\nu_0 - \nu)$, $E_{c1} = 3{,}73$ MeV, $E_{c2} = 3{,}73$ keV. *b)* În primul caz, relativist: $E_c = mc^2 - m_0c^2$, $\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = m_0c^2 + E_c$, $\sqrt{1-\beta^2} = \frac{m_0c^2}{m_0c^2+E_c}$, $v = c\sqrt{1-\left(\frac{m_0c^2}{m_0c^2+E_c}\right)^2} = 2{,}97\cdot10^8$ m/s. În primul caz, clasic: $v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = 11{,}45\cdot10^8$ m/s valoare imposibilă! În al doilea caz, atît clasic cît şi relativist, se obţine aceeaşi valoare: $v = 0{,}36\cdot10^8$ m/s. *c)* Evident, în primul caz.

II.1.71. Aplicăm legea conservării energiei: $(hc/\lambda_0) - (hc/\lambda) = mc^2 - m_0c^2 = hc/\lambda$, deci $\lambda = 2\lambda_0$. Impulsul fotonului împrăştiat fiind perpendicular pe impulsul electronului de recul, avem: $\cos\theta = \lambda_0/\lambda = 1/2$; $\theta = 60°$ (fig. II.1.71, R). $\Delta\lambda = \lambda_0 = 2\Lambda\sin^2(\theta/2) = \Lambda/2 = h/2m_0c = 1{,}21$ pm.

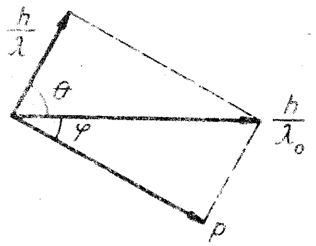


Fig. II.1.71, R

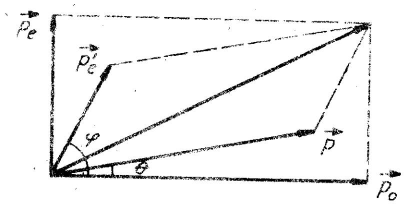


Fig. II.1.73, R

II.1.72. Din legea conservării impulsului avem: $p = \sqrt{\left(\frac{h}{\lambda_0}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2}$ şi cum $\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda = \lambda_0 + 2\Lambda\sin^2\frac{\theta}{2}$ rezultă: $p = \sqrt{\left(\frac{h}{\lambda_0}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda_0+2\Lambda\sin^2\frac{\theta}{2}}\right)^2} = 1{,}6\cdot10^{-22}$ kg·m/s.

II.1.73. Aplicăm legile de conservare ale energiei şi impulsului (fig. II.1.73, R):

$$E_0 + E_e = E + E'_e \qquad (1)$$

unde E_0 — energia fotonului incident, E — energia fotonului împrăştiat, E_e — energia iniţială a electronului, E'_e — energia finală a electronului,

$$p_0 = p\cos\theta + p'_e\cos\varphi \qquad (2)$$

$$p_e = p\sin\theta + p'_e\sin\varphi \qquad (3)$$

unde: p_0 — impulsul fotonului iniţial, p — impulsul fotonului împrăştiat,

p_e — impulsul iniţial al electronului, p'_e — impulsul final al electronului, θ — unghiul dintre direcţiile iniţială şi finală ale fotonului, φ — unghiul dintre direcţia fotonului incident şi direcţia finală a electronului.
Eliminăm pe φ din ultimele două ecuaţii, le ridicăm la pătrat şi le adunăm:

$$p_0^2 + p^2\cos^2\theta - 2p_0p\cos\theta + p_e^2 + p^2\sin^2\theta - 2p_ep\sin\theta = p_e'^2 \qquad (4)$$

Utilizînd relaţia dintre energia totală şi impuls, ecuaţia (1) devine:

$$p_0c + \sqrt{p_e^2c^2 + m_0^2c^4} = pc + \sqrt{p_e'^2c^2 + m_0^2c^4}.$$

Introducînd în ultima ecuaţie valoarea lui p'_e dată de ecuaţia (4) obţinem:

$$(p_0 - p)\sqrt{p_e^2 + m_0^2c^2} = p_0p(1-\cos\theta) - p_ep\sin\theta \quad \text{sau}$$

$$h\left(\frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda}\right)\sqrt{p_e^2+m_0^2c^2} = \frac{h^2}{\lambda\lambda_0}2\sin^2\frac{\theta}{2} - \frac{p_eh}{\lambda}\sin\theta,$$

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{2h\sin^2\frac{\theta}{2} - p_e\lambda_0\sin\theta}{\sqrt{p_e^2+m_0^2c^2}}.$$

II.1.74. Aplicăm legile de conservare a energiei şi impulsului.

$$E_f + E_0 = E'_f + \sqrt{E_0^2 + p^2c^2} \qquad (1)$$

$$\frac{E_f}{c} = \frac{E'_f}{c}\cos\theta + p\cos\varphi \qquad (2)$$

$$0 = \frac{E'_f}{c}\sin\theta - p\sin\varphi \qquad (3)$$

unde: E_f şi E'_f sînt energiile fotonului înainte şi după interacţiune, iar E_0 şi p — energia de repaus şi impulsul electronului de recul.
Din ecuaţia (3) rezultă $E'_f = \frac{pc\sin\varphi}{\sin\theta}$, iar ecuaţia (1) devine: $E_f + E_0 = \frac{pc\sin\varphi}{\sin\theta} + \sqrt{E_0^2+p^2c^2}$. Introducînd pe E'_f în ecuaţia (2) obţinem:

$$E_f = \frac{pc\sin\varphi\cos\theta}{\sin\theta} + pc\cos\varphi = \frac{pc\sin(\varphi+\theta)}{\sin\theta} \Rightarrow p = \frac{E_f\sin\theta}{c\sin(\varphi+\theta)}, \quad \text{deci}$$

$$E_f + E_0 = \frac{E_f\sin\varphi}{\sin(\varphi+\theta)} + \sqrt{E_0^2 + \frac{E_f^2\sin^2\theta}{\sin^2(\varphi+\theta)}}.$$

Eliminînd radicalul şi făcînd calculele matematice se obţine în final:

$$E_f = \frac{E_0\cos\left(\varphi+\frac{\theta}{2}\right)}{\sin\frac{\theta}{2}\sin\varphi} = 0{,}37 \text{ MeV}.$$

II.1.75. După ciocnire, electronul și fotonul se vor deplasa în același sens cu sensul inițial de mișcare al electronului. Legile de conservare ale impulsului și energiei sînt:

$$p - \frac{h\nu}{c} = p' + \frac{h\nu'}{c} \text{ și } E + h\nu = E' + h\nu'.$$

Efectuînd calculele matematice și ținînd seama că: $E^2 - p^2c^2 = E'^2 - p'^2c^2 = E_0^2$ și $h\nu(E + pc) = h\nu'(E' - p'c)$ se obține: $h\nu(E + pc)^2 = h\nu'[E_0^2 + 2h\nu(E + pc)]$. Dacă $E \gg E_0$, $E \simeq pc$, avem: $h\nu' = \dfrac{4\,E^2h\nu}{E_0^2 + 4\,h\nu E} = 370$ MeV. În acest caz transferul de energie este de la electron la foton, motiv pentru care acest fenomen se numește efect Compton invers.

II.1.76. Utilizînd relația lui de Broglie $\lambda = h/p = h/\sqrt{2mE_c}$ avem:

$$\lambda_e = 123 \text{ pm}; \quad \lambda_H = 2{,}88 \text{ pm}; \quad \lambda_U = 0{,}19 \text{ pm}.$$

II.1.77. $\lambda = h/\sqrt{2m_pE_c} = h/\sqrt{2m_pm_0c^2} = 40$ fm.

II.1.78. Din ecuația lui de Broglie: $v = h/m\lambda$ și $E_c = h^2/2m\lambda^2$. Atunci: $v_e = 7{,}28 \cdot 10^6$ m/s, $E_e = 150{,}7$ eV; $v_n = 3{,}99 \cdot 10^3$ m/s, $E_n = 0{,}082$ eV.

II.1.79. $\lambda = h/\sqrt{2mE_c} = 1{,}82 \cdot 10^{-10}$ m.

II.1.80. *a)* $\lambda = h/\sqrt{2meU}$, $\lambda_1 = 12{,}25 \cdot 10^{-10}$ m, $\lambda_2 = 1{,}225 \cdot 10^{-10}$ m, $\lambda_3 = 0{,}388 \cdot 10^{-10}$ m; *b)* $\lambda = h/mv = 7{,}3 \cdot 10^{-10}$ m; *c)* $\lambda_s = 6{,}63 \cdot 10^{-29}$ m.

II.1.81. $E_c = h^2/2m\lambda^2$ iar pentru $\lambda = d$; $E_c = h^2/2\,md^2$ deci: *a)* $E_c = 0{,}082$ eV; *b)* $E_c = 206$ MeV.

II.1.82. $\lambda_e = \dfrac{h}{m_e v}$; $\lambda_s = \dfrac{h}{m_s v}$; $\dfrac{\lambda_e}{\lambda_s} = \dfrac{m_s}{m_e} = 1{,}1 \cdot 10^{27}$.

II.1.83. $$\Delta\lambda = \lambda_p - \lambda_H = \frac{h}{\sqrt{2E_c}}\left(\frac{1}{\sqrt{m_p}} - \frac{1}{\sqrt{m_H}}\right) =$$

$$= \frac{h}{\sqrt{2E_c}} \cdot \frac{m_e}{m_H\sqrt{m_p} + m_p\sqrt{m_H}} = 7{,}87 \text{ fm},$$

știm că $m_H = m_p + m_e$ (unde m_e este masa electronului).

II.1.84. Pentru foton $E = hc/\lambda$, pentru electron și neutron utilizăm relația $E_c = h^2/2m\lambda^2$. *a)* $E = 1{,}24$ GeV; *b)* $E_e = 1{,}5$ TeV; *c)* $E_c = 819$ MeV.

II.1.85. $E_{c1} = \dfrac{h^2}{2m\lambda_1^2}$ și $E_{c2} = \dfrac{h^2}{2m\lambda_2^2}$ deci $\Delta E_c = E_{c2} - E_{c1} = \dfrac{h^2}{2m}\left(\dfrac{1}{\lambda_2^2} - \dfrac{1}{\lambda_1^2}\right) = 0{,}450$ keV.

II.1.86. Aplicăm teorema variației energiei cinetice: $\dfrac{mv^2}{2} - \dfrac{mv_0^2}{2} = eEd$,

$$v = \sqrt{\frac{mv_0^2 + 2eEd}{m}}; \quad \lambda = \frac{h}{\sqrt{m(mv_0^2 + 2eEd)}} \text{ deci } d = \frac{h^2 - (\lambda mv_0)^2}{2meE\lambda^2} = 9{,}67 \text{ cm}.$$

II.1.87. $\lambda = h/\sqrt{2mE_c}$ și $E_c = 3kT/2$ deci $\lambda = h/\sqrt{3mkT} = 0{,}1$ nm.

II.1.88. La echilibru: $mv = Ber$ și $\lambda = h/mv = h/Ber = 0{,}18$ nm.

II.1.89. Lungimea de undă asociată unei particule relativiste este: $\lambda = \dfrac{h}{m_0 v}\sqrt{1 - (v^2/c^2)} = \dfrac{h}{m_0 c}\sqrt{(c^2/v^2) - 1}$. Pentru ca particula să treacă nedeviată trebuie ca: $Bqv = qE$, $v = E/B$ deci $\lambda = \dfrac{h}{m_0 c}\sqrt{\left(\dfrac{cB}{E}\right)^2 - 1}$.

II.1.90. $\lambda = h/\sqrt{2meU}$; $m = h^2/2eU\lambda^2 = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg (proton).

II.1.91. $m = m_0 + 0{,}01\, m_0 = 1{,}01\, m_0$, notînd $\gamma = m/m_0 = 1{,}01$ (factorul relativist) rezultă $\lambda = \dfrac{h}{m_0 c\sqrt{\gamma^2 - 1}} = 120{,}7$ pm.

II.1.92. $E_0 = m_nc^2$, $E_c = 10^2E_0 = 10^2\, m_nc^2$, $\lambda = \dfrac{hc}{\sqrt{E_c(E_c + 2m_pc^2)}} =$

$$= \frac{hc}{\sqrt{10^2\, m_nc^2(10^2\, m_nc^2 + 2m_pc^2)}} = 1{,}3 \cdot 10^{-17} \text{ m}.$$

II.1.93. Relația nerelativistă pentru lungimea de undă de Broglie este $\lambda_0 = \dfrac{h}{2m_0E_c}$, iar cea relativistă este $\lambda = \dfrac{h}{\sqrt{2m_0E_c}\sqrt{\dfrac{E_c}{2m_0c^2} + 1}} =$

$= \dfrac{\lambda_0}{\sqrt{\dfrac{E_c}{2m_0c^2} + 1}}$. Eroarea relativă este $\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda} = \dfrac{\lambda_0}{\lambda} - 1$; $\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda} + 1 = \dfrac{\lambda_0}{\lambda}$. Din expresia relativistă, înlocuind raportul $\dfrac{\lambda_0}{\lambda}$, se obține $\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda} + 1 = \sqrt{\dfrac{E_c}{2m_0c^2} + 1}$ deci $E_c = 2m_0c^2\left[\left(\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)^2 + 2\left(\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)\right]$. Pentru cele trei particule se obțin următoarele valori: *a)* 20,58 keV; *b)* 37,82 MeV; *c)* 150 MeV.

II.1.94. *a)* Potrivit regulei de compunere a vitezelor din mecanica clasică: $v' = v - kv = v(1 - k)$. În sistemul legat de laborator, lungimea de undă de Broglie este, $\lambda = h/mv$ iar în celălalt sistem $\lambda' = h/mv' = h/mv\,(1 - k)$. Variația lungimii de undă este $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \dfrac{h}{mv} \cdot \dfrac{k}{1 - k}$ deci cînd: $k < 1$, $\Delta\lambda > 0$; $k = 1$, $\Delta\lambda \to \infty$; $k = 2$, $\Delta\lambda = 0$; $k > 2$, $\Delta\lambda < 0$. *b)* $\Delta\lambda = 0{,}24$ nm.

II.1.95. Relația lui de Broglie $\lambda = \dfrac{h}{\sqrt{2m}} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{E_c}}$ devine: *a)* pentru electron $\lambda = \dfrac{49 \cdot 10^{-20}}{\sqrt{E_c}}$; *b)* pentru proton $\lambda = \dfrac{1{,}15 \cdot 10^{-20}}{\sqrt{E_c}}$. Reprezentînd grafic, pentru energii cinetice mici, se obțin curbe asemănătoare celei din figura II.1.95, R (pag. 156).

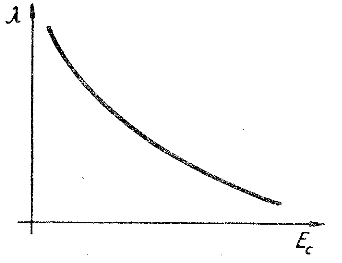


Fig. II.1.95, R

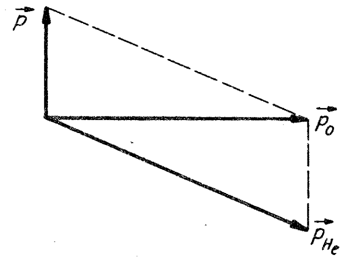


Fig. II.1.97, R

II.1.96. $\lambda = \dfrac{h}{\sqrt{2mE_c}}$, $\dfrac{d\lambda}{dt} = \dfrac{d\lambda}{dE_c}\cdot\dfrac{dE_c}{dt}$, $\dfrac{d\lambda}{dE_c} = -\dfrac{h}{2E_c\sqrt{2mE_c}}$,

$$dE_c = dL = F\,ds = eEds = eEv\,dt,\quad \frac{dE_c}{dt} = eEv = eE\sqrt{\frac{2E_c}{m}},$$

$$\frac{d\lambda}{dt} = -\frac{h}{2E_c\sqrt{2mE_c}}\cdot eE\sqrt{\frac{2E_c}{m}} = -\frac{heE}{2mE_c} = 59{,}8\ \mu\text{m/s}.$$

II.1.97. Aplicăm legea conservării energiei: $E_c = E_p + E_{He}$, unde: E_c este energia cinetică a protonului înainte de împrăştiere, E_p — energia cinetică a protonului după împrăştiere, E_{He} — energia cinetică a nucleului de heliu după împrăştiere. Din triunghiul impulsurilor (fig. II.1.97, R) avem: $p_{He}^2 = p^2 + p_0^2$ unde: p_0 — impulsul iniţial al protonului, p — impulsul final al protonului, p_{He} — impulsul nucleului de heliu după împrăştiere. Utilizînd relaţia clasică dintre energie şi impuls, legea conservării energiei devine: $E_c = \dfrac{p^2}{2m} + \dfrac{p_{He}^2}{2M} = \dfrac{p^2}{2m} + \dfrac{p^2 + p_0^2}{2M}$, unde: m — masa protonului, M — masa nucleului de heliu. Cum $p_0^2 = 2mE_c$ rezultă $p = \sqrt{\dfrac{2m(M-m)E_c}{M+m}}$ şi $\lambda = \dfrac{h}{p} =$

$$= h\sqrt{\frac{M+m}{2m(M-m)E_c}} = 1{,}17\ \text{pm}.$$

II.1.98. Proprietăţile ondulatorii sînt pregnante în condiţiile în care valoarea lungimii de undă de Broglie (h/mv) este apropiată de constanta reţelei (d).

II.1.99. Proprietăţile ondulatorii pot fi aplicate particulelor cînd dimensiunile fantelor sau obstacolelor care limitează mişcarea particulelor sînt mult mai mici sau comparabile cu lungimile de undă de Broglie. În condiţiile în care $d \gg \lambda$, proprietăţile ondulatorii sînt neglijabile. Relaţia $d \gg \dfrac{h}{\sqrt{2mE_c}}$ conduce la valorile: $d \gg 0{,}39$ nm pentru electron, $d \gg 9{,}09$ pm pentru proton.

II.1.100. *a)* $\lambda = h/mv = 1{,}66\cdot10^{-35}$ m; *b)* nu se manifestă efecte de difracţie, pentru că lungimea de undă este foarte mică în comparaţie cu mărimea fantelor sau obstacolelor întîlnite.

II.1.101. Lungimea de undă asociată este $\lambda = h/\sqrt{2mE_c} = 38{,}8$ pm. Cînd electronul întîlneşte obstacole sau fante cu dimensiuni de ordinul 38,8 pm sau mai mici decît această valoare, trebuie luate în considerare proprietăţile ondulatorii, iar pentru dimensiuni mult mai mari de 38,8 pm electronul trebuie tratat clasic, ca o particulă.

II.1.102. Din relaţia $2d\sin\theta = k\lambda$, deducem că λ trebuie să fie de ordinul de mărime lui $2d$; $\lambda \geqslant 2d$. Cum $\lambda = \dfrac{h}{\sqrt{2meU}}$ avem $U \geqslant \dfrac{h^2}{8med^2}$, $U \geqslant 4{,}19$ V.

II.1.103. Cînd $h/mv \simeq d$ fenomenul de difracţie este accentuat, deci $E_c = \dfrac{mv^2}{2} \simeq \dfrac{m}{2}\cdot\left(\dfrac{h}{md}\right)^2 \simeq \dfrac{h^2}{2md^2}$, $E_c \simeq 24{,}1 \div 4{,}2$ meV.

II.1.104. Lungimea de undă calculată relativist este dată de expresia $\lambda = \dfrac{hc}{\sqrt{qU(qU + 2m_0c^2)}}$ cum $d \geqslant \dfrac{\lambda}{2A}$ rezultă $d \geqslant 12{,}35$ pm.

II.1.105. Pentru că energia cinetică a electronului (10 keV) este mult mai mică decît energia de repaus ($E_0 = m_0c^2 = 510$ keV), vom utiliza relaţia nerelativistă pentru determinarea lungimii de undă de Broglie: $\lambda = h/\sqrt{2meU}$. Cum $d \geqslant \lambda/2A$, avem $d_{min} = \lambda/2A = 0{,}3$ nm.

II.1.106. $\sin\theta = nh/2d\sqrt{2mE_c}$; $\theta \simeq 39°$.

II.1.107. $2d\sin\theta = k\lambda$, $2d\sin\theta = kh/\sqrt{2meU}$ deci $\sin\theta = kh/2d\sqrt{2meU}$. Pentru: $k = 1$, $\sin\theta_1 = 0{,}68023$, $\theta_1 = 42°52'$; $k = 2$, $\sin\theta_2 > 1$ nu poate fi observat în condiţiile experienţei respective.

II.1.108. $U = n^2h^2/8\,me\,d^2\sin^2\theta$; $U_1 = 26{,}16$ V, $U_2 = 104{,}64$ V, $U_3 = 235{,}44$ V.

II.1.109. $2d\sin\theta = \dfrac{kh}{\sqrt{2meU_0}}$; $k = \dfrac{2d\sin\theta\sqrt{2meU_0}}{h}$;

$$2d\sin\theta = (k+1)\frac{h}{\sqrt{2me\eta U_0}};\quad 2d\sin\theta = \left[\frac{2d\sin\theta\sqrt{2meU_0}}{h} + 1\right]\frac{h}{\sqrt{2me\eta U_0}}$$

deci $U_0 = \dfrac{h^2}{8\,me\,d^2\sin^2\theta\,(\sqrt{\eta} - 1)^2} = 150{,}7$ V.

II.1.110. Din figura II.1.110, R se vede că $\Delta = 2d\cos\dfrac{\alpha}{2}$; $n\lambda = 2d\cos\dfrac{\alpha}{2}$;

$$d = \frac{nh}{2\cos\dfrac{\alpha}{2}\sqrt{2mE_c}} = 0{,}2\ \text{nm}.$$

Unghiul β pe care-l fac planele reticulare cu suprafaţa cristalului este egal cu $\alpha/2$, deci $\beta = 27{,}5°$.

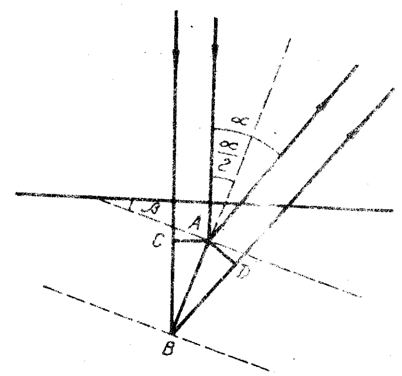


Fig. II.1.110, R

II.1.111. $\sin\theta = nh/2d\sqrt{2mE_c}$. Dînd valori lui n, se obțin valorile corespunzătoare lui θ (pentru care $\sin\theta < 1$).

II.1.112. Din ecuațiile: $\lambda = 2d\sin\theta$; $\lambda = h/\sqrt{2mE_c}$ și $E_c = 3kT/2$ se obțin relațiile: $E_c = h^2/8md^2\sin^2\theta$, $v = h/2\,md\sin\theta$ și $T = h^2/12\,kmd^2\sin^2\theta$. Deci $E_c = 0{,}68$ eV; $v = 1{,}1\cdot10^4$ m/s; $T = 5{,}3\cdot10^3$ K.

II.1.113. $\Delta p_x = \hbar/\Delta x = 1{,}05\cdot10^{-26}$ kg·m/s.

II.1.114. $\Delta p_x = \hbar/\Delta x = 2{,}1\cdot10^{-24}$ kg·m/s.

II.1.115. $\Delta x\cdot\Delta p_x \geqslant \hbar$, $\Delta x\cdot m\Delta v_x \geqslant \hbar$, $\Delta v_x \geqslant \hbar/m\Delta x$, $\Delta v_x \geqslant 1{,}16\cdot10^6$ m/s. Comparînd această valoare cu viteza de pe prima orbită Bohr, $v_1 = 2{,}18\cdot10^6$ m/s, se observă că imprecizia este de același ordin de mărime.

II.1.116. *a)* $\Delta p_x = \hbar/\Delta x = 1{,}05\cdot10^{-20}$ kg·m/s; *b)* $p_x \geqslant \Delta p_x$, $p_x \geqslant 1{,}05\cdot10^{-20}$ kg·m/s; *c)* $E_c = p_x^2/2m$; $E_c \geqslant 0{,}209$ MeV.

II.1.117. $\Delta x = \hbar/\Delta p_x = \hbar/m\Delta v_x$. *a)* $\Delta x = 0{,}635\cdot10^{-4}$ m; *b)* $\Delta x = 1{,}16\cdot10^{-1}$ m.

II.1.118. $\Delta y = \hbar/m\Delta v_y$ și $\Delta z = \hbar/m\Delta v_z$. Dacă $\Delta v_y \to 0$ și $\Delta v_z \to 0$, înseamnă că $\Delta y \to \infty$ și $\Delta z \to \infty$, deci coordonatele de-a lungul axelor Oy și Oz sînt complet nedeterminate. De aceea este corect să se spună: particula se mișcă „paralel cu axa Ox" și nu „pe axa Ox".

II.1.119. Ecuația lui Heisenberg: $\Delta x\cdot\Delta p_x \geqslant \hbar$ devine $\Delta x\cdot m\Delta v_x \geqslant \hbar$. Eroarea relativă în determinarea vitezei este:

$$\frac{\Delta v_x}{v_x} = \frac{\dfrac{\hbar}{m\Delta v_x}}{\sqrt{\dfrac{2E_c}{m}}} = \frac{\hbar}{\Delta x\sqrt{2mE_c}}.$$

Presupunînd că imprecizia în determinarea poziției electronului este de ordinul razei particulei: $\Delta x \simeq x \simeq \sqrt[3]{V} \simeq 10^{-4}$ m, se obține pentru eroarea relativă minimă valoarea $6{,}2\cdot10^{-7}$.

II.1.120. Din ecuația $\Delta x\cdot m\Delta v_x \geqslant \hbar$, imprecizia minimă în determinarea vitezei este $\Delta v_x = \hbar/m\Delta x$, unde Δx este imprecizia în determinarea poziției, iar m masa bilei. Deci $\Delta v_x = 5{,}27\cdot10^{-23}$ m/s. Se vede că în acest caz relația de nedeterminare nu prezintă o importanță practică.

II.1.121. Să presupunem că o sferă cu masa de 1 g se deplasează cu o viteză de 100 m/s, determinată cu o imprecizie de 0,01 %. Impulsul său este $p = mv = 10^{-3}$ kg $\cdot\,10^2$ m/s $= 10^{-1}$ kg·m/s, iar imprecizia $\Delta p = 0{,}0001\,p = 10^{-4}\cdot10^{-1} = 10^{-5}$ kg·m/s. Din relația lui Heisenberg găsim imprecizia în determinarea poziției:

$$\Delta x = \frac{\hbar}{\Delta p} = \frac{6{,}625\cdot10^{-34}}{2\pi\cdot10^{-5}} = 10^{-29}\text{ m}.$$

Această valoare depășește cu mult posibilitățile actuale de măsurare și, în consecință, principiul de nedeterminare nu se manifestă în cazul obiectelor cu masă mare.

II.1.122. Lungimea de undă Broglie, în tratarea relativistă, este:

$$\lambda = \frac{h}{m_0c\sqrt{\dfrac{2qU}{m_0c^2}\left(\dfrac{qU}{2m_0c^2}+1\right)}} = 7{,}31\cdot10^{-16}\text{ m}.$$

Cum $\Delta x \geqslant \hbar/\Delta p_x$ și $\Delta p_x/p_x = 0{,}001$ rezultă $\Delta p_x = p_x\cdot10^{-3}$. Știind că $E^2 = c^2p_x^2 + m_0^2c^4$ și $E = E_c + m_0c^2 = qU + m_0c^2$ rezultă

$$p_x = \frac{1}{c}\sqrt{E^2 - m_0^2c^4} = \frac{1}{c}\sqrt{qU(qU + 2m_0c^2)} = 9{,}053\cdot10^{-19}\text{ kg}\cdot\text{m/s},$$

deci $\Delta p_x = 9{,}053\cdot10^{-19}\cdot10^{-3} = 9{,}053\cdot10^{-22}$ kg·m/s și $\Delta x = 1{,}16\cdot10^{-13}$ m.

II.1.123. $\Delta x = \hbar/\Delta p_x$, $\lambda p = h$, $\Delta(p\lambda) = \Delta h$, cum h este o constantă, $\Delta h = 0$ deci $\Delta(p\lambda) = 0$; $\lambda\Delta p + p\Delta\lambda = 0$; $\Delta p = -p\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda} = -\dfrac{h}{\lambda}\cdot\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda} = -\dfrac{h\Delta\lambda}{\lambda^2}$. Introducînd în expresia lui Δx (eliminînd semnul) obținem:

$$\Delta x = \frac{\lambda^2}{2\pi\Delta\lambda} = \frac{\lambda}{2\pi(\Delta\lambda/\lambda)}.$$

a) $\Delta x = 0{,}08$ m; *b)* $\Delta x = 1{,}59\cdot10^{-5}$ m; *c)* $\Delta x = 1{,}59\cdot10^{-10}$ m.

II.2. FIZICA ATOMULUI

MODELUL RUTHERFORD-BOHR PENTRU ATOMUL DE HIDROGEN. ATOMI HIDROGENOIZI

II.2.1. *a)* Existența electronilor în atomi; *b)* caracterul neutru al atomilor; *c)* stabilitatea atomilor; *d)* caracterul discret, de linii, al spectrului de emisie.

II.2.2. Există două posibilități: *a)* sarcinile pozitive și negative sînt distribuite omogen în aceeași regiune din spațiu; *b)* sarcinile pozitive se află în regiuni spațiale distincte de cele în care se află sarcinile negative.

II.2.3. Faptul că majoritatea particulelor α au traversat foița metalică fără o schimbare esențială a direcției de propagare — a implicat ideea că în atom există mari spații libere. Faptul că un număr mic, dar nu neglijabil, de particule α au fost împrăștiate lateral sau chiar înapoi — implică concluzia că există o zonă spațială, redusă ca dimensiuni, în care este concentrată o masă și o sarcină electrică mare de același semn cu al particulelor α.

II.2.4. Din legea de conservare a energiei: $\dfrac{p_0^2}{2m} = \dfrac{p^2}{2m} + \dfrac{P^2}{2M} + k\dfrac{Z_1Z_2e^2}{r}$ și a impulsului $p_0 = p + P$, în care $p_0 = mv_0$ este impulsul inițial iar p și P reprezintă impulsul particulei incidente și al nucleului țintă după ciocnirea frontală. Prin eliminarea impulsului P se obține relația:

$$r = \frac{kZ_1Z_2e^2}{\dfrac{p_0^2}{2}\left(\dfrac{1}{m} - \dfrac{1}{M}\right) - \dfrac{p^2}{2}\left(\dfrac{1}{m} + \dfrac{1}{M}\right) + \dfrac{p_0p}{M}}.$$

Distanța r devine minimă pentru $p=p_0\mu/M$ și are valoarea $r_m=2kZ_1Z_2e^2/\mu v_0^2$ cu $\mu=\frac{mM}{m+M}$ în care μ este masa redusă iar $k=1/4\pi\varepsilon_0=9\cdot10^9\ \mathrm{N\cdot m^2/C^2}$. În cazul $m \ll M$, masa redusă este egală practic cu masa particulei incidente $\mu \simeq m$. Condiția $m \ll M$ este adevărată în cazul aplicației numerice și deci $r_m=\frac{kZ_1Z_2e^2}{E}=42{,}9\cdot10^{-15}\ \mathrm{m}=42{,}9\ \mathrm{F}$; $1\mathrm{F}=1$ Fermi $=10^{-15}$ m.

II.2.5. Ca urmare a interacției electrostatice, electronul va primi un impuls $p_\perp$, orientat perpendicular pe direcția de mișcare a particulei de masă M, deoarece componenta medie a impulsului pe direcția de mișcare este nulă (fig. II.2.5, R). Rezultă $\Delta p_\perp=\int_{-\infty}^{+\infty}F_\perp\cdot \mathrm{d}t$ cu $F=kZe^2/r^2$. Această integrală se calculează astfel: $x=-b\,\mathrm{ctg}\,\theta$; $r=b/\sin\theta$; $F_\perp=F\cdot\sin\theta$; $\mathrm{d}x=\frac{b}{\sin^2\theta}\mathrm{d}\theta$; $\mathrm{d}t=\mathrm{d}x/v$; se obține $\Delta p_\perp=\frac{kZe^2}{vb}\int_0^\pi\sin\theta\mathrm{d}\theta=k\frac{2Ze^2}{bv}$. Energia cerută va fi $\Delta E=\frac{\Delta p_\perp^2}{2m}=$ $=k^2\frac{M}{m}\cdot\frac{Z^2e^4}{Eb^2}$. Aplicație numerică: $\Delta E\simeq3{,}8$ eV.

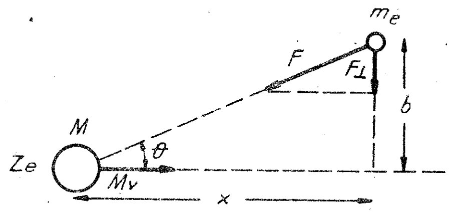


Fig. II.2.5, R

II.2.6. $a=\frac{v^2}{r}=\frac{ke^2}{mr^2}$; $E=-\frac{ke^2}{2r}$, $\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}=\frac{ke^2}{2r^2}\cdot\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=-k^3\frac{2e^6}{3m^2c^3r^4}\cdot\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=$ $=-k^2\cdot\frac{4e^4}{3m^2c^3r^2}$. Integrînd, cu condițiile: $t=0\to r=r_0$ și $t=\tau\to r=0$ se obține $\tau=\frac{m^2c^3r_0^3}{4e^4k^2}=1{,}05\cdot10^{-10}$ s.

II.2.7. *a)* Pentru a micșora probabilitatea împrăștierilor multiple. *b)* Este o dovadă a faptului că masa și sarcina nucleului sînt concentrate într-un volum foarte mic și că interacția dintre particulele proiectil și nucleele țintă este coulombiană pentru energii cinetice moderate. *c)* Unghiurilor mici de împrăștiere le corespund valori mari pentru parametrul de ciocnire și ca atare sarcina nucleului este ecranată de electronii atomului. *d)* La energii cinetice mari ale proiectilului căci pot interveni și forțele nucleare.

II.2.8. *a)* Este instabil căci electronii, avînd o mișcare accelerată, emit unde electromagnetice, își micșorează astfel energia totală și deci și raza orbitei; în final electronii „cad“ pe nucleu (problema II.2.6). *b)* Electronii emit continuu fotoni. *c)* Spectrul emis este continuu.

II.2.9. *a)* Alegînd ca punct de zero al energiei potențiale valoarea sa pentru $r\to\infty$. *b)* $E_p=-2E_c$; $E_t=-E_c=E_p/2$; $E_t=-\frac{m_ee^4}{8h^2\varepsilon_0^2}\simeq-13{,}6$ eV, $E_c\simeq13{,}6$ eV și $E_p\simeq-27{,}2$ eV.

II.2.10. *a)* $r_n=\frac{\varepsilon_0h^2}{\pi m_ee^2}n^2=n^2r_1$; $r_1\simeq0{,}53\cdot10^{-10}$ m; $r_2\simeq2{,}12\cdot10^{-10}$ m; $r_3\simeq4{,}77\cdot10^{-10}$ m; *b)* $v_n=\frac{e^2}{2\varepsilon_0h}\cdot\frac{1}{n}=\frac{v_1}{n}$; $v_1\simeq2{,}18\cdot10^6$ m/s, $v_2\simeq1{,}09\cdot10^6$ m/s, $v_3\simeq0{,}73\cdot10^6$ m/s.

II.2.11. *a)* $T=\frac{2\pi r_1}{v_1}\simeq1{,}52\cdot10^{-16}$ s; *b)* $\omega=\frac{v_1}{r_1}=4{,}113\cdot10^{16}$ rad/s.

II.2.12. $\mathcal{E}_n=\mathcal{E}_1/n^4$; $\mathcal{E}_1\simeq5{,}13\cdot10^{11}$ V/m; $\mathcal{E}_2\simeq0{,}32\cdot10^{11}$ V/m; $\mathcal{E}_3\simeq0{,}063\cdot10^{11}$ V/m.

II.2.13. $E_{ion}=-E_t=13{,}6$ eV.

II.2.14. $E_c=13{,}6/n^2$ eV; $E_{c,1}=13{,}6$ eV; $E_{c,2}=3{,}4$ eV; $E_{c,3}=1{,}51$ eV.

II.2.15. $E_{12}=10{,}2$ eV.

II.2.16. $\lambda_M=\frac{36}{5R}\simeq656$ nm, $\lambda_m=\frac{4}{R}\simeq365$ nm.

II.2.17. $\Delta E_c=hc/\lambda\simeq2{,}56$ eV.

II.2.18. $\lambda=h/m_0v_1\simeq0{,}33$ nm.

II.2.19. $\lambda_P\simeq1\,874{,}6$ nm; $\lambda_B\simeq4\,050{,}0$ nm; $\lambda_{Pf}\simeq7\,455{,}8$ nm.

II.2.20. *a)* $10{,}2\ \mathrm{eV}\leqslant E<12{,}09$ eV; *b)* $12{,}09\ \mathrm{eV}\leqslant E<12{,}75$ eV; *c)* $E\geqslant13{,}6$ eV.

II.2.21. $n(n-1)/2$ linii spectrale.

II.2.22. Da; ea va produce ionizarea atomului.

II.2.23. $\lambda_1\simeq102{,}5$ nm, $\lambda_2\simeq121{,}5$ nm, $\lambda_3\simeq656$ nm.

II.2.24. $\simeq12{,}09$.

II.2.25. $hc/\lambda\leqslant12{,}42$ eV. Spectrul va conține trei linii spectrale cu lungimile de undă precizate la rezultatul problemei II.2.23.

II.2.26. $\nu_n=\frac{v_n}{2\pi r_n}$; $\nu_1=6{,}55\cdot10^{15}\ \mathrm{s^{-1}}$; $\nu_2=8{,}187\cdot10^{14}\ \mathrm{s^{-1}}$; $\nu_{21}=2{,}469\cdot10^{15}\ \mathrm{s^{-1}}$.

II.2.27. $E_n=-1{,}5125\ \mathrm{eV}=-\frac{13{,}6\ \mathrm{eV}}{n^2}\to n=3$; $E_m\doteq-3{,}4197\ \mathrm{eV}=$ $=-\frac{13{,}6}{m^2}$ deci $m=2$; $\nu_n=\frac{2\,|E_n|}{nh}$. *a)* $\nu_3=2{,}44\cdot10^{14}\ \mathrm{s^{-1}}$, $\nu_2=8{,}25\cdot10^{14}\ \mathrm{s^{-1}}$; *b)* $\nu_{32}=4{,}6\cdot10^{14}\mathrm{s^{-1}}$; *c)* $\nu_2>\nu_{32}>\nu_3$; *d)* $h\nu_{\substack{nm\\ m=n-1\\ n\to\infty}}=2\,|E_n|\cdot\frac{1}{n}$; $\nu_{\substack{nm\\ m=n-1\\ n\to\infty}}=\frac{2\,|E_n|}{nh}\simeq$ $\simeq\nu_n$, rezultă $\nu_{n-1}\simeq\nu_{n,n-1}\simeq\nu_n$.

Pentru valori mari ale numărului cuantic n diferența de energie dintre nivele este foarte mică și ca atare caracterul cuantic al tranziției de la un nivel la altul se estompează. În mod corespunzător cuanta de energie $h\nu_{nm}$ devine foarte mică în comparație cu energia E_n; deci pentru $n\to\infty$ și $m=n-1$ cuanta de energie devine foarte mică și implică condiția $h\to0$. Deoarece frecvența emisă este prototipul unei mărimi cuantice iar frecvența de rotație

pe o orbită este prototipul unei mărimi clasice se poate afirma că limita clasică corespunde cazului $h \to 0$. În esență acesta este „principiul de corespondență" al lui Bohr.

II.2.28. $E^* = hc\dfrac{\lambda_1 + \lambda_2}{\lambda_1\lambda_2} = 13{,}0796$ eV; $n = 5$.

II.2.29. $\lambda_5 = 396{,}9$ nm.

II.2.30. $E_{ion} = hc\left(\dfrac{\lambda_L + \lambda_B}{\lambda_L\lambda_B}\right) \simeq 13{,}6$ eV.

II.2.31. $h = \left(\dfrac{15}{704}\cdot\dfrac{m_e e^4 \Delta\lambda}{c\varepsilon_0^2}\right)^{1/3} \simeq 6{,}61 \cdot 10^{-34}$ J · s.

II.2.32. Latura cubului este $l = \sqrt[3]{kT/p} \simeq 1{,}838 \cdot 10^{-8}$ m. Seriile Lyman, Balmer etc. se obțin dacă atomii excitați sînt izolați adică $2r_1n^2 \leqslant l$. Rezultă $n \leqslant \sqrt{\dfrac{l}{2r_1}} \simeq 13{,}17$. Deci numărul maxim de linii spectrale ce se pot observa în condițiile de presiune și temperatură precizate, va fi: 12 în seria Lyman, 11 în seria Balmer, 10 în seria Paschen etc.

II.2.33. $E_n = -\dfrac{m_\mu e^4}{8h^2\varepsilon_0^2}\cdot\dfrac{1}{n^2} = -\dfrac{2{,}8}{n^2}$ keV. *a)* 2,8 keV; *b)* $E_2 - E_1 = 2{,}1$ keV, de unde rezultă $\lambda \simeq 0{,}59$ nm.

II.2.34. *a)* $I_n = ev_n/2\pi r_n = \dfrac{m_e e^5}{4\varepsilon_0^2 h^3}\cdot\dfrac{1}{n^3}$; $I_1 \simeq 1{,}05$ mA; *b)* $H_n = \dfrac{\pi m_e^2 e^7}{8\varepsilon_0^3 h^5 n^5}$; $H_1 \simeq 9{,}9 \cdot 10^6$ A/m.

II.2.35. $\mu_n = ev_n r_n/2 = el_n/2m_e$; $\mu_n/l_n = e/2m_e$.

II.2.36. Energia absorbită este $hc/\lambda \simeq 12{,}1$ eV; are loc tranziția $n = 1 \to n = 3$. $\mu_n = \dfrac{e\hbar}{2m_e}\cdot n = \mu_B \cdot n$ în care $\mu_B \simeq 9{,}27 \cdot 10^{-24}$A · m² este magnetonul Bohr-Procopiu. Rezultă $\Delta\mu = 2\mu_B \simeq 18{,}54 \cdot 10^{-24}$ A · m².

II.2.37. $l_{max} = \dfrac{1}{2}\, mA^2\omega = n\cdot h/2\pi$; $E = nh\nu$.

II.2.38. $E = \dfrac{kr^2}{2} + \dfrac{mv^2}{2} = kr^2$; $mvr = n\hbar$; $\omega^2 m = k$; $r_n = \sqrt{\dfrac{n\hbar}{m\omega}}$; $E_n = n\hbar\omega$.

II.2.39. $E = -RhcZ^2\left(\dfrac{1}{n^2} - \dfrac{1}{k^2}\right) = -13{,}6\; Z^2\left(\dfrac{1}{n^2} - \dfrac{1}{k^2}\right)$eV.

II.2.40. $\dfrac{1}{\lambda} = RZ^2\left(\dfrac{1}{n^2} - \dfrac{1}{k^2}\right) = R\left[\dfrac{1}{(n/2)^2} - \dfrac{1}{(k/2)^2}\right]$ pentru $n = 4$ și $k = 5, 6, 7$ etc.

II.2.41. *a)* $r_n^{He} = \dfrac{r_n^H}{Z}$; $r_1^{He} \simeq 0{,}264 \cdot 10^{-10}$ m; *b)* $v_n^{He} = Z\cdot v_n^H$, $v_1^{He} \simeq 4{,}4 \cdot 10^6$ m/s. În aceste relații r_n^{He} și v_n^{He} sînt razele și viteza pe starea a n-a a ionului He^+ iar r_n^H și v_n^H sînt raza și viteza pe orbita a n-a pentru atomul de hidrogen.

II.2.42. *a)* 40,8 eV; 91,8 eV; *b)* 54,4 eV; 122,4 eV.

II.2.43. Din relația $hc/\lambda = 40{,}8$ eV rezultă $\lambda \simeq 30{,}4$ nm.

II.2.44. 217,6 eV.

II.2.45. 27,2 eV.

II.2.46. $E_n - E_{n-1} = 54{,}4\dfrac{2n-1}{n^2(n-1)^2}$. Domeniul energetic al spectrului vizibil este: $E_r = 1{,}656$ eV $\div$ $E_v = 3{,}105$ eV; rezultă $n = 4$ și $\lambda_{He} = 469{,}8$ nm.

II.2.47. Numerele cuantice pentru tranziția $n \to m$ au valorile $n = Z$, $m = 2Z$, $3Z$, $4Z$,...

II.2.48. $Z = \left[\dfrac{88}{15\,R\Delta\lambda}\right]^{1/2} = 3$; este atomul ionizat $_3Li^{2+}$.

II.2.49. 79,0 eV.

II.2.50. Fie R și r distanța nucleului de masă M și a electronului de masă m la centrul comun de rotație. Sînt adevărate relațiile: $M\omega^2R = \dfrac{MV^2}{R} = k\dfrac{Ze^2}{a^2}$ (1), $m\omega^2r = \dfrac{mv^2}{r} = k\dfrac{Ze^2}{a^2}$ (2) cu $a = R + r$ (3) în care V este viteza nucleului, v este viteza electronului iar ω este viteza lor unghiulară. Rezultă: $E_c = \dfrac{MV^2}{2} + \dfrac{mv^2}{2} = k\dfrac{Ze^2}{2a}$ (4), $E_p = -k\dfrac{Ze^2}{a}$ (5), $E_t = E_c + E_p = -k\dfrac{Ze^2}{2a}$(6). Cuantificarea momentului cinetic este dată de relația: $M\omega R^2 + m\omega r^2 = n\hbar$ (7). Din relațiile (1), (2) și (7) rezultă $k\dfrac{Ze^2}{a} = n\hbar\omega$ (8) iar din relațiile (1) și (2) rezultă $\omega^2a^2 = \dfrac{kZe^2}{a\mu}$ (9) cu $\mu = \dfrac{mM}{m+M}$ (10), masa redusă a sistemului. Din (8) prin ridicare la pătrat rezultă $a^2\omega^2 = k^2\dfrac{Z^2e^4}{n^2\hbar^2}$ (11) care combinată cu (9) duce la relația de cuantificare a distanței a (raza în modelul lui Bohr): $a = \dfrac{\hbar^2 \cdot n^2}{kZe^2\mu}$ (12) cu $k = 1/4\,\pi\varepsilon_0$. În mod analog se obțin relațiile: $E_t = E_n = -k^2\dfrac{Z^2e^4\mu}{2\hbar^2 \cdot n^2}$ (13), $E_m - E_n = k^2\dfrac{Z^2e^4\mu}{2\hbar^2}\left(\dfrac{1}{n^2} - \dfrac{1}{m^2}\right)$ (14) și $\dfrac{1}{\lambda} = k^2\dfrac{Z^2e^4\mu}{4\pi c\hbar^3}\left(\dfrac{1}{n^2} - \dfrac{1}{m^2}\right) = R\left(\dfrac{1}{n^2} - \dfrac{1}{m^2}\right)$ (15) în care constanta lui Rydberg R se exprimă în funcție de constanta Rydberg $R_\infty = k^2\dfrac{Z^2e^4 \cdot m}{4\pi c\hbar^3} = \dfrac{Z^2e^4m}{8\,ch^3\varepsilon_0^2}$ (16) pentru cazul nucleului imobil în acord cu relația $R = \dfrac{R_\infty}{1 + m/M}$ (17). Așadar, în esență, masa m a elec-

tronului este înlocuită cu masa redusă μ definită de relația (10). În cazul în care $M \gg m$, ipoteza că nucleul este fix este corectă.

II.2.51. $m_e = M_{He}(1 - \eta)/(\eta M_{He}/M_H - 1) \simeq 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg.

II.2.52. *a)* $R_{2H} - R_{1H} = \dfrac{R_\infty(\eta_2 - 1)}{(1+\eta_1)\left(\dfrac{1}{\eta_1} + \eta_2\right)} = 2{,}98 \cdot 10^3\ \text{m}^{-1}$;

b) $\lambda_{1H} - \lambda_{2H} = \dfrac{4}{3\,R_\infty \eta_1}\left(1 - \dfrac{1}{\eta_2}\right) = 0{,}033$ nm.

II.2.53. $\mu_n = \dfrac{e}{2}\hbar n\left(\dfrac{1}{m} - \dfrac{1}{M}\right)$ cu notațiile din problema II.2.50.

II.2.54. Din legea de conservare a energiei $E_i = E_f + \dfrac{Mv^2}{2} + h\nu$ și a impulsului $Mv = h\nu/c$ cu $E_i - E_f = h\nu_0$ rezultă $\Delta\lambda \simeq \dfrac{h}{2Mc} \simeq 6{,}6 \cdot 10^{-7}$nm. În aceste relații E_i și E_f reprezintă energia atomului înainte și după emisia fotonului, v este viteza de recul a nucleului. *b)* $v \simeq 3Rh/4M \simeq 3{,}3$ m/s.

II.2.55. *a)* Conservarea energiei implică relația: $\dfrac{Mv_0^2}{2} + E_i = \dfrac{Mv^2}{2} + E_f + h\nu$ (1) în care M este masa atomului, E_i este energia atomului înainte de emisie, E_f este energia după emisie iar v este viteza după emisie. Conservarea impulsului (fig. II.2.55, R) implică relația $M\vec{v}_0 = \dfrac{\vec{h\nu}}{c} + M\vec{v}$ (2). Din aceste legi și din faptul că $E_i - E_f = h\nu_0$ (3) rezultă relația cerută: $\nu = \nu_0\Big/\left(1 - \dfrac{v_0}{c}\cos\theta\right)$ (4).

În obținerea acestei relații s-a considerat că $h^2\nu^2/Mc^2 \ll 1$.

b) În cazul relativist, relațiile (1), (2) și (3) se scriu astfel:

$$\frac{M_0c^2}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}} = \frac{Mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} + h\nu \quad (5); \qquad \frac{\overrightarrow{M_0v_0}}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}} = \frac{\overrightarrow{Mv}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} + \frac{\overrightarrow{h\nu}}{c} \quad (6);$$

$(M_0 - M)c^2 = h\nu_0$ (7) în care M_0 este masa (de repaus) inițială iar M este masa (de repaus) după emisie a atomului. Menționăm că în cazul relativist nu are sens să specificăm energiile (de excitare) E_i și E_f ale atomului înainte și după emisie căci acestea sînt luate în considerare automat prin relația (7). După cîteva transformări algebrice se obține relația cerută:

$$\nu = \nu_0 \frac{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}}{1 - \dfrac{v_0}{c}\cos\theta} \quad (8).$$

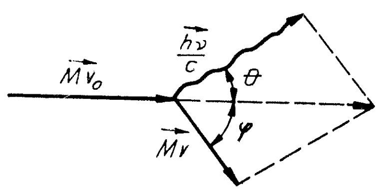


Fig. II.2.55, R

II.2.56. $v_0 = \dfrac{c}{\cos\theta}\left(1 - \dfrac{3R\lambda}{4}\right) = 1{,}76 \cdot 10^5$ m/s.

II.2.57. Din relația $10{,}2 = \dfrac{7{,}555556}{1 - v_0/c}$ rezultă $v_0 = 0{,}26\,c$. Deoarece viteza v_0 este destul de mare, este indicată folosirea relației relativiste (8) din problema II.2.55. Se obține $v_0 = 0{,}29\,c = 8{,}7 \cdot 10^7$ m/s.

II.2.58. $v = c\left(\dfrac{3RZ^2\lambda}{4} - 1\right) = 6{,}04 \cdot 10^7$ m/s.

II.2.59. $\dfrac{mv^2}{2} = \dfrac{mv_1^2}{2} + \dfrac{mv_2^2}{2} + \mathcal{E}_2^*$ în care $\mathcal{E}_2^*$ este energia de excitare a celui de-al doilea atom adică $\mathcal{E}_2^* = 3hcR/4$. Folosind și conservarea impulsului pentru o ciocnire frontală $(v_2 = v - v_1)$ rezultă $2v_1 = v + \sqrt{v^2 - \dfrac{4\,\mathcal{E}_2^*}{m}}$. Pentru ca excitarea să fie posibilă este necesar și suficient ca v_1 să fie real deci $E_{min} = 3E_{ion}/2 = 20{,}4$ eV.

II.2.60. $\Delta v_x = \dfrac{h}{m\Delta x} = \dfrac{p_x}{m} = v_x$. Să observăm că în atomul lui Bohr pentru prima orbită, dacă admitem condiția $\Delta p_1 \simeq p_1$, din principiul de nedeterminare rezultă $\Delta r_1 = \dfrac{\lambda}{2\pi} = r_1$ căci $\lambda = 2\pi r_1$ este condiția ca unda asociată electronului pe prima orbită să fie staționară.

II.2.61. Să presupunem că mișcarea electronului are loc pe prima orbită de rază $r_1 = \dfrac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2}$. Pentru ca mișcarea să aibă loc în sens clasic trebuie îndeplinită condiția $\Delta r_1 \ll r_1$ în care Δr_1 este nedeterminarea cu care este precizată poziția (raza) electronului. Din principiul de nedeterminare $\Delta p_1 \cdot \Delta r_1 \simeq \hbar$ rezultă $\Delta p_1 \gg \dfrac{m_e e^2}{2\varepsilon_0 h} = p_1$. Așadar, precizia traiectoriei implică nedeterminarea impulsului $(\Delta p_1 \gg p_1)$. Această constatare este adevărată și pentru celelalte orbite cu numărul cuantic n relativ mic. Pentru $n \to \infty$ se „sterge“ distincția între mișcarea cuantificată și cea clasică (problema II.2.27).

II.2.62. $p = \dfrac{\hbar}{r}$ și deci $E = \dfrac{p^2}{2m} - k\dfrac{e^2}{r} = \dfrac{\hbar^2}{2mr^2} - k\dfrac{e^2}{r}$. Din condiția $\dfrac{dE}{dr} = 0$ rezultă $r_{min} = r_1 = \dfrac{h^2\varepsilon_0}{\pi e^2 m_e}$ și $E_{min} = -\dfrac{m_e e^4}{8\,\varepsilon_0^2 h^2}$ adică raza primei orbite Bohr și energia totală a acestei stări pentru atomul de hidrogen.

II.2.63. $E = \dfrac{kr^2}{2} + \dfrac{\hbar^2}{2mr^2}$. Din condiția $\dfrac{dE}{dr} = 0$ rezultă $r_{min} = \sqrt{\dfrac{\hbar}{m\omega}} = r_1$ (problema II.2.38) și $E_{min} = \hbar \cdot \omega$.

II.2.64. $n = 1$, $l = 0$, $m = 0$, $m_s = 1/2, -1/2$.

II.2.65. *a)* $n = 4$; $l = 0, 1, 2, 3$; $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$; *b)* $4s, 4p, 4d, 4f$; *c)* $2(2l + 1)$.

II.2.66. *a)* $l = |m|, |m| + 1, |m| + 2$ etc. *b)* $l = |m|, |m| + 1, \ldots, \ldots, n - 1$ (se elimină valorile l care depăşesc valoarea $n - 1$).

II.2.67. *a)* 15, atomul de fosfor $_{15}P$; *b)* 46, paladiu $_{46}Pd$.

II.2.68. *a)* 2; *b)* $2(2l + 1)$; *c)* $2n^2$.

II.2.69. *a)* n^2; *b)* $2(n - |m|)$; *c)* $n - |m|$.

II.2.70. $1s^2{}_{2|2}2s^2 2p^6{}_{8|10}3s^2 3p^6{}_{8|18}$; în continuare ar urma starea $3d$ care are însă o energie mai mare decît starea $4s$ şi ca urmare starea $4s$ va fi ocupată înainte. Acest lucru se întîmplă pentru atomul de potasiu $^{39}_{19}K$. Cauze: se consideră că fiecare electron se găseşte în cîmpul coulombian al nucleului luîndu-se în considerare şi forţele de interacţie dintre electroni.

II.2.71. $_{10}Ne\{1s^2{}_{2|2}2s^2 2p^6{}_{8|10}\}$; $_{12}Mg$ {configuraţia $_{10}Ne + 3s^2{}_{2|12}$}; $_{15}P$ {configuraţia $_{12}Mg + 3p^3{}_{3|15}$}; $_{18}Ar$ {configuraţia $_{12}Mg + 3p^6{}_{6|18}$}.

II.2.72. $C^l_{2(2l+1)}$; 120.

II.2.73. *a)* şi *c)*.

II.2.74. La început apare spectrul continuu (de frînare). Cu creşterea tensiunii de accelerare U, frecvenţa maximă (limită) a spectrului se deplasează spre frecvenţe mai mari în acord cu relaţia $\nu_{max} = eU/h$. În continuare apare spectrul caracteristic de linii al anticatodului. Liniile seriei K se vor excita ultimele. După ce tot spectrul caracteristic s-a excitat, prin creşterea în continuare a tensiunii de accelerare va creşte numai intensitatea liniilor spectrale fără modificarea poziţiei lor; limita spectrului continuu se va deplasa, în continuare, spre frecvenţe mai mari.

Precizare. Spectrul caracteristic este format din serii spectrale care au denumirile: seria K, seria L, seria M etc., după cum ele apar în urma tranziţiilor pe nivelele (păturile) K, L, M etc. (fig. II.2.74, R). Liniile unei serii sînt denumite cu ajutorul alfabetului grec K_α, K_β, K_γ, L_α, L_β, L_γ etc., $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ desemnînd liniile aceleiaşi serii în ordinea descrescîndă a lungimilor de undă.

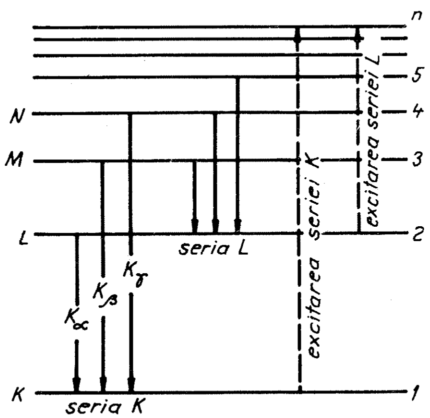


Fig. II.2.74, R

II.2.75. $v = h/\lambda m_e = 7{,}28 \cdot 10^6$ m/s.

II.2.76. *a)* $\lambda = h/\sqrt{2m_e eU} = 5{,}49$ pm; *b)* $\lambda = \dfrac{h}{\sqrt{2m_e eU}}\left(1 + \dfrac{eU}{2m_e c^2}\right)^{-1/2} = 5{,}36$ pm.

II.2.77. Seria K apare începînd cu $_3Li$ iar seria L începînd cu $_{11}Na$.

II.2.78. $U = 60$ kV.

II.2.79. $\simeq 6{,}2 \cdot 10^{-34}$ J·s.

II.2.80. S-a verificat ordonarea corectă a elementelor în sistemul periodic şi a permis identificarea unor elemente. Constanta „de ecranare" σ determină efectul de ecranare al sarcinii nucleului de către electronii atomului.

II.2.81. $\sigma = Z - \sqrt{\dfrac{4}{3R\lambda}}$; $\sigma_{Mg} = 0{,}905$; $\sigma_{Al} = 0{,}915$; $\sigma_{Si} = 0{,}927$. Se poate trage concluzia că pentru elementele uşoare constanta de ecranare este egală, practic, cu unitatea.

II.2.82. $\sigma_{Sn} = 0{,}31$; $\sigma_{Cs} = 0{,}02$; $\sigma_W = -2{,}06$.

II.2.83. *a)* $\lambda = 4/\{3R(Z - 1)^2\}$; $\lambda_{Al} \simeq 844$ pm; $\lambda_{Co} \simeq 180$ pm; *b)* $\Delta E \simeq 4{,}95$ keV.

II.2.84. $_{23}V$; $_{27}Co$.

II.2.85. $U \simeq 15$ kV.

II.2.86. $U = hc/e\lambda_{min} \simeq 2{,}5$ kV, deci seria K se va excita.

II.2.87. $Z = 1 + 2\sqrt{\dfrac{(n - 1)eU_1}{3Rhc\,(n - U_1/U_2)}} \simeq 29$; anticatodul este din cupru.

II.2.88. $Z = 1 + \sqrt{\dfrac{4\ \Delta\nu}{3\,cR}} = 22$; titanul.

II.2.89. $E_K = \dfrac{3\ hcR(Z - 1)^2}{4} + \dfrac{hc}{\lambda_L} = 5{,}46$ keV.

II.2.90. $U = 3\ hcR(Z - 1)^2/4e$; *a)* 6,389 kV; *b)* 8,015 kV.

II.2.91. $\lambda_{Ag} = \lambda_{Mo}(Z_{Mo} - 1)^2/(Z_{Ag} - 1)^2 = 56{,}325$ pm.

II.2.92. $U = hcR(Z - 1)^2/e$; *a)* $U_{Cu} = 10{,}6$ kV; *b)* $U_{Ag} = 28{,}8$ kV.

II.2.93. $\sigma = Z - \sqrt{\dfrac{36}{5\ R\lambda}} = 6{,}3$.

II.2.94. $Z = 40$; zirconiu.

II.2.95. $\mu = 1/d = 0{,}2\ cm^{-1}$.

II.2.96. $\mu = \ln 3/d = 0{,}55\ cm^{-1}$.

II.2.97. $d_{Al} = d_{Pb} \cdot \mu_{Pb}/\mu_{Al} = 34{,}3$ cm.

II.2.98. $x_{1/2} = \ln 2/\mu_m\rho = 5 \cdot 10^{-5}$ m.

II.2.99. $\simeq 3{,}7$ ori.

II.2.100. $x_{1/2} \simeq 0{,}08$ mm.

II.2.101. *a)* $\mu_1 = 6{,}79\ \text{m}^{-1}$; $\mu_2 = 15{,}4\ \text{m}^{-1}$; $\mu_3 = 44{,}4\ \text{m}^{-1}$; $\mu_4 = 79{,}7\ \text{m}^{-1}$; $\mu_{1m} = 6{,}7 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^2/\text{kg}$, $\mu_{2m} = 5{,}9 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^2/\text{kg}$; $\mu_{3m} = 5{,}6 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^2/\text{kg}$; $\mu_{4m} = 7 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^2/\text{kg}$; *b)* $\lambda = 1{,}242$ pm.

II.2.102. $n = \ln 80/\ln 2 \simeq 6{,}32$.

II.2.103. $\lambda = \lambda_0 + \dfrac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta) = 57{,}01$ pm.

II.2.104. În atomul lui Bohr numărul stărilor care au aceeași energie pentru un număr cuantic n dat este $2n^2$. Rezultă: $N_2/N_1 = 4e^{-3hcR/4kT} = 2{,}8 \cdot 10^{-17}$.

II.2.105. $N_p/N_s = 3e^{-hc/\lambda kT} = 1{,}13 \cdot 10^{-4}$.

II.2.106. $\tau = l/v \cdot \ln \eta = 1{,}3\ \mu\text{s}$.

II.2.107. $N_{\text{Hg}} = \dfrac{\tau P \lambda}{hc} \simeq 6{,}7 \cdot 10^9$.

II.2.108. $\tau = \dfrac{nhc}{\lambda P} \cdot \dfrac{g_p}{g_s} e^{-hc/\lambda kT} \simeq 63$ ns.

II.2.109. *a)* Numărul tranzițiilor în unitatea de timp, atît prin emisie stimulată cît și prin emisie spontană, este $dN_{21} = (A_{21} + B_{21}I_\nu) \cdot N_2 dt$ (1) iar numărul de tranziții, în cazul absorbției, în unitatea de timp, este $dN_{12} = B_{12} \cdot I_\nu N_1 dt$ (2). În aceste relații I_ν este densitatea spectrală a radiației (numărul fotonilor incidenți în unitatea de timp de frecvență ν), N_2, N_1 reprezintă numărul de atomi aflați în stările de energie E_2, respectiv E_1 ($E_2 > E_1$) iar A_{21}, B_{21} și B_{12} ($B_{12} = B_{21} = B$ pentru nivelele nedegenerate) sînt coeficienții (de proporționalitate) lui Einstein. La echilibru termodinamic, energia emisă în unitatea de timp este egală cu energia absorbită în unitatea de timp și deci $N_2(A_{21} + B_{21}I_\nu) = B_{12}I_\nu N_1$(3). Rezultă pentru raportul cerut $S = B_{21} \cdot I_\nu / A_{21}$ expresia: $S = \dfrac{1}{N_1/N_2 - 1}$ (4). În cazul nivelelor degenerate relația $B_{12} = B_{21}$ devine $g_2 \cdot B_{21} = g_1 \cdot B_{12}$ și deci $S = \dfrac{1}{g_2 N_1/(g_1 N_2) - 1}$ (5). În ambele situații (nivele degenerate sau nu) pentru raportul S se obține expresia: $S = \dfrac{1}{e^{\frac{E_2 - E_1}{kT}} - 1} = \dfrac{1}{e^{\frac{3hcR}{4kT}} - 1} \simeq 10^{-17}$; *b)* $T = 1{,}71 \cdot 10^5$ K.

II.2.110. Fie I_ν intensitatea spectrală a fasciculului luminos. Prin trecerea prin stratul de grosime dx de gaz atomic, intensitatea scade cu $-dI_\nu$ conform relației $-dI_\nu = \mu I_\nu dx = (N_1 B_{12} - N_2 B_{21}) I_\nu h\nu dx$ (s-au folosit notațiile din problema precedentă). Rezultă pentru μ: $\mu = h\nu \cdot N_1 \cdot B_{12}\left(1 - \dfrac{N_2}{N_1} \cdot \dfrac{g_1}{g_2}\right) = \mu_0(1 - e^{-h\nu/kT}) = h\nu \cdot N_1 \cdot B_{12}(1 - e^{-h\nu/kT})$ cu $\mu_0 = h\nu \cdot N_1 \cdot B_{12}$.

II.2.111. Din relația $\dfrac{h\nu}{e^{kT}} \leqslant 2$ rezultă $\lambda \geqslant \dfrac{hc}{kT\ln 2} = 69{,}2\ \mu\text{m}$.

II.2.112. $T \geqslant \dfrac{hc}{k\lambda \ln 2} \simeq 3{,}8 \cdot 10^4$ K.

LEGATURA CHIMICĂ ȘI STRUCTURA CRISTALINĂ A CORPULUI SOLID

II.3.1. $1s^2\,2s^2\,2p^6(\text{Na}^+)$, $1s^2\,2s^2\,2p^6\,3s^2\,3p^6\,(\text{Cl}^-)$.

II.3.2. Reprezentarea schematică a legăturilor covalente în cristalul de diamant este reprezentată în figura II.3.2, R.

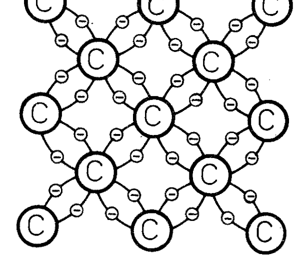


Fig. II.3.2, R

II.3.3. *a)* $3s^2 3p^2$; *b)* sp^3.

II.3.4. Să alegem ionul A din șirul infinit și să notăm cu *1* și *1'* vecinii de ordinul întîi, cu *2* și *2'* vecinii de ordinul doi etc. (fig. II.3.4, R). Energia potențială de atracție electrostatică dintre ionul A și cei doi vecini de ordinul întîi este dată de:

$$U_1 = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2}{r_0}.$$

În mod similar, pentru energia de interacțiune electrostatică cu vecinii de ordinul 2, 3, ... n,..., putem scrie:

$$U_2 = +\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2}{2r_0}$$

$$U_3 = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2}{3r_0}$$

. . . .

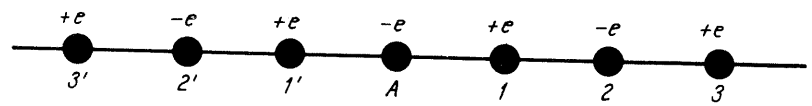
$$U_n = (-1)^n \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2}{nr_0}$$

. . . .

Energia potențială totală se obține adunînd energiile U_1, U_2, ... U_n, ..., adică:

$$E_a = \sum_{i=1}^{\infty} U_i = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2}{r_0}\left[1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + (-1)^n \cdot \frac{1}{n} + \ldots\right].$$

Observăm că $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{1}^{n} \dfrac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$ și deci $E_a = -\dfrac{e^2\alpha}{4\pi\varepsilon_0 r_0}$, unde $\alpha = 2\ln 2$.



II.3.4, R

Observaţie. Formula pentru E_a rămîne adevărată şi în cazul cristalului tridimensional cu deosebirea că valoarea constantei va fi alta. De exemplu, pentru cristalul de NaCl, se obţine $\alpha = 1{,}747$. Dacă avem un cristal ionic compus din N molecule ($2N$ ioni) atunci energia potenţială de atracţie electrostatică a cristalului se va scrie sub forma:

$$E_a = -N \cdot \frac{\alpha e^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r_0}.$$

Aici apare N în loc de $2N$ deoarece luînd energia totală de interacţiune electrostatică trebuie să numărăm fiecare pereche de ioni numai o singură dată.

II.3.5. Alegînd un ion de referinţă pozitiv se obţine acelaşi rezultat.

II.3.6. *a)* Notăm energia potenţială totală cu E_p. Prin convenţie energia de legătură $E_l = -E_p$. Din figura II. 3.6, rezultă că minimul energiei potenţiale totale de interacţiune se află la distanţă $r_0 = 0{,}282$ nm iar energia de legătură corespunzătoare va fi $E_{l_0} = -E_{p_0} = 7{,}9$ eV. *b)* Numărul de molecule din cristal este $N = \frac{m}{M} N_A$, unde M este masa molară a NaCl. Energia de legătură a cristalului va fi: $E_L = E_{l_0} N = E_{l_0} \frac{m}{M} N_A = 761$ kJ.

II.3.9. Fiecare atom de Ag participă la formarea legăturii metalice cu cîte un electron şi deci numărul total al electronilor va fi:

$$n = mN_A/M = 5{,}58 \cdot 10^{21} \text{ electroni.}$$

II.3.10. Înmulţind numărul total al atomilor de Si din cristal cu energia de legătură care revine unui singur atom, pentru energia de legătură a cristalului obţinem: $E_L = \frac{m}{M} \cdot N_A \cdot \frac{E_l}{2} = 310$ kJ.

II.3.11. *a)* Constanta A se găseşte din condiţia:

$$\left(\frac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}r}\right) = 0 \quad \text{sau} \quad -\frac{A}{\rho_0} e^{-\frac{r_0}{\rho_0}} + \frac{\alpha e^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r_0^2} = 0$$

şi deci:

$$A = \frac{\alpha e^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\rho_0}{r_0^2} e^{r_0/\rho_0} = 6{,}63 \cdot 10^3 \text{ eV}.$$

b) $E_L = -N_A\left(Ae^{-\frac{r_0}{\rho_0}} - \frac{\alpha e^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r_0}\right) = 7{,}608 \cdot 10^8$ J.

c) Din condiţia ca energia de respingere să fie egală cu energia de atracţie rezultă:

$$Ae^{-\frac{r}{\rho_0}} = \frac{\alpha e^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r} \quad \text{sau} \quad r = \rho_0 \ln r - \rho_0 \ln \frac{\alpha e^2}{4\pi\varepsilon_0 A}.$$

Rezolvînd grafic această ecuaţie se obţine $r_l = 2{,}01 \cdot 10^{-10}$ m.

II.3.12. Fiecare celulă elementară conţine cîte doi atomi.

II.3.13. *a)* Reţea rectangulară plană centrată. *b)* Fiecare celulă primitivă conţine cîte un atom. *c)* Ariile celor trei celule primitive sînt egale între ele şi sînt egale cu $a^2/2$.

II.3.14. Ionii de clor din vîrfurile cubului aparţin simultan la patru celule elementare iar cei de pe feţe aparţin la două celule elementare şi deci numărul total al ionilor de clor din celula elementară va fi $8 \cdot \frac{1}{4} + 4 \cdot \frac{1}{2} = 4$.

Raţionînd în mod similar, pentru numărul ionilor de sodiu obţinem: $12 \cdot \frac{1}{4} + 1 = 4$.

II.3.15. La fel ca în problema precedentă se arată că celula unitară a cristalului de KCl conţine 4 ioni de potasiu şi patru ioni de clor. Prin urmare celula unitară va fi formată din patru molecule de KCl.

II.3.16. $N = \frac{m}{\rho a_0^3} = 2{,}588 \cdot 10^{21}$ celule unitare.

II.3.17. Masa moleculei de NaCl este $m = M/N_A$ şi cum în celula unitară a cristalului intră 4 molecule rezultă că:

$$\rho = \frac{4m}{a_0^3} = \frac{4\,M}{N_A a_0^3} \quad \text{şi deci} \quad a_0 = \left(\frac{4\,M}{\rho\,N_A}\right)^{\frac{1}{3}} = 5{,}63 \cdot 10^{-10} \text{ m}.$$

II.3.18. *a)* Numărul de atomi din celula unitară este: $N_a = 1 + 8 \cdot \frac{1}{8} = 2$.

b) Constanta reţelei cristaline este tocmai muchia cubului care formează celula unitară şi deci: $\rho \cdot a_0^3 = N_a \cdot \frac{M}{N_A}$ sau $a_0 = \left(\frac{MN_a}{\rho\,N_A}\right)^{\frac{1}{3}} = 2{,}875 \cdot 10^{-10}$ m.

c) $n_a = \frac{\rho V N_A}{M} = 8{,}409 \cdot 10^{22}$ atomi; *d)* $N_u = \frac{m}{\rho\,a_0^3} = 7{,}184 \cdot 10^{23}$ celule unitare.

II.3.19. *a)* Notînd cu N_a numărul atomilor din celula unitară rezultă:

$$\rho a_0^3 = N_a \cdot \frac{M}{N_A} \text{ şi cum } N_a = 4 \text{ obţinem: } a_0 = \left(\frac{MN_a}{\rho N_A}\right)^{\frac{1}{3}} = 5{,}559 \cdot 10^{-10} \text{ m}.$$

b) Din analiza figurii II.3.19 rezultă: $d = \frac{a_0\sqrt{2}}{2} = 3{,}39 \cdot 10^{-10}$m.

II.3.20. *a)* Constanta reţelei cristaline la $t_0 = 0$°C este dată de $a_0 = \left(\frac{N_a M}{\rho_0 N_A}\right)^{\frac{1}{3}}$ unde $N_a = 2$ reprezintă numărul atomilor din celula unitară. Analizînd figura II.3.20, pentru distanţa d_0 dintre atomii cei mai apropiaţi, rezultă:

$$d_0 = \frac{a_0\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{N_a M}{\rho_0 N_A}\right)^{\frac{1}{3}} = 2{,}865 \cdot 10^{-10} \text{ m}; \quad b)\ \gamma = \frac{a^3 - a_0^3}{a_0^3} = 3\alpha t = 0{,}0396;$$

c) din relația $m = N_u \rho_0 a_0^3$ rezultă imediat: $N_u = \frac{m}{\rho_0 a_0^3} = \frac{m}{\rho_0 \frac{N_a M}{\rho_0 N_a}} = \frac{m N_A}{M N_a} =$

$= 3{,}327 \cdot 10^{22}$ celule unitare.

II.3.21. Pentru distanțele dintre atomii cei mai apropiați obținem:

$$d_1 = \frac{a_1\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{4M_1}{N_A\rho_1}\right)^{\frac{1}{3}}; \quad d_2 = \frac{a_2\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{2M_2}{N_A\rho_2}\right)^{\frac{1}{3}}$$

și deci, $\frac{d_1}{d_2} = \sqrt{\frac{2}{3}}\left(2\cdot\frac{M_1\rho_2}{M_2\rho_1}\right)^{\frac{1}{3}} = 0{,}9657.$

II.3.22. $\frac{d_1}{d_2} = \sqrt[3]{2}\cdot\sqrt{\frac{2}{3}} = 1{,}029.$

II.3.23. *a)* Analizînd familia de plane din figura II.3.23, pentru constanta rețelei cristaline se obține: $a = d\sqrt{5} = 4{,}085 \cdot 10^{-10}$ m. *b)* Introducînd $d = a/\sqrt{5}$ în relația $2\,d \sin\theta = n\lambda$ se obține: $\sin\theta = n\cdot\frac{\lambda}{a}\cdot\frac{\sqrt{5}}{2}$.
Fasciculele difractate pot exista pentru:

$$\theta_1 = 20°50'33'' \ (n = 1) \text{ și } \theta_2 = 45°21'55'' \ (n = 2).$$

II.3.24. Unghiul dintre fasciculul de raze X incident și familia de plane echidistante este: $\theta = (180° - \varphi)/2 = 60°$.
Din condiția de difracție obținem: $d = \frac{n\lambda}{2\sin\theta} = 2{,}662 \cdot 10^{-10}$ m.

II.3.25. *a)* Din considerații geometrice, pentru distanța dintre planele reticulare consecutive, se obține $d = a/\sqrt{3}$ și folosind condiția de difracție $2d\sin\theta = n\lambda_0$ obținem $a = \frac{n\lambda_0\sqrt{3}}{2\sin\theta_1} = 4{,}047 \cdot 10^{-10}$m.
b) Numărul maxim de reflexii care se pot observa este $n_{max} = 3$. Unghiurile sub care se observă aceste reflexii sînt: $\theta_1 = 19{,}2°$ $(n = 1)$; $\theta_2 = 41{,}13°$ $(n = 2)$ și $\theta_3 = 80{,}65°$ $(n = 3)$.
c) Din enunțul problemei rezultă:

$$\frac{2d}{\lambda}\sin\theta = n \geqslant n_0 \text{ sau } 1 \geqslant \sin\theta \geqslant \frac{n_0\lambda}{2d} = n_0\frac{\lambda\sqrt{3}}{2a}.$$

Pentru a observa cel puțin patru reflexii Bragg este necesar ca lungimea de undă a radiației incidente să satisfacă condiția:

$$\lambda \leqslant \lambda_{max} = \frac{2a}{n_0\sqrt{3}} = \frac{\lambda_0}{n_0\sin\theta_1} = 1{,}168 \cdot 10^{-10} \text{ m}.$$

II.3.26. Distanțele dintre planele reticulare pe care se observă reflexia Bragg la cele două temperaturi vor fi date de relațiile:

$$d_0 = \frac{2\lambda}{2\sin\theta_0} \text{ și } d_1 = \frac{2\lambda}{2\sin\theta_1}.$$

Ținînd cont de relația $d_1 = d_0(1 + \beta t)$ obținem:
$\sin\theta_1 = (1 + \beta t)\sin\theta_0$ și deci $\theta_1 = \arcsin[(1 + \beta t)\sin\theta_0] = 60°42'7{,}72''$.

II.3.27. Folosind relațiile:

$$d_1\sin\theta_1 = d_2\sin\theta_2, \quad d_1 = d_0(1 + \beta t_1), \quad d_2 = d_0(1 + \beta t_2),$$

unde d_0 este distanța dintre planele reticulare pe care se observă reflexia la $t = 0$°C, pentru coeficientul de dilatare lineară, se obține:

$$\beta = \frac{\sin\theta_1 - \sin\theta_2}{t_2\sin\theta_2 - t_1\sin\theta_1} = 1{,}8935 \cdot 10^{-5}\ \text{grd}^{-1}.$$

STRUCTURA DE BENZI A ENERGIEI ELECTRONILOR ÎN SOLIDE: METALE, SEMICONDUCTORI, DIELECTRICI

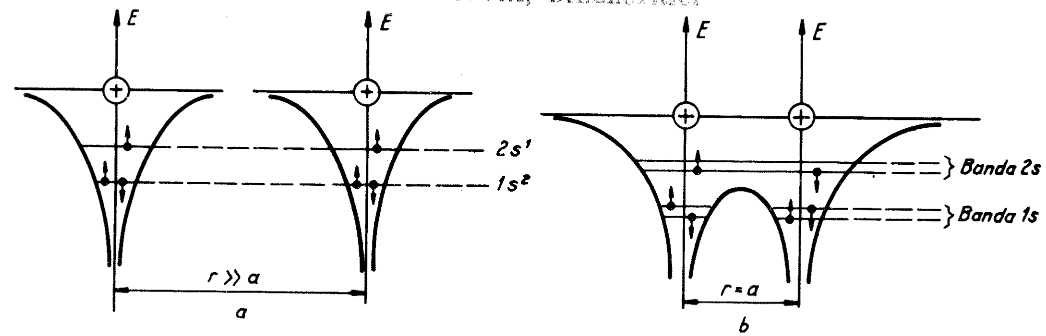


Fig. II.3.28, R

II.3.28. Banda energetică provenită de la nivelul 1*s* este formată din două nivele energetice; fiecare nivel este ocupat cu cîte doi electroni cu spinii orientați în sensuri opuse. În figura II.3.28, R, *a* sînt reprezentate schematic nivelele energetice ale atomului de Li iar în figura II.3,28, R, *b* sînt reprezentate nivelele energetice după apropierea celor doi atomi.

II.3.29. Banda provenită de la nivelul 1*s* conține cinci nivele energetice (fig. II.3.29, R, *a*) și cum fiecare nivel poate fi ocupat cu cîte doi electroni cu

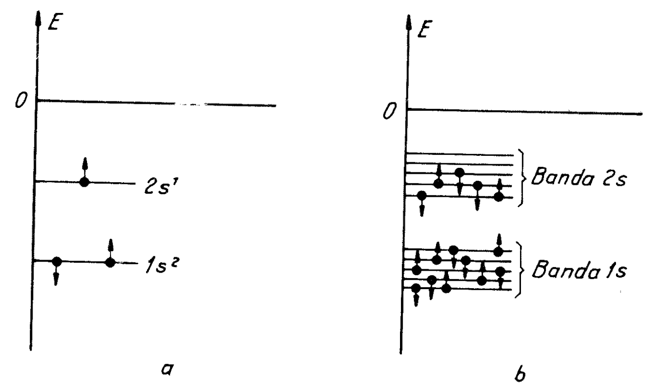


Fig. II.3.29, R

spinii orientaţi în sensuri opuse, rezultă că în bandă mai rămîn 5 stări libere deoarece celelalte 5 stări sînt ocupate cu cei cinci electroni $2s^1$. Schema nivelelor energetice şi ocuparea lor cu electroni este prezentată în figura II.3.29, R, *b*.

II.3.30. *a)* Formarea benzilor energetice este reprezentată schematic în figura II.3.30, R unde, pentru o anumită distanţă interatomică *a*, sînt arătate banda de conducţie, banda interzisă cu lărgimea E_g şi banda de valenţă. *b)* Cei N atomi au în total $4N$ electroni de valenţă care vor ocupa toate cele $4N$ stări din banda de valenţă.

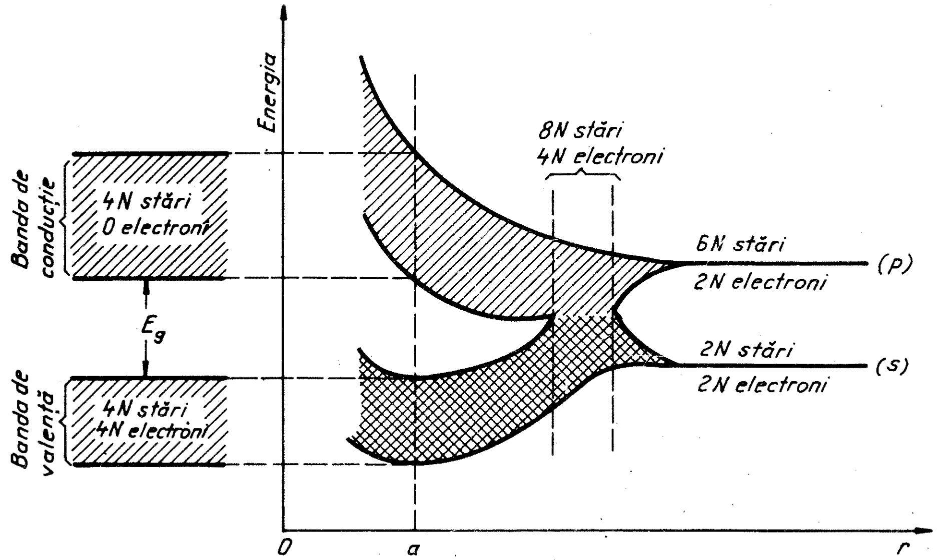


Fig. II.3.30, R

II.3.31. Numărul atomilor din cristal este:

$$n = \frac{mN_A}{M} = 2{,}14 \cdot 10^{23} \text{ atomi},$$

iar numărul stărilor din banda de valenţă va fi:

$$N_v = 4n = \frac{4mN_A}{M} = 8{,}575 \cdot 10^{23} \text{ stări}.$$

II.3.32. Cei patru electroni de valenţă ai Ge se află în stările $4s^24p^2$. Dacă cei trei atomi de Ge se apropie pînă la distanţa interatomică din cristalul de Ge atunci nivelele $4s$ şi $4p$ se desfac în două benzi energetice care conţin fiecare cîte 6 nivele energetice. Astfel, banda de valenţă va avea 6 nivele energetice iar fiecare nivel poate fi ocupat de doi electroni cu spinii orientaţi în sensuri opuse. La fel, banda de conducţie va avea tot şase nivele energetice. Cum cei

trei atomi de Ge au în total 12 electroni de valenţă rezultă că ei vor ocupa toate stările din banda de valenţă (fig. II.3.32, R).

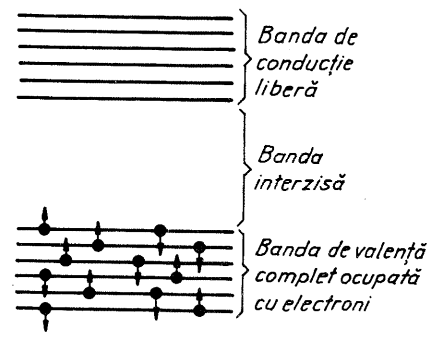


Fig. II.3.32, R

II.3.33. *a)* Benzile provenite de la nivelele $1s$ şi $2s$ conţin cîte $2N$ stări iar banda provenită de la nivelul $2p$ are $6N$ stări. *b)* Benzile $1s$ şi $2s$ sînt ocupate cu cîte $2N$ electroni iar banda $2p$ este ocupată cu $6N$ electroni. *c)* Cristalul cu structura energetică din figura II.3.33. este un izolator.

II.3.34. Numărul atomilor din cristalul de Ge este

$$n = \frac{mN_A}{M},$$

iar numărul stărilor din banda de conducţie va fi dat de

$$N_c = 4n = \frac{4\,mN_A}{M} = 3{,}07 \cdot 10^{24} \text{ stări}.$$

II.3.35. Banda de conducţie conţine $3n$ nivele energetice, deci:

$$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta E_c}{3n} = 10^{-23}\,\text{eV} \text{ şi } \frac{\Delta\varepsilon}{kT} = 4 \cdot 10^{-22}.$$

II.3.36. Concentraţia electronilor liberi este dată de formula

$$n = \frac{\rho}{M} N_A = 8{,}46 \cdot 10^{28}\,\text{m}^{-3}.$$

II.3.37. Volumul celulei elementare este $v = a^3$, iar numărul celulelor elementare din unitatea de volum este $N = 1/v$. Cum fiecare celulă elementară conţine doi atomi de Na rezultă că pentru concentraţia electronilor avem:

$$n = 2N = \frac{2}{a^3} = 2{,}53 \cdot 10^{28}\,\text{m}^{-3}.$$

II.3.38. Concentraţia electronilor liberi este egală cu concentraţia atomilor şi deci:

$$n = \frac{\rho}{M} N_A = 2{,}53 \cdot 10^{28}\,\text{m}^{-3}.$$

II.3.39. *a)* Aşa cum se poate observa din figura II.3.39, banda $3s$ a Na se află deasupra benzii $3p$ a Cl şi toţi electronii din banda $3s$ vor trece în banda $3p$. Cum numărul electronilor care vin în banda $3p$ este egal cu numărul stărilor libere din această bandă rezultă că banda $3s$ (banda de conducţie) va fi complet liberă iar banda $3p$ (banda de valenţă) va fi complet ocupată. Intervalul energetic de la banda de valenţă la banda de conducţie este $E_g = 7$ eV şi deci cristalul de NaCl este un dielectric tipic. *b)* Banda de conducţie conţine $2N$ stări iar banda de valenţă are $6N$ stări care sînt complet ocupate cu cei $6N$ electroni de valenţă ai atomilor de Na şi respectiv, Cl.

II.3.40. *a)* Banda $2p$ conține $6N$ stări iar banda $2s$ are $2N$ stări și deci banda hibridă (banda de conducție) va conține $N_c = 8N$ stări. *b)* În starea liberă atomul de Be are configurația electronică $1s^2 2s^2$ și deci numărul de electroni din banda hibridă va fi $n = 2\ N$. Astfel, din numărul total de $8N$ stări din banda de conducție, numai $2N$ stări sînt ocupate cu electroni iar $6N$ stări sînt libere.

II.3.41. Numărul celulelor elementare din volumul V este $N = V/a^3$ și cum fiecărei celule unitare îi revin 4 atomi de Au rezultă că numărul total al electronilor liberi din cristal va fi:

$$n = 4N = \frac{4V}{a^3} = 2{,}36 \cdot 10^{20}.$$

II.3.42. $\frac{n_1}{n_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \cdot \frac{M_2}{M_1} = 1{,}404.$

CONDUCȚIA ELECTRICĂ ÎN METALE ȘI SEMICONDUCTORI

II.3.43. *a)* $\mu = \frac{1}{en\rho} = 4{,}78 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m^2 \cdot V^{-1} \cdot s^{-1}}$; *b)* $v_t = \mu E = \frac{1}{en\rho}\,\frac{U}{l} = 4{,}78 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; *c)* $t_c = \frac{l}{v_t} = en\rho \cdot \frac{l^2}{U} = 2{,}09 \cdot 10^4\ \mathrm{s} = 5{,}8$ ore.

II.3.44. Densitatea de curent este dată de relația $j = I/S = env_t$, unde $S = \pi(d/2)^2$ este secțiunea firului de Ag iar v_t este viteza de transport a electronilor de conducție. Știind că:

$$n = \frac{\rho N_A}{M} \quad \text{rezultă} \quad v_t = \frac{4IM}{\pi e d^2 \rho N_A} = 1{,}36 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}.$$

II.3.45. Din legea lui Ohm rezultă, $I = \frac{U}{R} = \frac{U \cdot S}{\rho l} = \frac{S}{\rho} \cdot E$ unde E este cîmpul electric din conductorul de Cu. Forța care acționează asupra electronului va fi dată de: $F = eE = e \cdot \frac{\rho I}{S} = 3{,}1 \cdot 10^{-20}$ N.

II.3.46. La trecerea curentului I prin conductorul cu rezistența R în timpul t se cheltuiește energia:

$$W = RI^2t.$$

Intensitatea curentului, în cazul de față, nu este constantă. Dacă curentul scade uniform de la valoarea I la zero atunci prin secțiunea S a conductorului va trece sarcina

$$Q = \frac{1}{2} It \text{ și deci } W = 2QIR.$$

Dacă N reprezintă numărul electronilor liberi din conductor, iar l și S sînt lungimea și respectiv secțiunea lui, atunci

$$I = jS = env_0S = ev_0 \cdot \frac{(nlS)}{l} = ev_0 \cdot \frac{N}{l} \text{ și deci, } W = \frac{2ev_0QNR}{l}.$$

Dacă ΔW_c este variația energiei cinetice a unui electron cînd viteza lui scade de la v_0 la zero, atunci, pentru energia W, mai putem scrie:

$$W = -N\,\Delta W_c = -N\,\Delta\left(\frac{m_0v^2}{2}\right) = N \cdot \frac{m_0v_0^2}{2}.$$

Comparînd cele două expresii pentru W obținem:

$$\frac{2ev_0QNR}{l} = N \cdot \frac{m_0v_0^2}{2} \text{ sau } Q = \frac{m_0v_0l}{4eR} = \frac{m_0v_0S}{4e\rho}.$$

Numărul electronilor de conducție care trec prin unitatea de suprafață a secțiunii conductorului va fi:

$$n_e = \frac{Q}{eS} = \frac{m_0v_0}{4e^2\rho} = 3{,}55 \cdot 10^{15} \cdot \mathrm{m^{-2}}.$$

II.3.47. $v_t = \frac{jM}{e\rho N_A} = 1{,}04 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}.$

II.3.48. Electronul se va deplasa de la un capăt la celălalt al conductorului cu viteza de transport:

$$v_t = \mu E = \mu \cdot \frac{U}{l}.$$

Timpul în care electronul parcurge conductorul va fi:

$$t_c = \frac{l}{v_t} = \frac{l^2}{\mu U} = 9{,}5 \cdot 10^7\ \mathrm{s} \simeq 3 \text{ ani}.$$

II.3.49. *a)* Electronul de conducție străbate conductorul în timpul:

$$t_c = \frac{l}{v_t} = \frac{l^2}{\mu U}.$$

Electronul liber străbate în vid aceeași distanță în timpul:

$$t_0 = \sqrt{\frac{2l}{a}} = l\sqrt{\frac{2m_0}{eU}} \text{ și deci } \frac{t_c}{t_0^2} = \frac{e}{2m_0\mu}.$$

b) Pentru mobilitate obținem:

$$\mu = \frac{t_0^2}{t_c} \cdot \frac{e}{2m_0} = 5 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m^2 \cdot V^{-1} \cdot s^{-1}}.$$

II.3.50. Viteza de transport a electronului în vid, după intervalul de timp t_0, este dată de relația:

$$v_0 = at_0 = \frac{eU}{m_0l} \cdot t_0,$$

iar viteza de transport în metal va fi:

$$v_t = \mu E = \mu \cdot \frac{U}{l}.$$

Făcînd raportul vitezelor obținute avem: $\frac{v_0}{v_t} = \frac{et_0}{\mu m_0} = 4 \cdot 10^{10}$.

Din ultima relație observăm că viteza de transport a electronului de conducție în metal este mult mai mică decît viteza electronului în vid după ce a parcurs aceeași distanță în prezența aceleiași diferențe de potențial. Acest lucru se explică prin faptul că în metal electronul suferă multe ciocniri cu ionii din nodurile rețelei cristaline în urma cărora cedează energia obținută între două ciocniri de la cîmpul electric aplicat.

II.3.51. Folosind relațiile

$$\sigma = \frac{1}{R} \cdot \frac{l}{S} = \frac{I}{U} \cdot \frac{l}{S} = \frac{ne^2\tau}{m_0}$$

unde σ este conductivitatea electrică a Cu iar $n = \rho N_A/M$ este concentrația electronilor de conducție, obținem:

$$\tau = \frac{m_0 l M I}{\rho e^2 N_A U S} = 2,71 \cdot 10^{-14}\ \text{s}.$$

II.3.52. *a)* Din relațiile: $\sigma = en\mu$ și $n = \rho N_A/M$ rezultă:

$$\mu = \frac{\sigma}{en} = \frac{\sigma M}{e\rho N_A} = 4,15 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1};$$

b) $\tau = \frac{m_0}{e} \cdot \mu = \frac{m_0 \sigma M}{e^2 \rho N_A} = 2,36 \cdot 10^{-14}\ \text{s};$

c) $w = \sigma E^2 = \sigma \left(\frac{U}{l}\right)^2 = 4 \cdot 10^7\ \text{J} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}.$

II.3.53. $\tau = \frac{m_0 \rho c \Delta T}{ne^2 E^2 \Delta t} = 2,427 \cdot 10^{-14}\ \text{s}.$

II.3.54. Folosind relația $\sigma E^2 \cdot V \cdot \Delta t = (\rho V) c \Delta T$, unde V este volumul conductorului de Ag, rezultă:

$$\mu = \frac{(I/S)^2 \cdot \Delta t}{en\rho c \Delta T} = 4,01 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}.$$

II.3.55. $\mu = \frac{\sigma}{ne} = 5,75 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}.$

II.3.56. *a)* Timpul mediu dintre două ciocniri se află din relația:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{ne^2\tau}{m_0} \text{ și deci } \tau = \frac{m_0}{ne^2\rho} = 3,98 \cdot 10^{-14}\ \text{s}.$$

b) Mobilitatea electronilor este dată de formula:

$$\mu = \frac{e\tau}{m_0} = \frac{1}{en\rho} = 7 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}.$$

c) Viteza de transport a electronilor în cîmpul E va fi

$$v_t = \mu E = 7 \cdot 10^{-4}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

II.3.57. *a)* Conductivitatea electrică a semiconductorului intrinsec este dată de relația $\sigma = en_i(\mu_n + \mu_p) = 1/\rho$ și deci, concentrația intrinsecă a purtătorilor de sarcină va fi,

$$n_i = \frac{1}{e\rho(\mu_n + \mu_p)} = 2,37 \cdot 10^{19}\ \text{m}^{-3}.$$

b) Dacă în Ge există un cîmp electric E atunci raportul dintre viteza de transport a electronilor $v_n = \mu_n E$ și viteza de transport a golurilor $v_p = \mu_p E$ va fi:

$$b = \frac{v_n}{v_p} = \frac{\mu_n E}{\mu_p E} = \frac{\mu_n}{\mu_p} = 2,11.$$

II.3.58. Din expresia conductivității unui semiconductor de tip p, $\sigma_p = ep\mu_p$, rezultă:

$$\rho_p = \frac{1}{\sigma_p} = \frac{1}{ep\mu_p} = 8,68 \cdot 10^{-2}\ \Omega \cdot \text{m}.$$

La fel, pentru semiconductorul de tip n, obținem:

$$\rho_n = \frac{1}{\sigma_n} = \frac{1}{en\mu_n} = 4,11 \cdot 10^{-2}\ \Omega \cdot \text{m}; \quad \frac{\rho_n}{\rho_p} = \frac{ep\mu_p}{en\mu_n} = \frac{\mu_p}{\mu_n} = 0,4737.$$

II.3.59. $I = en\mu_n SE = en\mu_n S \frac{U}{L} = 1,92 \cdot 10^{-2}\ \text{A}.$

II.3.60. *a)* Viteza de transport a electronilor este:

$$v_n = \mu_n E = \mu_n \frac{U}{L} = 65\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

b) Din relația: $U = RI = \rho \cdot \frac{L}{S} I$ rezultă:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{I}{U} \cdot \frac{L}{S} = en\mu_n \text{ și deci, } \quad n = \frac{I}{U} \cdot \frac{L}{S} \cdot \frac{1}{e\mu_n} = 4,81 \cdot 10^{20}\ \text{m}^{-3}.$$

II.3.61. *a)* $v_n = \mu_n E = 52\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, $v_p = \mu_p E = 20\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$;

b) $\rho_i = \frac{1}{\sigma_i} = \frac{1}{en_i(\mu_n + \mu_p)} = 1,39 \cdot 10^3\ \Omega \cdot \text{m};$

c) $I = en_i(\mu_n + \mu_p)ES = 8,64 \cdot 10^{-7}\ \text{A}.$

II.3.62. Dacă se neglijează concentrația intrinsecă a purtătorilor de sarcină rezultă că $n = N_d$ și deci,

$$R = \rho \frac{L}{S} = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{L}{S} = \frac{1}{eN_d\mu_n} \cdot \frac{L}{S} = 548,25\ \Omega.$$

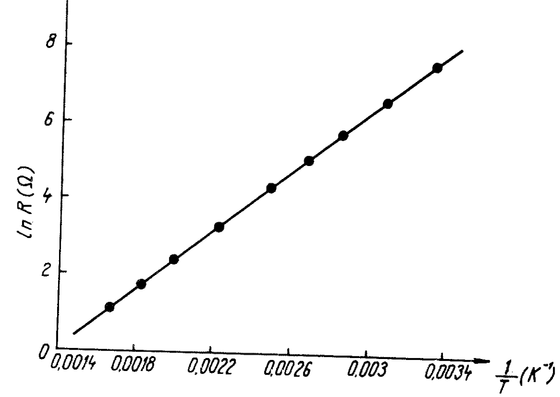


Fig. II.3.63, R

II.3.63. *a)* Folosind relaţiile:

$$R = \frac{1}{\sigma}\cdot\frac{L}{S} = \frac{1}{en_i(\mu_n+\mu_p)}\cdot\frac{L}{S} = \frac{L}{eC_i(\mu_n+\mu_p)S}\cdot e^{E_g/2kT}$$

putem scrie: $R = R_0 e^{E_g/2kT}$ unde $R_0 = \frac{L}{eSC_i(\mu_n+\mu_p)}$ este o constantă. Logaritmînd relaţia de mai sus obţinem: $\ln R = \ln R_0 + \frac{E_g}{2k}\cdot\frac{1}{T}$. Se construieşte graficul $\ln R = f\left(\frac{1}{T}\right)$ cu datele din tabelul II.3.63. şi se obţine o dreaptă (fig. II.3.63, R) cu panta:

$$m = \frac{E_g}{2k} = 3\,886 \text{ grd. şi deci, } E_g = 2\,km = 0{,}67 \text{ eV.}$$

b) La $T = 300$ K avem $R = 2\,000\ \Omega$ şi deci, $\rho = R\frac{S}{L} = 0{,}4\ \Omega\cdot\text{m}$.

c) $$\frac{R(T_1)}{R(T_2)} = e^{\frac{E_g}{2k}\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right)} = N;\quad T_2 = \left(\frac{1}{T_1} - \frac{2k}{E_g}\ln N\right)^{-1} = 644 \text{ K.}$$

II.3.64. La temperatura $T_2 = 301$ K concentraţia intrinsecă va fi:

$$n_i(T_2) = n_i(T_1)e^{\frac{E_g}{2k}\cdot\frac{T_2-T_1}{T_1T_2}}.$$

Concentraţia purtătorilor de sarcină creşte cu:

$$\Delta n = n_i(T_2) - n_i(T_1) = n_i(T_1)\left(e^{\frac{E_g}{2k}\cdot\frac{T_2-T_1}{T_1T_2}} - 1\right) = 1{,}38\cdot 10^{18} \text{ m}^{-3}.$$

II.3.65. $$\frac{n(T_2)}{n(T_1)} = e^{\frac{E_d}{2k}\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right)} = 2;\quad T_2 = \left(\frac{1}{T_1} - \frac{2k}{E_d}\cdot\ln 2\right)^{-1} = 131{,}41 \text{ K.}$$

II.3.66. La temperaturi mai ridicate toţi acceptorii sînt ionizaţi şi deci concentraţia golurilor este dată de formula $p = n_i + N_a$. Dacă N_{Ge} este concentraţia atomilor de Ge atunci concentraţia acceptorilor se calculează cu ajutorul relaţiei:

$$N_a = \frac{N_{Ge}}{N_0} = \frac{\rho N_A}{MN_0} \text{ şi deci, } p = n_i + \frac{\rho N_A}{MN_0} = 3{,}77\cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}.$$

II.3.67. Dacă notăm cu n şi p concentraţiile purtătorilor de sarcină liberi atunci, din relaţiile: $np = n_i^2$, $n = N_d + p$, rezultă ecuaţia:

$$p^2 + pN_d - n_i^2 = 0, \text{ cu soluţia:}$$

$$p = \frac{N_d}{2}\left(\sqrt{1+\left(\frac{2n_i}{N_d}\right)^2} - 1\right) = 3{,}18\cdot 10^{18} \text{ m}^{-3}.$$

Concentraţia electronilor va fi: $n = N_d + p = 5{,}0318\cdot 10^{20}$ m^{-3}.

II.3.68. Din relaţiile: $np = n_i^2$ şi $n = p + N_d$, pentru concentraţiile purtătorilor de sarcini obţinem:

$$n = \frac{N_d}{2}\left(\sqrt{1+\left(\frac{2n_i}{N_d}\right)^2} + 1\right);\quad p = \frac{N_d}{2}\left(\sqrt{1+\left(\frac{2n_i}{N_d}\right)^2} - 1\right).$$

$$\sigma_n = e\mu_n n = \frac{e\mu_n N_d}{2}\left(\sqrt{1+\left(\frac{2n_i}{N_d}\right)^2} + 1\right) = 49{,}54\ \Omega^{-1}\cdot\text{m}^{-1},$$

$$\sigma_p = e\mu_p p = \frac{e\mu_p N_d}{2}\left(\sqrt{1+\left(\frac{2n_i}{N_d}\right)^2} - 1\right) = 3{,}24\cdot 10^{-2}\ \Omega^{-1}\cdot\text{m}^{-1}.$$

II.3.69. *a)* Din relaţiile $np = n_i^2$ şi $p = N_a + n$ pentru concentraţiile electronilor şi golurilor libere se obţin expresiile:

$$n = \frac{N_a}{2}\left(\sqrt{1+\left(\frac{2n_i}{N_a}\right)^2} - 1\right);\quad p = \frac{N_a}{2}\left(\sqrt{1+\left(\frac{2n_i}{N_a}\right)^2} + 1\right),$$

iar conductivitatea va fi dată de:

$$\sigma = e(\mu_n n + \mu_p p) = \frac{eN_a}{2}\left[(\mu_n + \mu_p)\sqrt{1+\left(\frac{2n_i}{N_a}\right)^2} - (\mu_n - \mu_p)\right] = 3{,}34\cdot 10^{-3}\ \Omega^{-1}\cdot\text{m}^{-1}.$$

Pentru rezistenţa probei se obţine:

$$R = \frac{1}{\sigma}\cdot\frac{l}{S} = 7{,}72\cdot 10^5\ \Omega.$$

b) Raportul conductivităţilor se calculează cu ajutorul relaţiei:

$$r = \frac{\sigma_p}{\sigma_n} = \frac{\mu_p(\sqrt{N_a^2 + 4n_i^2} + N_a)}{\mu_n(\sqrt{N_a^2 + 4n_i^2} - N_a)} = 99{,}23.$$

II.3.70. Din relaţiile $np = n_i^2$ şi $p = N_a + n$ şi folosind condiţia $\sigma_n = \sigma_p$, rezultă:

$$\frac{e\mu_n N_a}{2}\left[\sqrt{1+\left(\frac{2n_i}{N_a}\right)^2} - 1\right] = \frac{e\mu_p N_a}{2}\left[\sqrt{1+\left(\frac{2n_i}{N_a}\right)^2} + 1\right] \text{ sau}$$

$$N_a = n_i\left(\sqrt{\frac{\mu_n}{\mu_p}} - \sqrt{\frac{\mu_p}{\mu_n}}\right) = 3{,}06\cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}.$$

II.3.71. *a)* Concentrația atomilor de Si este dată de relația $N_{Si} = \rho N_A/M$ și deci concentrația impurităților acceptoare va fi $N_a = N_{Si}/N_0 = 7{,}41 \cdot 10^{20}$ m^{-3}. *b)* Cum $N_a \gg n_i$, rezultă $p = N_a$ și deci, conductivitatea de goluri va fi,

$$\sigma_p = e\mu_p p = e\mu_p N_a = 5{,}93\ \Omega^{-1}\cdot \text{m}^{-1}.$$

c) Folosind relația $np = n_i^2$, pentru concentrația electronilor obținem:

$$n = \frac{n_i^2}{p} = \frac{n_i^2}{N_a}$$

iar pentru conductivitatea electronică rezultă:

$$\sigma_n = e\mu_n n = e\mu_n \cdot \frac{n_i^2}{N_a} = 1{,}75 \cdot 10^{-8}\ \Omega^{-1}\cdot \text{m}^{-1}.$$

d) Observăm că $\sigma_n \ll \sigma_p$ și deci rezistența electrică a probei de Si va fi:

$$R = \frac{1}{\sigma_n + \sigma_p}\cdot\frac{l}{S} = \frac{1}{\sigma_p}\cdot\frac{l}{S} = 422\ \Omega.$$

II.3.72. Folosind relația $np = n_i^2$ și condiția de neutralitate electrică $n + N_a = p + N_d$, pentru concentrațiile purtătorilor de sarcină obținem:

$$n = \frac{N_d - N_a}{2}\left[\sqrt{1 + \left(\frac{2n_i}{N_d - N_a}\right)^2} + 1\right];$$

$$p = \frac{N_d - N_a}{2}\left[\sqrt{1 + \left(\frac{2n_i}{N_d - N_a}\right)^2} - 1\right].$$

Pentru densitatea de curent avem

$$J = \sigma E = e(n\mu_n + p\mu_p)E =$$

$$= e\frac{N_d - N_a}{2}\left[(\mu_n + \mu_p)\cdot\sqrt{1 + \left(\frac{2n_i}{N_d - N_a}\right)^2} - (\mu_n - \mu_p)\right]E = 1\,079{,}60\ \text{A}\cdot\text{m}^{-2}.$$

II.3.73. Conductivitatea cristalului crește deoarece energia fotonilor incidenți: $\varepsilon = h\nu = hc/\lambda = 1{,}24$ eV este mai mare decît lărgimea benzii interzise $E_g = 1{,}1$ eV.

II.3.74. $\lambda_{max} = hc/E_g = 5{,}18 \cdot 10^{-7}$ m.

II.3.75. $\lambda_d = hc/E_d = 4{,}141 \cdot 10^{-6}$ m.

II.3.76. *a)* $N = W/\varepsilon = W\lambda/hc = 10^{14}$ perechi electron-gol; *b)* $Q = eN = 1{,}6 \cdot 10^{-5}$ C.

II.3.77. $I_f = I - I_0 = U\left(\frac{1}{R_f} - \frac{1}{R_0}\right) = 2$ mA.

II.3.78. Vezi figura II.3.78, R (pag. 183).

II.3.79. *a)* Din figura II.3.79 rezultă $R_0 = 2 \cdot 10^4\ \Omega$ și $R_f = 7{,}5 \cdot 10^3\ \Omega$; *b)* $\Delta U_f = (30 - 12)\text{V} = 18$ V.

II.3.80. Notăm cu t_n și t_p intervalele de timp în care electronii și respectiv, golurile parcurg distanța L dintre electrozi. Cum electronii au mobilități mai mari rezultă $t_n < t_p$ și deci, pentru ca toți purtătorii de sarcină generați de lumină să ajungă la electrozi, este necesar ca $t_p \leqslant \tau$.

Ținînd cont că $t_p = L/v_p = L^2/\mu_p U$, pentru tensiunea minimă obținem:

$$U_{min} = \frac{L^2}{\tau\mu_p} = 18\ \text{V}.$$

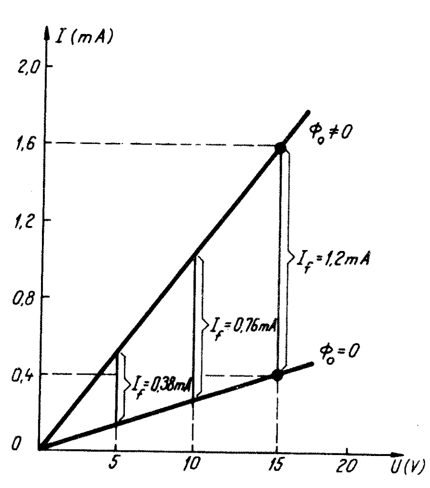


Fig. II.3.78, R

II.3.81. *a)* Viteza de generare se calculează cu ajutorul relației $g = \alpha\gamma\Phi_0$ și cum numărul fotonilor incidenți pe unitatea de suprafață și în unitatea de timp este dat de $\Phi_0 = \Phi_e/\varepsilon$ rezultă:

$$g = \alpha\gamma\cdot\frac{\Phi_e}{\varepsilon} = 10^{21}\ \text{m}^{-3}\cdot\text{s}^{-1}.$$

b) Concentrația purtătorilor de sarcină generați de lumină va fi:

$$\Delta n = g\tau = 10^{17}\ \text{m}^{-3}.$$

c) Variația relativă a conductivității la iluminare este:

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_i} = \frac{e\Delta n(\mu_n + \mu_p)}{en_i(\mu_n + \mu_p)} = \frac{\Delta n}{n_i} = 4.$$

II.3.82. *a)* $I_0 = \frac{U}{R_s + R_0}$; $\quad I = \frac{U}{R_s + R_f}$; $\quad I_f = I - I_0 = I_0 \cdot \frac{R_0 - R_f}{R_s + R_f}$,

$$\frac{I_f}{I_0} = \frac{R_0 - R_f}{R_s + R_f} = 50.$$

b) Căderile de tensiune pe fotorezistență în absența și respectiv, în prezența iluminării sînt $U_{f0} = I_0R_0$ și $U_f = IR_f$ și deci

$$\frac{\Delta U_f}{U_{f0}} = \frac{I_0R_0 - IR_f}{I_0R_0} = \frac{R_s}{R_0}\cdot\frac{R_0 - R_f}{R_s + R_f} = 0{,}905.$$

c) $\Delta U_s = R_s(I - I_0) = U\cdot\frac{R_s(R_0 - R_f)}{(R_s + R_0)(R_s + R_f)} = 8{,}82$ V.

II.3.83. *a)* $\Phi_0 = \frac{P\cdot t}{h\nu\cdot S} = \frac{Pt\lambda}{hcS} = 5\cdot 10^{17}\ \frac{\text{fotoni}}{\text{m}^2\cdot\text{s}}$;

b) $r = \frac{\Delta n}{\tau} = \frac{\alpha\gamma\Phi_0\tau}{\tau} = \alpha\gamma\Phi_0 = 10^{24}\ \text{m}^{-3}\cdot\text{s}^{-1}$;

c) $\sigma_f = e\Delta n(\mu_n + \mu_p) = er\tau(\mu_n + \mu_p) = 5{,}84\cdot 10^{-2}\ \Omega^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$.

II.3.84. $R_s = \sqrt{R_0\cdot R_f} = 10^6\ \Omega$.

II.3.85. $\rho_f = \rho_0\cdot\left(\frac{U - U_{fm}}{U + U_{fm}}\right)^2 = 225\ \Omega\cdot\text{m}$.

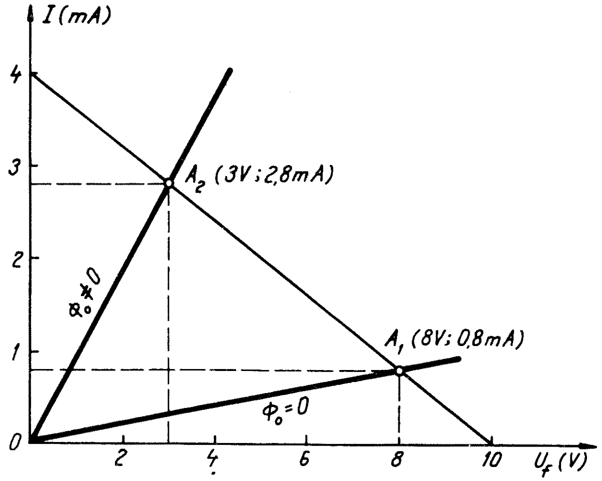


Fig. II.3.86, R

II.3.86. *a)* Dacă I este curentul care trece prin circuit iar $U_s = R_s I$ şi U_f sînt căderile de tensiune pe rezistenţa de sarcină şi respectiv, pe fotorezistenţă, atunci:

$$U = R_s I + U_f \text{ deci } I = -\frac{1}{R_s} U_f + \frac{U}{R_s}.$$

Mărimile U şi R_s din această relaţie sînt constante iar I şi U_f sînt variabile, depinzînd de intensitatea radiaţiei luminoase incidente. Ecuaţia de mai sus este echivalentă cu ecuaţia unei drepte $y = mx + n$, cu panta $m = -\frac{1}{R_s}$ şi ordonata la origine $n = \frac{U}{R_s}$. Această dreaptă se numeşte *dreapta de sarcină*. În figura II.3.86, R este reprezentată grafic dreapta de sarcină iar punctele de intersecţie cu caracteristicile curent-tensiune ale fotorezistenţei sînt:

$$A_1(U_{f0} = 8 \text{ V};\ I_0 = 0{,}8 \text{ mA}) \text{ şi } A_2(U_f = 3 \text{ V};\ I = 2{,}8 \text{ mA}).$$

Căderea de tensiune pe fotorezistenţă la întuneric este $U_{f0} = 8$ V iar la iluminare este $U = 3$ V.

b) Intensitatea curentului care trece prin circuit la întuneric este $I_0 = 0{,}8$ mA iar la iluminare este $I = 2{,}8$ mA.

c) Căderea de tensiune pe rezistenţa de sarcină, la întuneric, este $U_{s0} = 2$ V iar în prezenţa iluminării este $U_s = 7$ V şi deci variaţia de tensiune va fi: $\Delta U_s = U_s - U_{s0} = 5$ V.

JONCŢIUNEA *p-n*. DIODA

II.3.87. *a)* Circuitul echivalent al diodei este prezentat în figura II.3.87, R, *a* unde $E_0 = 0{,}7$ V reprezintă tensiunea la care se deschide dioda; *b)* ţinînd cont de circuitul echivalent al diodei, circuitul din figura II.3.87, *b* se poate reprezenta ca în figura II.3.87, R, *b*. Curentul care trece prin circuit se calculează cu ajutorul relaţiei: $I = (E - E_0)/R = 9{,}3$ mA.

II.3.88. *a)* Dacă U este tensiunea pe diodă atunci, folosind a doua lege a lui Kirchhoff $E = RI + U$ şi ţinînd cont de caracteristica curent-tensiune din enunţul problemei, obţinem sistemul:

$$I = I_s(e^{U/kT} - 1);\quad I = -\frac{1}{R} U + \frac{1}{R} E,$$

cu necunoscutele I şi U. Rezolvînd pe cale grafică acest sistem (fig. II.3.88, R) obţinem curentul care trece prin circuit $I_0 = 7{,}47$ mA şi tensiunea pe diodă $U_0 = 0{,}453$ V, adică punctul de funcţionare statică a diodei; *b)* $R_s = \frac{U_0}{I_0} = 60{,}64\ \Omega$; *c)* $R_d = \frac{dU}{dI} = \frac{U_T}{I + I_s} = 3{,}346\ \Omega$; *d)* caracteristica curent-tensiune linearizată a diodei este descrisă de relaţia:

$$I = \begin{cases} \frac{1}{R_d} U - \frac{E_0}{R_d}, & \text{pentru } U \geqslant E_0; \\ 0, & \text{pentru } U < E_0, \end{cases}$$

unde $E_0 = U_0 - R_d I_0 = 0{,}428$ V este tensiunea de deschidere a diodei.

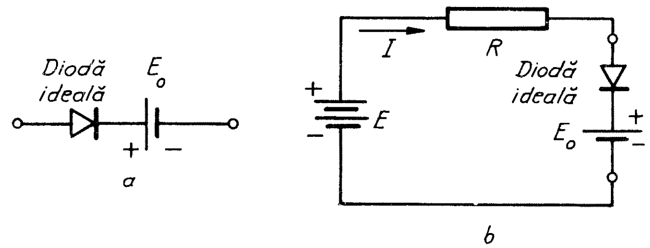


Fig. II.3.87, R

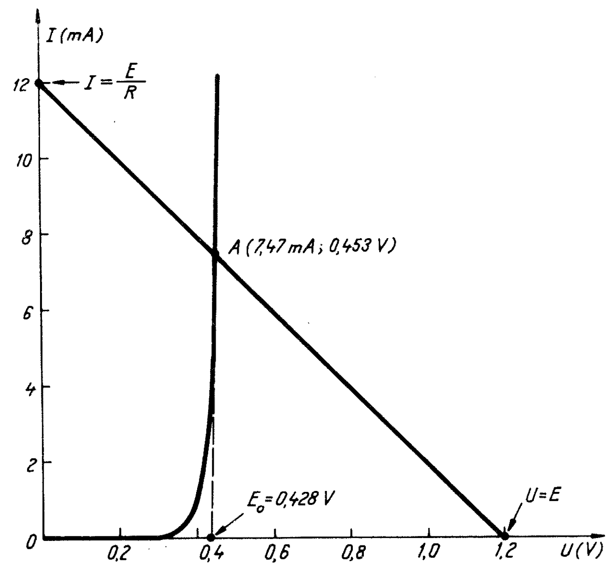


Fig. II.3.88, R

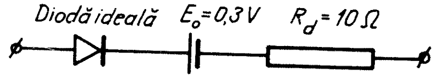


Fig. II.3.89, R

II.3.89. *a)* $E_0 = 0{,}3$ V; *b)* alegînd $\Delta U = 0{,}3$ V, corespunzător, vom avea $\Delta I = 30$ mA și deci, $R_d = \Delta U/\Delta I = 10\ \Omega$; *c)* tensiunea corespunzătoare curentului $I_0 = 30$ mA este $U_0 = 0{,}6$ V și deci, $R_s = U_0/I_0 = 20\ \Omega$; *d)* ecuația caracteristicii curent-tensiune are forma

$$I = \begin{cases} \dfrac{1}{R_d}U - \dfrac{E_0}{R_d}, & \text{pentru } U \geqslant E_0, \\ 0 & \text{, pentru } U < E_0; \end{cases}$$

e) circuitul echivalent al diodei este prezentat în figura II.3.89, R.

II.3.90. *a)* Din figura II.3.90, *a* se observă că dacă $\Delta U = 0{,}1$ V atunci $\Delta I = 100$ mA și deci, rezistența dinamică a diodei este $R_d = \Delta U/\Delta I = 1\ \Omega$. Dacă $U \geqslant E_0 = 0{,}3$ V, caracteristica curent-tensiune a diodei are forma: $U = R_d I + E_0$ (1) și, pentru $I = I_0 = 50$ mA, obținem căderea de tensiune pe diodă $U_0 = R_d I_0 + E_0 = 0{,}35$ V.

Aplicînd legea a doua a lui Kirchhoff circuitului din figura II.3.90,*b* obținem $E = RI + U$ (2) și deci $R = (E - U_0)/I_0 = 13\ \Omega$; *b)* din (1) și (2), pentru coordonatele punctului static de funcționare se obține: $I = \dfrac{E - E_0}{R_d + R} = 50$ mA și $U = \dfrac{R_d(E - E_0)}{R_d + R} + E_0 = 0{,}35$ V; *c)* $\Delta I = \dfrac{\Delta E}{R_d + R} = 1$ mA; $\Delta U = R_d \Delta I = 1$ mV.

II.3.91. $R_d = \dfrac{dU}{dI} = \dfrac{kT}{e} \cdot \dfrac{1}{I + I_s}$; $\Delta R_d = \dfrac{k}{e} \cdot \dfrac{\Delta T}{I + I_s} = R_d \cdot \dfrac{\Delta T}{T} = 0{,}1\ \Omega$.

II.3.92. $I = I_s(e^{eU/kT} - 1) = 406{,}9$ mA.

II.3.93. $I_{dir} = I_s(e^{eU/kT} - 1) = 44{,}07$ mA; $I_{inv} = I_s(e^{-eU/kT} - 1) \simeq -5$ nA.

II.3.94. $I_{dir} = I_s(e^{eU_1/kT} - 1)$; $I_{inv} = I_s(e^{-eU_2/kT} - 1)$;
$I_{inv} = I_{dir}(e^{eU_1/kT} - 1)^{-1}(e^{-eU_2/kT} - 1) = -1{,}367$ μA.

II.3.95. *a)* Dioda este polarizată invers și are curentul invers de saturație $I_s = 3$ μA; *b)* curentul direct se calculează cu ajutorul relației $I = I_s(e^{eU/kT} - 1) = 66{,}076$ mA.

II.3.96. *a)* $U_2 = \dfrac{kT}{e} \ln[1 + n(e^{eU_1/kT} - 1)] = 257{,}56$ mV;

b) $I_s = I_1(e^{eU_1/kT} - 1)^{-1} = 13{,}42$ μA.

II.3.97. Vom preciza mai întîi starea de polarizare a diodei. În acest scop presupunem că dioda este scoasă din circuit (fig. II.3.97, R, *a*). Aplicînd a doua lege a lui Kirchhoff, putem scrie $E_1 = (R_1 + R)I$ și deci, căderea de tensiune pe rezistența R va fi $U = IR = E_1R/(R_1 + R) = 6$ V. Dacă conectăm dioda în circuit observăm că la anod avem tensiunea +12 V iar la catod, tensiunea +6 V și deci, dioda va fi polarizată direct. Ținînd cont de faptul

că dioda este ideală (fig. II.3.97, *a*), circuitul din figura II.3.97, *b* se reduce la circuitul din figura II.3.97, R, *b*. Aplicînd legile lui Kirchhoff, pentru tensiunea dintre punctele M și N se obține imediat $U_{MN} = 12$ V.

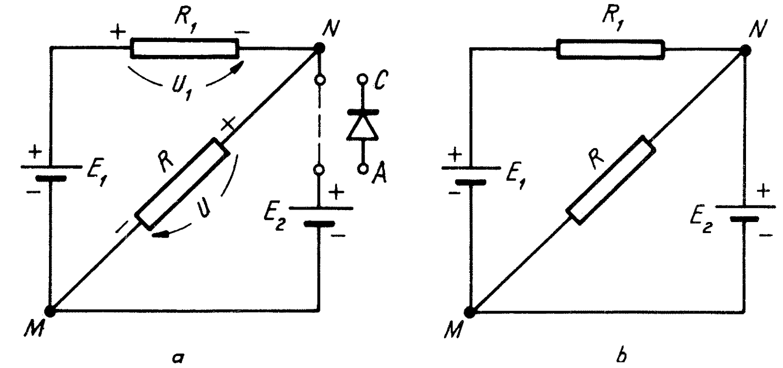


Fig. II.3.97, R

II.3.98. În acest caz dioda este polarizată invers și circuitul din figura II.3.98 este echivalent cu cel din figura II.3.97, R, *a*. Pentru tensiunea dintre punctele M și N se obține $U_{MN} = E_1R/(R_1 + R) = 6$ V.

II.3.99. Se observă că dioda este polarizată direct. Făcînd calculele se obține:

$$U_1 = E_1 = 24\ \text{V};\quad U_2 = \frac{E_1R_2 - E_2R_3}{R_2 + R_3} = 12\ \text{V}.$$

II.3.100. Dacă $U_1 > 0$, atunci dioda D este polarizată invers și circuitul din enunț este echivalent cu circuitul din figura II.3.100, R, *a* și deci $U_2 = \dfrac{R_2U_1}{R_1 + R_2} = \dfrac{1}{3}U_1$. Pentru $U_1 < 0$, dioda D este polarizată direct și deci $U_2 = 0$. Graficul complet al semnalului la ieșire în funcție de semnalul la intrare este prezentat în figura II.3.100, R, *b*.

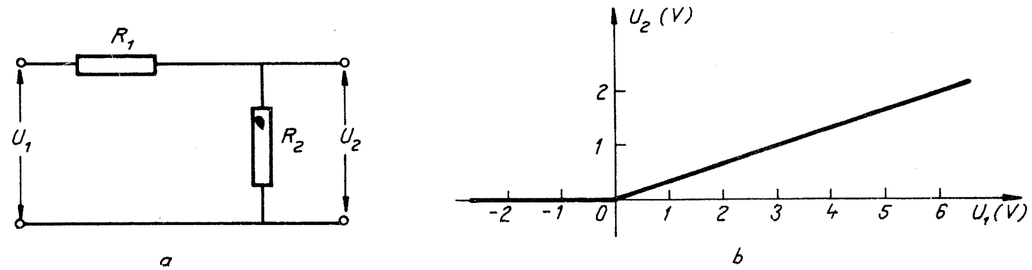


Fig. II.3.100, R

II.3.101. Pentru $0 < U_1 < 6$ V, dioda $D1$ este deschisă iar dioda $D2$ este blocată și deci, $U_2 = U_1$. Dacă $U_1 > 6$ V, ambele diode sînt deschise și cum rezistența diodei $D2$ este egală cu zero rezultă $U_2 = E = \text{const}$. Pentru $U_1 < 0$, atît $D1$ cît și $D2$ sînt blocate și deci, $U_2 = 0$. Dependența tensiunii de ieșire în funcție de tensiunea de intrare este prezentată în figura II.3.101, R (pag. 188).

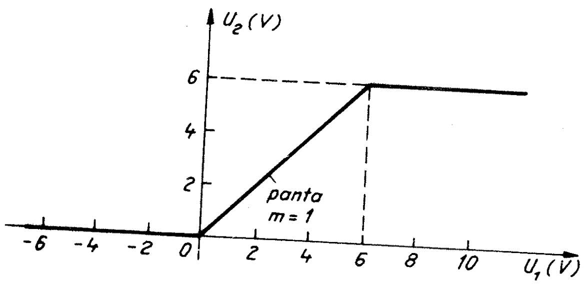


Fig. II.3.101, R

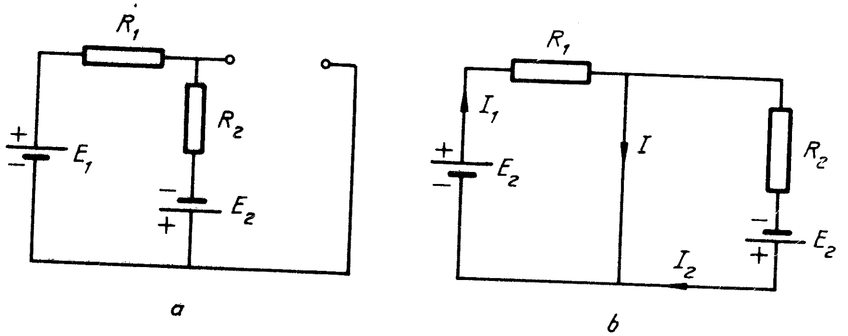


Fig. II.3.102, R

II.3.102. Pentru a determina starea de polarizare vom scoate dioda din circuit (fig. II.3.102, R, *a*) şi vom determina tensiunea U, la circuit deschis, între bornele unde se afla dioda. Aplicînd a doua lege a lui Kirchhoff, obţinem $U = \dfrac{E_1R_2 - E_2R_1}{R_1 + R_2} = +6$ V. Prin urmare dioda este polarizată direct şi deci circuitul din enunţ este echivalent cu circuitul din figura II.3.102, R, *b*, de unde rezultă: $I = I_1 - I_2 = \dfrac{E_1R_2 - E_2R_1}{R_1R_2} = 3$ mA.

II.3.103. Dacă $-E_0 < U_1 < E_0$, ambele diode sînt polarizate invers şi $U_2 = U_1$. Pentru $U_1 \geqslant E_0$, se deschide dioda $D2$ şi $U_2 = E_0$. Dacă însă $U_1 \leqslant -E_0$, atunci se deschide dioda $D1$ şi $U_2 = -E_0$. Dependenţa tensiunii de ieşire în funcţie de tensiunea de intrare este descrisă de funcţia:

$$U_2 = \begin{cases} -E_0, & \text{pentru} \quad U_1 \leqslant -E_0, \\ U_1, & \text{pentru} \quad -E_0 < U_1 < E_0, \\ E_0, & \text{pentru} \quad U_1 \geqslant E_0. \end{cases}$$

Graficul acestei funcţii este prezentat în figura II.3.103, R.

II.3.104. *a)* La polarizare directă, joncţiunea $p-n$ funcţionează ca o diodă ideală $D1$ cu rezistenţa dinamică $R_d = 12{,}5\ \Omega$ şi tensiunea de deschidere $U_0 = 0{,}3$ V (fig. II.3.104, R, *a*); *b)* La polarizare inversă, joncţiunea funcţionează ca o diodă ideală $D2$ cu rezistenţa dinamică $R_z = 250$ kΩ şi tensiunea de deschidere $U_z = -300$ V (fig. II.3.104, R, *b*); *c)* circuitul echivalent al joncţiunii este prezentat în figura II.3.104, R, *c*.

II.3.105. Dacă $-U_0 < U_{AB} < U_0$, diodele $D1$ şi $D2$ sînt blocate şi căderea de tensiune pe rezistenţa R_2 va fi $U_2 = U_{AB}/3$. În cazul cînd $U_1 > U_{AB} \geqslant U_0$ sau $-U_1 < U_{AB} \leqslant -U_0$, rezistenţa R_2 este şuntată de dioda $D1$ şi respectiv, de dioda $D2$. Prin urmare, în aceste situaţii, $U_2 = 0$. Graficul dependenţei $U_2 = f(U_{AB})$ este prezentat în figura II.3.105, R, de unde se vede că $U_{2max} = U_0/3$ şi $U_{2min} = -U_0/3$.

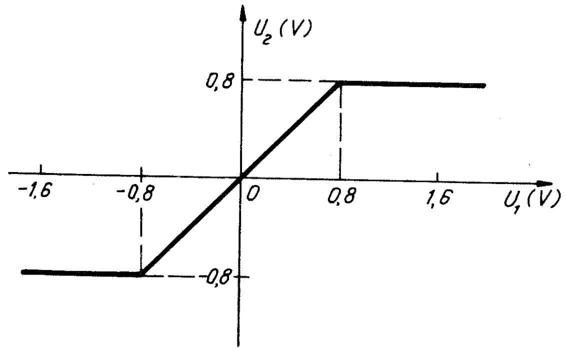


Fig. II.3.103, R

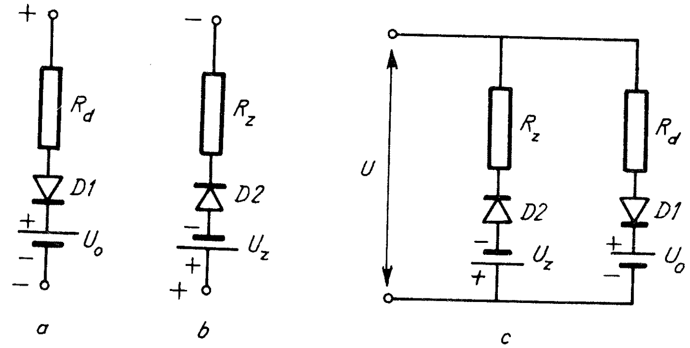


Fig. II.3.104 R,

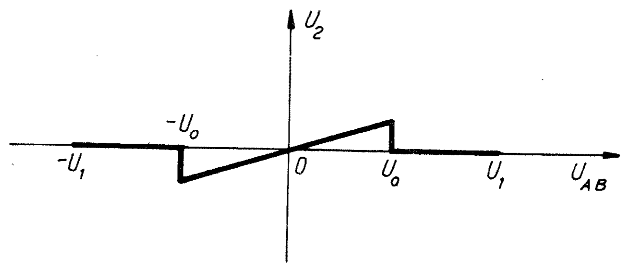


Fig. II.3.105, R

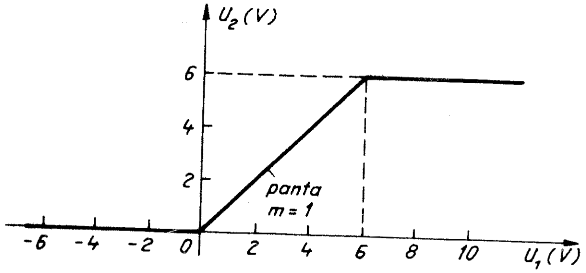


Fig. II.3.101, R

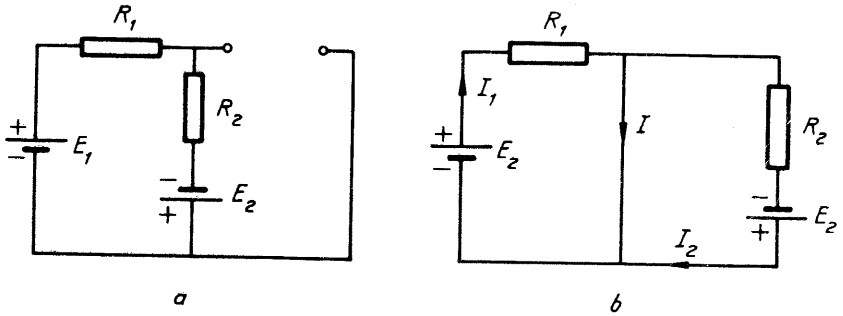


Fig. II.3.102, R

II.3.102. Pentru a determina starea de polarizare vom scoate dioda din circuit (fig. II.3.102, R, *a*) şi vom determina tensiunea U, la circuit deschis, între bornele unde se află dioda. Aplicînd a doua lege a lui Kirchhoff, obţinem $U = \dfrac{E_1R_2 - E_2R_1}{R_1 + R_2} = +6$ V. Prin urmare dioda este polarizată direct şi deci circuitul din enunţ este echivalent cu circuitul din figura II.3.102, R, *b*, de unde rezultă: $I = I_1 - I_2 = \dfrac{E_1R_2 - E_2R_1}{R_1R_2} = 3$ mA.

II.3.103. Dacă $-E_0 < U_1 < E_0$, ambele diode sînt polarizate invers şi $U_2 = U_1$. Pentru $U_1 \geqslant E_0$, se deschide dioda $D2$ şi $U_2 = E_0$. Dacă însă $U_1 \leqslant -E_0$, atunci se deschide dioda $D1$ şi $U_2 = -E_0$. Dependenţa tensiunii de ieşire în funcţie de tensiunea de intrare este descrisă de funcţia:

$$U_2 = \begin{cases} -E_0, & \text{pentru} \quad U_1 \leqslant -E_0, \\ U_1, & \text{pentru} \quad -E_0 < U_1 < E_0, \\ E_0, & \text{pentru} \quad U_1 \geqslant E_0. \end{cases}$$

Graficul acestei funcţii este prezentat în figura II.3.103, R.

II.3.104. *a)* La polarizare directă, joncţiunea $p-n$ funcţionează ca o diodă ideală $D1$ cu rezistenţa dinamică $R_d = 12{,}5\ \Omega$ şi tensiunea de deschidere $U_0 = 0{,}3$ V (fig. II.3.104, R, *a*); *b)* La polarizare inversă, joncţiunea funcţionează ca o diodă ideală $D2$ cu rezistenţa dinamică $R_z = 250$ kΩ şi tensiunea de deschidere $U_z = -300$ V (fig. II.3.104. R, *b*); *c)* circuitul echivalent al joncţiunii este prezentat în figura II.3.104, R. *c*.

12

II.3.105. Dacă $-U_0 < U_{AB} < U_0$, diodele $D1$ şi $D2$ sînt blocate şi căderea de tensiune pe rezistenţa R_2 va fi $U_2 = U_{AB}/3$. În cazul cînd $U_1 > U_{AB} \geqslant U_0$ sau $-U_1 < U_{AB} \leqslant -U_0$, rezistenţa R_2 este şuntată de dioda $D1$ şi respectiv, de dioda $D2$. Prin urmare, în aceste situaţii, $U_2 = 0$. Graficul dependenţei $U_2 = f(U_{AB})$ este prezentat în figura II.3.105, R, de unde se vede că $U_{2max} = U_0/3$ şi $U_{2min} = -U_0/3$.

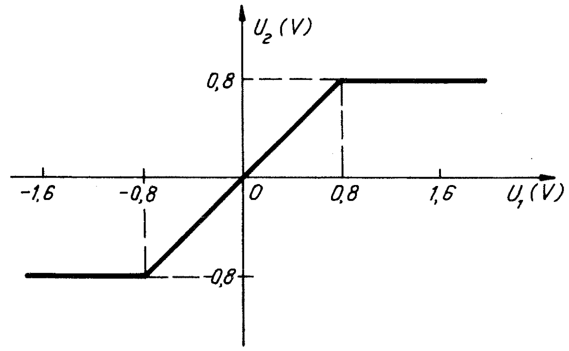


Fig. II.3.103, R

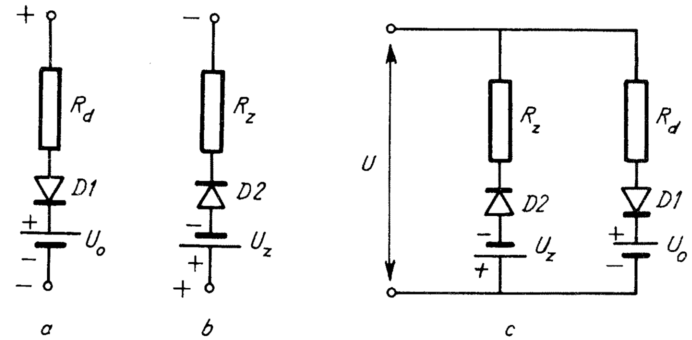


Fig. II.3.104 R,

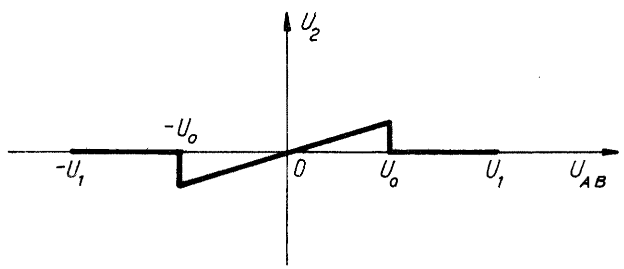


Fig. II.3.105, R

II.3.106. $U_{ab} = \dfrac{ER_2}{R_1 + R_2}$.

II.3.107. $\dfrac{I_1}{I_1'} = \dfrac{U_1}{U_1'} \cdot \dfrac{R_1'}{R_2}$ și cum $U_1' = U_1$, iar $R_1' > R_2$, rezultă $I_1 > I_1'$.

II.3.108. Dioda din circuit se deschide cînd $U \geqslant \dfrac{R_1 + R_2}{R_2} E$, sau $U \geqslant 10$ V.

Prin urmare: 1) $I_1 = 0$; $I_2 = \dfrac{U}{R_1 + R_2} = 2$ mA; 2) $I_1 = 0$; $I_2 = \dfrac{U}{R_1 + R_2} =$ $= 3$ mA; 3) din $I = I_1 + I_2$, $U = IR_1 + I_2R_2$ și $U = IR_1 + E$ rezultă

$$I_1 = \frac{U}{R_1} - \frac{E(R_1 + R_2)}{R_1 R_2} = 2 \text{ mA și } I_2 = \frac{E}{R_2} = 5 \text{ mA}.$$

II.3.109. Din sistemul: $I = SU_d$, $E = U_d + IR$, cu necunoscutele I și U_d, pentru coordonatele punctului static de funcționare se obține $U_d = 2{,}22$ V și $I = 8{,}89$ mA.

II.3.110. Dioda din circuit se deschide cînd tensiunea de intrare U_1 satisface condiția $U_1 \geqslant \dfrac{E(R_1 + R_2)}{R_2} = 15$ V.

În intervalul $-\infty < U_1 < 15$, avem $I_D = 0$ și $I = I_2 = \dfrac{U_1}{R_1 + R_2}$. Dacă $U_1 \geqslant 15$ V, atunci, aplicînd legile lui Kirchhoff, putem scrie sistemul: $I = I_D + I_2$; $U_1 = R_1 I + R_2 I_2$; $U_1 = R_1 I + E$; de unde se obține: $I = \dfrac{U_1 - E}{R_1}$; $I_D = \dfrac{U_1}{R_1} - \dfrac{E(R_1 + R_2)}{R_1 R_2}$; $I_2 = \dfrac{E}{R_2}$ sau, dacă exprimăm curenții în mA și tensiunile în V, atunci: $I = 10\,U_1 - 100$; $I_D = 10\,U_1 - 150$; $I_2 = 50$. Graficele sînt prezentate în figura II.3.110, R.

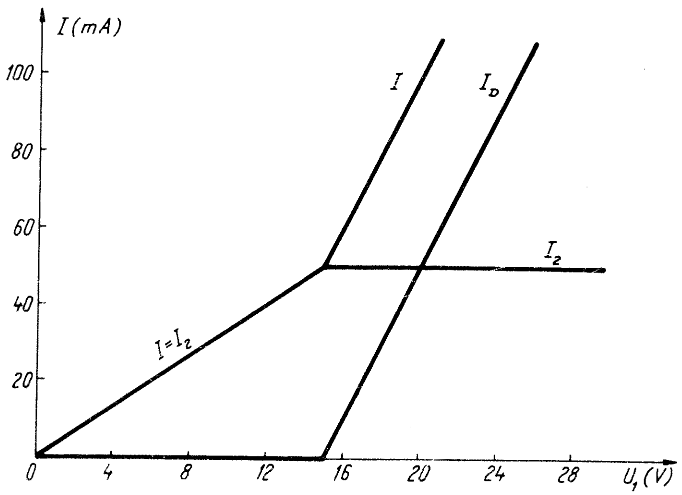


Fig. II.3.110, R

II.3.111. *a)* La polarizare directă dioda are rezistența dinamică $R_d = \dfrac{dU}{dI} = 10\ \Omega$ și tensiunea de deschidere $E_0 = 0{,}8$ V. Pentru $u < E_0$, dioda este blocată și intensitatea curentului prin circuit $i = 0$. Dacă $u \geqslant E_0$, dioda se deschide și curentul care trece prin circuit va avea intensitatea: $i = \dfrac{u - E_0}{R_s + R_d} =$

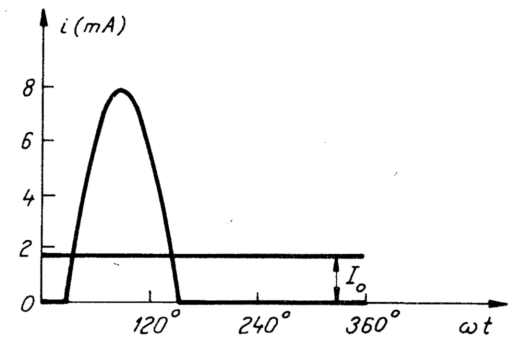


Fig. II.3.111, R

$= 16 \sin \omega t - 8$ (mA) de unde rezultă că $i \geqslant 0$ pentru $\omega t \in \left[\dfrac{\pi}{6}, \dfrac{5\pi}{6}\right]$.

Dependența curentului redresat de timp este prezentată în figura II.3.111, R. *b)* În decursul unei perioade curentul începe să treacă prin circuit cînd $\omega t_1 = \pi/6$ și este blocat cînd $\omega t_2 = 5\pi/6$. Intervalul de timp cît curentul trece prin circuit va fi $\Delta t = t_2 - t_1 = 4\pi/6\omega = 6{,}67 \cdot 10^{-3}$ s. *c)* Valoarea medie a curentului în circuit se calculează cu ajutorul relației:

$$I_0 = \frac{1}{T}\int_0^T i(t)\mathrm{d}t = \frac{1}{2\pi}\int_{\pi/6}^{5\pi/6} i(t)\mathrm{d}(\omega t) = 1{,}744 \text{ mA}.$$

d) Tensiunea pe rezistența de sarcină este $u_s = iR_s = \dfrac{R_s(U_m \sin \omega t - E_0)}{R_s + R_d}$

și are valoarea maximă $U_M = \dfrac{R_s(U_m - E_0)}{R_s + R_d} = 0{,}72$ V.

e) Valoarea medie a tensiunii pe rezistența de sarcină este:

$$U_0 = \frac{1}{T}\int_0^T u_s(t)\mathrm{d}t = \frac{1}{2\pi}\int_{\pi/6}^{5\pi/6} u_s(t)\mathrm{d}(\omega t) = 0{,}157 \text{ V},$$

sau, mai simplu, $U_0 = R_s I_0 = 0{,}157$ V.

f) Din relația $u_D = u - u_s$, rezultă: $u_D = \dfrac{U_m R_d \sin \omega t_0 + R_s E_0}{R_d + R_s} = 0{,}88$ V.

II.3.112. *a)* Amplitudinea tensiunii în secundar este $U_2 = U_1 \dfrac{n_2}{n_1} = 40$ V, iar rezistența serie în secundar este dată de relația $R_T = r_2 + R_s + R_d$, unde $R_d = 1/S = 10^3\ \Omega$ este rezistența diodei în polarizare directă. Intensitatea curentului din circuitul de redresare este $i = \dfrac{u_2}{r_2 + R_s + R_d} = \dfrac{U_2}{r_2 + R_s + R_d} \sin \omega t$

și are valoarea maximă $I_M = \dfrac{U_2}{R_s + R_d + r_2} = 10$ mA.

Valoarea eficace a curentului este dată de:

$$I_E^2 = \frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)\mathrm{d}t = \frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} i^2(t)\mathrm{d}(\omega t) = \frac{I_M^2}{4}; \quad I_E = \frac{I_M}{2} = 5 \text{ mA}.$$

b) Componenta continuă a curentului este $I_0 = \frac{1}{T}\int_0^T i(t)\mathrm{d}t = \frac{I_M}{\pi} = 3{,}18$ mA, iar tensiunea redresată pe rezistența de sarcină este $U_0 = I_0R_s = 7{,}95$ V. c) Factorul de ondulație se definește ca fiind raportul dintre tensiunea eficace și tensiunea medie pe rezistența de sarcină $\gamma = \frac{U_E}{U_0} = \frac{I_ER_s}{I_0R_s} = \frac{\pi}{2} = 1{,}57$. Uneori se mai definește și factorul de ondulație γ' dat de relația: $\gamma' = \sqrt{(I_E/I_0)^2 - 1} = \sqrt{(\pi/2)^2 - 1} = 1{,}21$.
d) Puterea de curent continuu absorbită de sarcină este $P_0 = U_0I_0$, iar puterea absorbită de la rețea de circuitul de redresare pe durata unei perioade este: $P_a = \frac{I_M}{\sqrt{2}}\frac{U_2}{\sqrt{2}}\frac{1}{2} = \frac{1}{4}\frac{U_2^2}{(R_s + R_d + r_2)}$ și deci, randamentul de redresare va fi:

$$\eta = \frac{P_0}{P_a} = \frac{(I_M/\pi)(I_M/\pi)R_s}{(1/4)U_2^2/(R_d + R_s + r_2)} = \frac{4}{\pi^2}\cdot\frac{R_s}{R_d + R_s + r_2} = 25{,}33\%.$$

II.3.113. a) Rezistența diodei la polarizare directă este $R_d = S^{-1} = 20\ \Omega$, iar rezistența serie totală din secundar este $R = r_2 + R_d = 38\ \Omega$. Intensitatea curentului din circuitul secundarului este $i = \frac{U_2\sin\omega t - E}{R}$, iar curentul maxim de încărcare va avea intensitatea $I_M = \frac{U_2 - E}{R} = 315{,}8$ mA.
b) Dioda se deschide cînd $\omega t_1 = \alpha$ și se blochează cînd $\omega t_2 = \pi - \alpha$. Unghiul α se determină din relația $U_2\sin\alpha = E$ și are valoarea $\alpha = \pi/6$. Intensitatea medie a curentului de încărcare a bateriei va fi: $I_0 = \frac{1}{T}\int_0^T i(t)\mathrm{d}t = \frac{1}{2\pi R}\int_\alpha^{\pi-\alpha}(U_2\sin\omega t - E)\mathrm{d}(\omega t) = \frac{U_2}{\pi R}\left[\cos\alpha + \left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)\sin\alpha\right] = 68{,}8$ mA.

II.3.114. a) $U_M = \frac{\pi U_0}{2} = 37{,}68$ V; b) $I_M = \frac{\pi I_0}{2} = 314$ mA; c) $I_{D0} = \frac{I_0}{2} = 100$ mA; d) $|U_{D,max}| = I_MR_s = \frac{\pi U_0}{2} = 37{,}68$ V; e) $I_{D,max} = I_M = 314$ mA.

II.3.115. a) $U_{2,ef} = U_{1,ef}\frac{n_2}{n_1}$; $U_2 = U_{2,ef}\sqrt{2} = 20\sqrt{2} = 28{,}28$ V; b) $U_M = U_{2,ef}\sqrt{2} = 20\sqrt{2} = 28{,}28$ V; c) $U_0 = \frac{1}{T}\int_0^T u_2(t)\mathrm{d}t = 2\frac{1}{2\pi}\int_0^\pi U_2\sin\omega t\,\mathrm{d}(\omega t) = \frac{2U_2}{\pi} = 18{,}02$ V; d) $i_1(t) = \frac{u_2(t)}{R_s} = \frac{U_2}{R_s}\sin\omega t$; $I_M = \frac{U_2}{R_s} = 28{,}3$ mA; e) $I_0 = \frac{U_0}{R_s} = \frac{2U_2}{\pi R_s} = 18$ mA.

II.3.116. Folosind legile lui Kirchhoff $I = I_z + I_s$ și $E = RI + U_z$ cît și relațiile $U_z = U_{z0} + R_zI_z$ și $U_z = I_sR_s$, obținem:

$$U_z = \frac{R_zR_s}{R_sR + R_sR_z + RR_z}E + \frac{RR_s}{R_sR + R_sR_z + RR_z}U_{z0}$$

unde U_{z0} este tensiunea de deschidere a diodei Zener, iar U_z este căderea de tensiune dintre punctele A și B. Dacă tensiunea electromotoare variază cu $\Delta E = 0{,}1\,E$, atunci $\Delta U_z = \frac{R_zR_s}{R_sR + R_sR_z + RR_z}E = 9\cdot10^{-3}E$.

II.3.117. Pentru un R dat, avem: $I = I_z + I_s = \frac{E - U_z}{R} =$ const. și deci $I_{z,max} + I_{s,min} = I_{z,min} + I_{s,max}$ dar cum, $I_{s,min} = 0$, cînd $R_s = \infty$, rezultă $I_{s,max} = I_{z,max} - I_{z,min} = 295$ mA. Rezistența R se determină din relația $R = (E - U_z)/(I_z + I_s)$ și are valori cuprinse între $R = R_{min}$ cînd $I_z = I_{z,max}$ și $R = R_{max}$ cînd $I_z = I_{z,min}$. Prin urmare:

$$R \geqslant R_{min} = \frac{E - U_z}{I_{z,max} + I_{s,min}} = 66{,}67\ \Omega \text{ și}$$

$$R \leqslant R_{max} = \frac{E - U_z}{I_{z,min} + I_{s,max}} = 66{,}67\ \Omega.$$

Deci, pentru variația admisă a curentului I_s, rezistența $R = 66{,}67\ \Omega$.

II.3.118. a) $I_{s,min} = 0$ și $I_{s,max} = I_{z,max} - I_{z,min} = 95$ mA; b) $R = \frac{E - U_z}{I_{z,min} + I_{s,max}} = \frac{E - U_z}{I_{z,max} + I_{s,min}} = 1$ kΩ; c) $E_{min} = R(I_{z,min} + I_s) + U_z = 52$ V; $E_{max} = R(I_{z,max} + I_s) + U_z = 147$ V.

II.3.119. a) $1 < \gamma \leqslant (I_{z,max}/I_{z,min})$ sau $1 < \gamma \leqslant 11$; b) $I_{s0} = \frac{I_{s,max} - \gamma I_{z,min}}{\gamma - 1} = 45$ mA; c) $R_s = \frac{U_z(\gamma - 1)}{I_{z,max} - \gamma I_{z,min}} = 600\ \Omega$; d) $R_{max} = \frac{E - U_z}{I_{z,min} + I_{s0}}$; $R_{min} = \frac{E - U_z}{I_{z,max} + I_{s0}}$; $R \in [280;\ 560]\ \Omega$ cînd $\gamma = 2$ și $R \in [373;\ 1\,120]\ \Omega$ cînd $\gamma = 3$.

II.3.120. a) $I_z = \frac{E - RI_s - U_z}{R + R_z} = 4{,}4$ mA; b) $U = U_z + R_zI_z = 8{,}044$ V; c) $P = UI_z = 35{,}4$ mW; d) $\Delta U = \Delta E\frac{R_z}{R + R_z} = 0{,}02$ V.

EFECTUL FOTOVOLTAIC ÎN JONCȚIUNEA *p-n*. APLICAȚII

II.3.121. a) Numărul de fotoni incidenți pe unitatea de suprafață și în unitatea de timp este $\Phi_0 = \frac{\Phi_e}{\varepsilon} = 7{,}5\cdot10^{21}$ fotoni/m^2·s și deci, fotocurentul la scurtcircuit va fi $I_{SC} = -I_L = -eSQ\Phi_0 = -2{,}4$ mA; b) $U_{CD} = \frac{kT}{e}\ln\left(1 + \frac{I_L}{I_s}\right) = 0{,}327$ V.

II.3.122. *a)* $N = \frac{W\lambda}{hc} = 2 \cdot 10^{18}$ perechi electron-gol; *b)* $\Delta N = \frac{I_L \cdot \Delta t}{e} = 5 \cdot 10^{17}$ perechi electron-gol separate.

II.3.123. $U_{CD} = \frac{kT}{e} \ln\left(1 + \frac{I_L}{I_s}\right) = 0{,}316$ V.

II.3.124. *a)* Pentru fiecare intensitate a radiației incidente se construiesc graficele $P = UI = f(U)$, care sînt niște curbe cu cîte un maxim corespunzător puterii maxime pe care o poate debita fotoelementul în circuitul extern. Astfel se obține: $P_{1,\,max} = 1{,}17$ mW; $P_{2,\,max} = 2{,}46$ mW; $P_{3,\,max} = 3{,}81$ mW; $P_{4,\,max} = 5{,}18$ mW; $P_{5,\,max} = 6{,}58$ mW; $P_{6,\,max} = 8{,}00$ mW. *b)* $R_1 = 84{,}95\ \Omega$; $R_2 = 44{,}50\ \Omega$; $R_3 = 30{,}46\ \Omega$; $R_4 = 23{,}27\ \Omega$; $R_5 = 18{,}88\ \Omega$; $R_6 = 15{,}91\ \Omega$. *c)* Rezistențele de sarcină optime scad deoarece, pe măsură ce intensitatea radiației incidente crește, rezistența internă a fotoelementului scade.

II.3.125. *a)* Din caracteristica curent-tensiune $I = I_s(e^{eU/kT} - 1) - I_L$, pentru rezistența internă a fotoelementului obținem:

$$R = \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}I} = \frac{kT}{eI_s} \cdot \frac{I_s}{I + I_L + I_s}.$$

În absența iluminării $I = I_L = 0$ și deci rezistența internă a fotoelementului va fi $R_0 = \frac{kT}{eI_s} = 2{,}5 \cdot 10^4\ \Omega$; *b)* $U_{CD} = \frac{kT}{e} \ln\left(1 + \frac{I_L}{I_s}\right) = 270$ mV; *c)* rezistența de sarcină care corespunde regimului de putere maximă este dată de $R_m = \frac{kT}{eI_s} e^{-eU_m/kT} = R_0 e^{-eU_m/kT}$ și deci, $U_m = \frac{kT}{e} \ln \frac{R_0}{R_m} = 213$ mV; *d)* din relația $R_m = R_0 \cdot \frac{I_s}{I_m + I_L + I_s}$ obținem curentul care trece prin circuitul extern în regim de putere maximă $I_m = I_s\left(\frac{R_0}{R_m} - 1\right) - I_L = -45$ mA. Randamentul de conversie va fi $\eta = \frac{|U_m I_m|}{P} = 12\%$.

TRANZISTORUL

II.3.126. Din relațiile $I_E = I_C + I_B$ și $I_C = \alpha I_E + I_{CBO}$, rezultă $I_C = \frac{\alpha}{1 - \alpha} I_B + \frac{1}{1 - \alpha} I_{CBO} = 2{,}89$ mA.

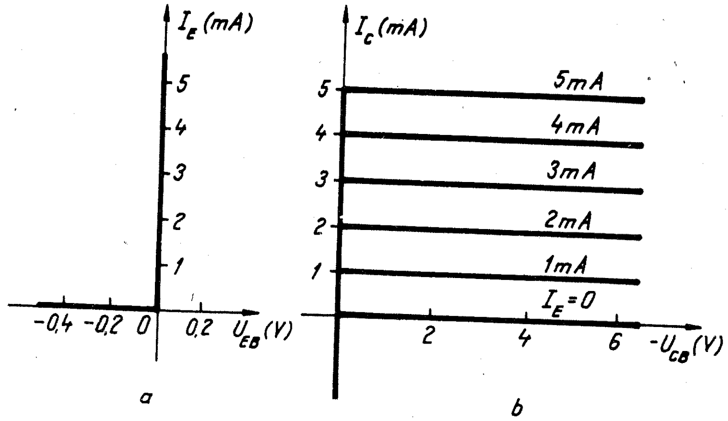


Fig. II.3.127, R

II.3.127. În figura II.3.127, R sînt prezentate caracteristicile de intrare (*a*) și ieșire (*b*).

II.3.128. *a)* Pe caracteristicile de intrare, la intersecția dintre $U_{BE} = 0{,}8$ V și $U_{CE} = 10$ V, se obține $I_B = 50\ \mu$A. Utilizînd caracteristicile de ieșire, la intersecția dintre $I_B = 50\ \mu$A și $U_{CE} = 10$ V, se obține $I_C = 5$ mA. *b)* Pe caracteristicile de ieșire, la intersecția dintre $I_C = 4$ mA și $I_B = 40\ \mu$A, se obține $U_{CE} = 6{,}2$ V, iar pe caracteristicile de intrare, la intersecția dintre $I_B = 40\ \mu$A și $U_{CE} = 6{,}2$ V, se obține $U_{BE} = 0{,}77$ V.

II.3.129. *a)* Pe caracteristicile de ieșire (fig. II.3.128), la intersecția dintre $U_{CE} = 10$ V și $I_C = 3$ mA, se obține $I_B = 25\ \mu$A și deci $\beta = I_C/I_B = 120$; *b)* $\alpha = \frac{\beta}{1 + \beta} = 0{,}9917$; *c)* $I_{CEO} = 600\ \mu$A; *d)* $I_{CBO} = \frac{I_{CEO}}{1 + \beta} = 4{,}96\ \mu$A.

II.3.130. Curentul de colector este $I_C = \alpha I_E + I_{CBO} = 4{,}91$ mA și cum $I_E = I_C + I_B$, pentru curentul din bază obținem $I_B = I_E - I_C = 90\ \mu$A. Curentul $I_B = 0$ cînd $I_E = I_C = \alpha I_E + I_{CBO}$ sau $I_E = \frac{I_{CBO}}{1 - \alpha} = I_{CEO} = 0{,}5$ mA.

II.3.131. $\alpha = \frac{I_C - I_{CBO}}{I_C + I_B} = 0{,}99$; $I_{CEO} = I_C|_{I_B = 0} = \frac{I_{CBO}}{1 - \alpha} = 10\ \mu$A.

II.3.132. *a)* În circuitul de emitor aplicăm legea a doua a lui Kirchhoff și obținem $I_E = \frac{E_E - U_{BE}}{R_E} = 3{,}3$ mA.
Curentul din colector va fi:

$$I_C = \frac{\beta}{\beta + 1} I_E + I_{CBO} = 3{,}28 \text{ mA}.$$

Pentru tensiunea dintre colector și bază avem $U_{CB} = E_C - R_C I_C = 2{,}86$ V; *b)* tranzistorul se află în regim activ normal atîta timp cît $U_{CB} = E_C - R_C I_C \geq 0$, sau $I_C \leq \frac{E_C}{R_C}$ dar cum $I_C = \frac{\beta}{1+\beta}\cdot\frac{E_E - U_{BE}}{R_E} + I_{CBO}$ rezultă $E_E \leq E_{EM} = \frac{1+\beta}{\beta}\cdot\left(\frac{R_E}{R_C}E_C - R_E I_{CBO}\right) + U_{BE} = 4{,}72$ V.

II.3.133. *a)* Din $I_{C1} = \alpha I_{E1} + I_{CBO}$ și $I_{C2} = \alpha I_{E2} + I_{CBO}$, rezultă $\alpha = \frac{I_{C2} - I_{C1}}{I_{E2} - I_{E1}} = 0{,}9895$; *b)* $I_{CBO} = \frac{I_{C1}I_{E2} - I_{C2}I_{E1}}{I_{E2} - I_{E1}} = 2$ μA; *c)* $I_E = I_{CEO} = I_{CBO}/(1 - \alpha) = 190$ μA.

II.3.134. *a)* Din sistemul, $I_E = I_C + I_B$, $I_C = \beta I_B + (1+\beta)I_{CBO}$, $E_B = R_B I_B + U_{BE} + R_E I_E$, $E_C = R_C I_C + U_{CE} + R_E I_E$ se obține,

$$I_C = \frac{\beta(E_B - U_{BE})}{R_B + R_E(1+\beta)} + \frac{(1+\beta)(R_E + R_B)}{R_B + R_E(1+\beta)} I_{CBO} = 1{,}478 \text{ mA și}$$

$$U_{CE} = E_C - I_C\left(R_C + R_E\cdot\frac{1+\beta}{\beta}\right) - \frac{R_E}{\beta}\cdot I_{CBO} = 5{,}5 \text{ V};$$ *b)* deoarece $U_{CE} = 5{,}5$ V este pozitivă și suficient de mare iar $U_{BE} = 0{,}6 \text{ V} > 0$, rezultă că tranzistorul se află în regim activ normal de funcționare.

II.3.135. $R_B = \frac{E_C - U_{EB}}{I_B} = 230\ \Omega$; $R_C = \frac{(1-\alpha)(E_C - U_{EC})}{\alpha I_B + I_{CBO}} = 2\ \Omega$.

II.3.136. $R_C = \frac{E_C - U_{BC}}{I_C} = 5$ kΩ; $R_E = \frac{(E_E - U_{EB})\alpha}{I_C - I_{CBO}} = 1\,766\ \Omega$.

II.3.137. *a)* $I_B = \frac{E_C - U_{BE}}{R_B + (\beta+1)R_E} = 39{,}53$ μA; $I_E = (\beta+1)I_B = 1{,}82$ mA; *b)* $U_{CE} = \frac{E_C R_B + R_E(\beta+1)U_{BE}}{R_B + (\beta+1)R_E} = 4{,}45$ V.

II.3.138. *a)* $\beta = \frac{\alpha}{1-\alpha} = 332{,}3$; *b)* $R_1 = \frac{E_C - U_{BE}}{11\,I_C}\cdot\frac{\alpha}{1-\alpha} = 170{,}7$ kΩ; $R_2 = \frac{U_{BE}}{10\,I_C}\cdot\frac{\alpha}{1-\alpha} = 11{,}63$ kΩ. $R_3 = \frac{E_C - U_{CE}}{I_C} = 3{,}5$ kΩ.

II.3.139. $R_2 = \frac{R_1(E_C - U_{CE}) - R_B(\beta+1)(U_{CE} - U_{BE})}{\beta(E_C - U_{BE})} = 726\ \Omega$.

II.3.140. $I_E = \frac{U_z - U_{EB}}{R_E} = 3{,}3$ mA; $I_C = \alpha I_E = 2{,}97$ mA;

$$U_{BC} = \frac{-E_C R_E + \alpha U_{EB} R_C - U_z(R_E + \alpha R_C)}{R_E} = 2{,}09 \text{ V}.$$

II.3.141. *a)* Pentru circuitul de intrare avem $E_B = U_{EB} + I_B R_B$, iar curentul din colector va fi dat de $I_C = \beta I_B = (E_B - U_{EB})\cdot\frac{\beta}{R_B}$. Pentru circuitul de ieșire putem scrie $E_0 = E_C - I_C R_C$ și deci, $E_0 = E_C - \beta(E_B - U_{BE})\cdot\frac{R_C}{R_B} = -708$ V; *b)* dacă tensiunea sursei de intrare se modifică cu ΔE_B, atunci la ieșire vom obține o variație de tensiune $\Delta E_0 = -\beta\frac{R_C}{R_B}\Delta E_B = -0{,}8$ V.

II.3.142. a) Din relațiile: $E_B = I_B R_B + U_{EB} + I_E R_E$, $E_C = E_0 + I_C R_C$, $I_C = \beta I_B$, $I_E = (1+\beta)I_B$ obținem, $E_0 = E_c - \frac{\beta R_C(E_B - U_{EB})}{R_B + (1+\beta)R_E} = -226{,}4$ V;

b) $\Delta E_0 = -\frac{\beta R_C}{R_B + (1+\beta)R_E}\Delta E_B = -0{,}265$ V.

II.3.143. Baza tranzistorului este alimentată de la sursa E_C prin divizorul de tensiune $R_1 + R_2$. Căderea de tensiune, la circuit deschis, între punctele *M* și *N* de la intrarea bazei este

$$E_B = E_C\frac{R_2}{R_1 + R_2}.$$

Observăm că în raport cu punctele *M* și *N* rezistențele R_1 și R_2 sînt conectate în paralel și deci rezistența echivalentă de la intrarea bazei va fi

$$R_B = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

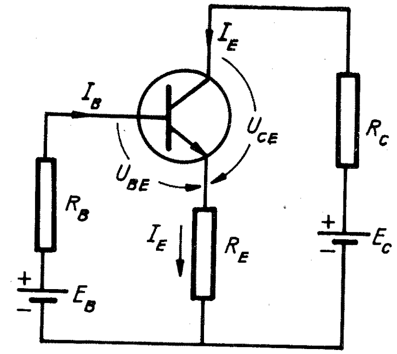


Fig. II.3.143, R

Astfel, circuitul inițial se poate înlocui cu un circuit echivalent mai simplu (fig. II.3.143, R) pentru care putem scrie relațiile: $E_B = R_B I_B + U_{BE} + R_E I_E$, $E_C = R_C I_C + U_{CE} + R_E I_E$, $I_E = I_B + I_C$, $I_C = \beta I_B + (1+\beta)I_{CBO}$, din care obținem:

$$I_C = \frac{\beta(E_B - U_{BE})}{R_B + (1+\beta)R_E} + \frac{R_B + R_E}{R_B + (1+\beta)R_E} I_{CBO} \text{ și}$$

$$U_{CE} = E_C - \frac{\beta R_C + (1+\beta)R_E}{\beta} I_C + \frac{(1+\beta)R_E}{\beta} I_{CBO}.$$

Dacă $I_{CBO} = 0$, atunci:

$$I_C = \frac{\beta(E_B - U_{BE})}{R_B + (1+\beta)R_E} = 2{,}26 \text{ mA și } U_{CE} = E_C - \left(R_C + \frac{1+\beta}{\beta}R_E\right)I_C = 6{,}41 \text{ V}.$$

II.3.144. $R_E = \dfrac{\beta(E_C - I_C R_C - U_{CE})}{(1+\beta) I_C} = 199\ \Omega$; $R_B = \dfrac{\beta(E_B - U_{BE})}{I_C} - (1+\beta) R_E = 28\ \text{k}\Omega$; $R_1 = R_B \cdot \dfrac{E_C}{E_B} = 210\ \text{k}\Omega$; $R_2 = R_1 \cdot \dfrac{E_B}{E_C - E_B} = 32{,}3\ \text{k}\Omega$.

II.3.145. *a)* Scriind legea a doua a lui Kirchhoff pentru circuitele de intrare şi ieşire şi ecuaţiile fundamentale ale tranzistorului: $E_B = I_B R_B + I_E R_E + U_{BE}$, $E_C = I_C R_C + I_E R_E + U_{CE} = I_C R_C + E_0$, $I_C = \beta I_B$, $I_E = I_C + I_B$ se formează un sistem de ecuaţii din care obţinem $E_0 = E_C - \dfrac{\beta R_C (E_B - U_{BE})}{R_B + (1+\beta) R_E} = -919{,}15$ V; *b)* $\Delta E_0 = -\Delta E_B \cdot \dfrac{\beta R_C}{R_B + (1+\beta) R_E} = -0{,}662$ V;

c) $A_v = \dfrac{\Delta E_0}{\Delta E_B} = -\dfrac{\beta R_C}{R_B + (1+\beta) R_E}$; A_v (pentru $R_E = 0\ \Omega$) $= -2\,000$; A_v (pentru $R_E = 10\ \Omega$) $= -662$; A_v (pentru $R_E = 100\ \Omega$) $= -94{,}34$; A_v (pentru $R_E = 1\,000\ \Omega$) $= -9{,}85$.

NUCLEUL ATOMIC: CONSTITUENŢII SĂI, MASA, ENERGIA DE LEGĂTURĂ, DIMENSIUNI, MODELE NUCLEARE

II.4.1. Masa unui atom de ^{12}C este $12/N_A$ grame şi deci, conform definiţiei $1\ \text{u} = 1{,}660434 \cdot 10^{-24}$ kg $= 1{,}660434 \cdot 10^{-27}$ kg. Echivalentul în energie va fi $1\ \text{uc}^2 = 1{,}492324 \cdot 10^{-10}$ J $= 931{,}48$ MeV. S-a folosit relaţia de transformare: $1\ \text{eV} = 1{,}60210 \cdot 10^{-19}$ J. *Precizare:* în calculele curente se pot folosi valorile: $1\text{u} = 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg; $1\ \text{uc}^2 = 931{,}5$ MeV; $1\ \text{eV} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J : $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$. Aceste valori vor fi folosite în rezolvarea problemelor din acest capitol.

II.4.2. Sugerează concluzia că nucleul ar putea fi compus dintr-un număr corespunzător de nuclee de hidrogen. Concluzia nu este corectă căci sarcina nucleului ar fi egală cu numărul de nucleoni.

II.4.3. Izotopi: ^{14}0 şi ^{16}0; izobari: ^{14}C, ^{14}N şi ^{14}O.

II.4.4. În relaţia de definiţie adăugăm şi scădem Z mase de electroni: $W(A, Z) = Z(m_p + m_e)c^2 + (A - Z)m_n c^2 - [m(A, Z) + Z m_e]c^2$. Prin definiţie sînt adevărate relaţiile: $(m_p + m_e)c^2 = M_H c^2 + W_e(1)$; $[m(A, Z) + Z m_e]c^2 = M(A, Z) + W_e(Z)$. Pentru $W(A, Z)$ rezultă: $W(A, Z) = [Z M_H + (A - Z)m_n - M(A, Z)]c^2 + [Z W_e(1) - W_e(Z)]$. Deoarece $W_e(Z)$ este de ordinul eV iar energia de legătură a nucleului de ordinul MeV, rezultă inegalitatea: $[Z M_H + (A - Z)m_n - M(A, Z)]c^2 \gg Z W_e(1) - W_e(Z)$ şi deci relaţia (2) din textul problemei poate fi folosită pentru a exprima energia de legătură a nucleului. În cazul aplicaţiei numerice se obţine: $[26\ M_H + 31\ m_n - M_{Fe}]c^2 \simeq 500$ MeV; $26\ W_e(1) - W_e(26) \simeq -0{,}031$ MeV.

II.4.5. *a)* $m_e = 5{,}486746 \cdot 10^{-4}\ \text{u} \simeq 0{,}511$ MeV; *b)* $M_H = m_p + m_e = 1{,}0078149$ u; *c)* $M_{^2H} = M_H + m_n - W_d/1\ \text{uc}^2 = 2{,}0140969$ u.

II.4.6. *a)* $M_{Li} = 3\ M_H + 5\ m_n - W/931{,}5 = 8{,}0224646$ u; *b)* $M_C = 6\ M_H + 4\ m_n - 10\ B/931{,}5 = 10{,}016771$ u.

II.4.7. $S_m = [M(A - x, Z - y) - (Z - y)m_p - (A - x - Z + y)m_n]c^2 + [m(x, y) - y m_p - (x - y)m_n]c^2 - [M(A, Z) - Z m_p - (A - Z)m_n]c^2 = W(A, Z) - W(x, y) - W(A - x, Z - y)$.

II.4.8. Deoarece $M_H \simeq M_{H_2}/2$ rezultă $m_n = W/931{,}5 + M_H - \Delta M = (1{,}00868 \pm 4 \cdot 10^{-5})$u.

II.4.9. $M_X = M_{Pb} + M \quad + \dfrac{E_\alpha}{931{,}5}\left(1 + \dfrac{M_{He}}{M_{Pb}}\right) = 209{,}98287$ u; este vorba de nucleul ^{210}Po.

II.4.10. ${}^A_Z X \to {}^{A-2}_{Z-1} Y + d$; $S_d = W_X - W_Y - W_d = 2\,B - W_d = 13{,}77$ MeV.

II.4.11. Cu aproximaţia $M(A, Z) \simeq A$ (u) rezultă $B = 0{,}0082452$ u $\simeq 7{,}68$ MeV.

II.4.12. $B = 7{,}074$ MeV.

II.4.13. $W_d = (2\ M_H - M_D)c^2 + E_{\beta,\,max} = 2{,}223$ MeV.

II.4.14. 7,274 MeV; 2,425 MeV.

II.4.15. 7,16 MeV.

II.4.16. Pentru procesul ^{9}Be $\to 2\alpha + n$ se obţine $E_m = 9\ B_{Be} - 8\ B_{He} \simeq 1{,}46$ MeV.

II.4.17. În acest scop, trebuie ca lungimea de undă λ, asociată electronilor să fie comparabilă cu raza nucleului R şi deci $p = \dfrac{h}{R} = \dfrac{1}{c}\sqrt{E(E + 2m_e c^2)}$. Rezultă că energia cinetică E a electronilor este ≈ 602 MeV în cazul împrăştierii pe nucleele de ^{4}He şi de ≈ 154 MeV în cazul nucleelor de uraniu.

II.4.18. Pentru nucleele ${}^A_Z X$ şi ${}^A_{Z-1} Y$ diferenţa energiilor de legătură este $\Delta W = (M_H - m_n + M_Y - M_X)c^2$. Pe de altă parte energia W este formată din doi termeni: $W = W_n + W_c$ în care W_n este un termen pozitiv, datorat forţelor nucleare iar W_c este un termen negativ care provine din repulsia coulombiană între protonii nucleului; deci $W_c = -E_c$. Rezultă: $\Delta W = W_n^X - W_n^Y - (E_c^X - E_c^Y)$. În cazul nucleelor precizate în problemă se obţine: $\Delta W \simeq -3{,}00$ MeV şi $E_c^N - E_c^C \simeq 3{,}04$ MeV. Rezultă că $W_n^N - W_n^C = 0{,}04$ MeV; considerînd această energie neglijabilă se deduce că $\Delta W \simeq -\Delta E_c$ şi faptul că $W_n^N \simeq W_n^C$. Ultima relaţie arată că forţele nucleare sînt aceleaşi în nucleele date. Acest adevăr exprimă principiul „independenţei de sarcină" a forţelor nucleare, adică forţele nucleare sînt aceleaşi între orice pereche de doi nucleoni: $n - n$, $n - p$ sau $p - p$. În cazul $p - p$ există şi forţe electrostatice de respingere; dacă scădem contribuţia acestor forţe, în sistemul $p - p$ forţele nucleare vor fi egale cu cele din sistemele $n - n$ sau $n - p$. Datorită acestui principiu se poate considera că $\Delta W = |\Delta E_c|$, adevăr verificat, aproximativ, numeric în cazul acestei probleme.

II.4.19. $r_0 \simeq 1{,}385$ F.

II.4.20. Pentru procesul ${}^A_Z X \to {}^A_{Z-1} Y + \beta^+ + \nu$ rezultă $(M_X - M_Y)c^2 = 2m_e c^2 + E_{\beta M}$. *a)* Din egalitatea $\Delta W = |\Delta E_c|$ rezultă $k\dfrac{6(Z-1)}{5R} = (m_n - M_H)c^2 + 2m_e c^2 + E_{\beta M}$ şi în final, pentru r_0 se obţine expresia căutată: $r_0 = \dfrac{1{,}728(Z-1)}{A^{1/3}(E_{\beta M} + 1{,}804)}$ (F); în această relaţie energia $E_{\beta M}$ este exprimată

în MeV iar r_0 se obține în fermi. *b)* În ordinea din tabel pentru r_0 se obțin valorile: 1,546; 1,483; 1,525; 1,455; 1,465; 1,417; 1,374; 1,410; 1,390; 1,386 (F). *c)* $\bar{r}_0 = \sum_{i=1}^{10} r_{0i}/10 = 1,445$ (F), rezultat ce concordă cu valorile determinate experimental. Se pot deduce următoarele concluzii: validitatea relației $R = r_0 \cdot A^{1/3}$ care arată că volumul nucleului este proporțional cu numărul de nucleoni pe care-i conține; distribuția uniformă a sarcinii electrice în interiorul nucleului este corectă; independența de sarcină a forțelor nucleare.

II.4.21. Rezultă că densitatea nucleului este constantă.

II.4.22. $n_0 = 3\,A/(4\pi R^3) = 8,7 \cdot 10^{43}$; $\rho \simeq A(u)/V \simeq 14,44 \cdot 10^{16}$ kg/m³.

II.4.23. $\rho = 3(mc^2 - B)/(4\pi r_0^3 \cdot c^2) \simeq 20,22 \cdot 10^{16}$ kg/m³.

II.4.24. Forțele nucleare sînt atractive și mult mai intense decît forțele electrice. De asemenea, rezultă că forțele nucleare au caracter de saturație acționînd pe distanțe foarte scurte.

II.4.25. *a)* Densitatea aproape constantă a nucleelor implică incompresibilitatea materiei nucleare. *b)* Caracterul de saturație al forțelor nucleare, asemănător forțelor intermoleculare care determină fenomenul de tensiune superficială. *c)* Valoarea aproximativ constantă a energiei de legătură pe nucleon.

REACȚII NUCLEARE. LEGI DE CONSERVARE

II.4.26. *a)* Conservarea energiei, impulsului, momentului cinetic, a sarcinii electrice, a numărului de nucleoni, a parității. *b)* Permit anticiparea reacțiilor posibile și a celor interzise. Dau informații indirecte asupra forțelor nucleare care guvernează transformările nucleare. Permit o analiză cantitativă a proceselor de transformare fără a cunoaște modul intim în care aceste transformări au loc.

II.4.27. 1) d; 2) $^{18}_{9}F$; 3) α; 4) $^{37}_{17}Cl$; 5) $^{24}_{11}Na$; 6) α; 7) p; 8) p; 9) $^{25}_{12}Mg$.

II.4.28. 1) p; 2) $^{26}_{13}Al$; 3) n; 4) $^{182}_{74}W$; 5) $^{30}_{15}P$; 6) $^{2}_{1}H$.

II.4.29. 1) $X = {}^{24}_{12}Mg$, $Y = \alpha$; 2) $X = n$, $Y = {}^{24}_{12}Mg$; 3) $X = {}^{27}_{13}Al$, $Y = {}^{27}_{14}Si$; 4) $X = {}^{27}_{13}Al$, $Y = p$.

II.4.30. $n + {}^{14}_{7}N \rightarrow p + {}^{14}_{6}C^*$; ${}^{14}_{6}C^* \rightarrow {}^{14}_{7}N + \beta^- + \tilde{\nu}$.

II.4.31. $\alpha + {}^{27}_{13}Al \rightarrow n + {}^{30}_{15}P^*$; ${}^{30}_{15}P^* \rightarrow {}^{30}_{14}Si + \beta^+ + \nu$.

II.4.32. *a)* $2,25 \cdot 10^{16}$ protoni; *b)* $1,125 \cdot 10^{16}$ particule α.

II.4.33. Pe reacție, energia eliberată este $\simeq 2,3818$ MeV iar pentru 1 g, se eliberează energia de $5,31 \cdot 10^{22}$ MeV.

II.4.34. $M_{Li} = (Q/931,5) + 2\,M_{He} - M_D = 6,0151192$ u.

II.4.35. $Q = 8\,B_\alpha - 7\,B_{Li} = 17,28$ MeV.

II.4.36. $E_c \simeq 2\,E_\alpha - Q \simeq 0,952$ MeV.

II.4.37. Pe reacție $Q \simeq 4,946$ MeV. Numărul reacțiilor va fi $n = E/Q$ iar numărul de neutroni $E \cdot 100/\eta\, Q \simeq 10^{21}$ neutroni.

II.4.38. $v_\alpha = \left[\dfrac{2QM_{Li}}{M_{He}(M_{He} + M_{Li})}\right]^{1/2} \simeq 9,25 \cdot 10^6$ m/s;

$$v_{Li} = \left[\frac{2QM_{He}}{M_{Li}(M_{He} + M_{Li})}\right]^{1/2} \simeq 5,27 \cdot 10^6 \text{ m/s}.$$

II.4.39. Din conservarea energiei cinetice și a impulsului rezultă că nucleele țintă sînt protoni și deci $m_x = m_p = 1$ u, x fiind masa nucleului țintă.

II.4.40. În ipoteza că radiația penetrantă este gama, din legea de conservare a energiei și a impulsului pentru ciocniri frontale cu împrăștierea radiației γ la unghiul de 180° (pentru ca nucleul țintă să primească maximul de energie), rezultă pentru energia radiației γ expresia $E_\gamma = \frac{1}{2}(E + \sqrt{2Emc^2})$ în care E este energia maximă de recul a nucleului de masă m. În cazul nucleelor de hidrogen $E_{\gamma p} \simeq 54,37$ MeV iar pentru nucleele de azot $E_{\gamma p} \simeq 89$ MeV. Rezultatele sînt contradictorii căci energia radiației γ trebuie să fie aceeași în ambele cazuri.

II.4.41. Din conservarea energiei și impulsului, pentru ciocniri elastice frontale, rezultă $m = \dfrac{Cm_N - m_p}{1 - C} = 0,817$ u; $C = \left[\dfrac{E_N}{E_p} \cdot \dfrac{m_p}{m_N}\right]^{1/2}$. Ulterior s-a determinat pentru masa neutronilor valoarea: $m_n = 1,00866522$ u.

II.4.42. *a)* $m_X = m_p \dfrac{1 + E/E'}{E/E' - 1} = 11,987$ u; nuclee de ^{12}C;

b) $\varphi = \arccos\left[\dfrac{m_p E}{m_C(E - E')}\right]^{1/2} \simeq 42°36'$.

II.4.43. $E_{max} = E\dfrac{4mM}{(M+m)^2}$ în care m este masa neutronului, E este energia sa cinetică iar M masa nucleului țintă. Rezultă: *a)* $E_{max} = E$ deci se transmite toată energia; *b)* $E_{max} = 0,019\,E$ deci se transmite numai $\approx 2\%$. Rezultă că plumbul nu poate fi folosit ca moderator.

II.4.44. $M = m\dfrac{\sqrt{\eta} + 1}{\sqrt{\eta} - 1} \simeq 12$ u.

II.4.45. $\mathscr{E}_C^* = S_a + E_a \dfrac{m_A}{m_A + m_a}$ în care S_a este energia de legătură sau de separare a particulei a din nucleul C, definită prin relația: $S_a = (m_A + m_a - m_C)c^2$.

II.4.46. $Q = (m_a + m_A - m_C)c^2 - (m_b + m_B - m_C)c^2 = S_a - S_b$.

II.4.47. $Q = W_B + W_b - W_A - W_a$.

II.4.48. $Q = E_b\left(1 + \dfrac{m_b}{m_B}\right) - E_a\left(1 - \dfrac{m_a}{m_B}\right) - 2\dfrac{\sqrt{m_a m_b E_a E_b}}{m_B}\cos\theta$.

II.4.49. Din relația pentru Q (problema precedentă) rezultă ecuația:

$$E_b - \sqrt{E_b}\left(2\frac{\sqrt{m_a m_b E_a}}{m_B + m_b}\cos\theta\right) - \left(E_a\frac{m_B - m_a}{m_B + m_b} + Q\frac{m_B}{m_B + m_b}\right) = 0 \qquad (1)$$

cu soluţiile:

$$\sqrt{E_b}=\frac{\sqrt{m_a m_b}}{m_B+m_b}\sqrt{E_a}\left\{\cos\theta\pm\sqrt{\cos^2\theta+\frac{(m_B+m_b)(m_B-m_a)}{m_a m_b}+\frac{m_B(m_B+m_b)Q}{m_a m_b E_a}}\right\} \tag{2}$$

Pentru ca ecuaţia (1) să aibă soluţii reale trebuie îndeplinită condiţia:

$$\cos^2\theta+\frac{(m_B+m_b)(m_B-m_a)}{m_a m_b}+\frac{m_B(m_B+m_b)}{m_a m_b}\cdot\frac{Q}{E_a}\geqslant 0. \tag{3}$$

a) Pentru $Q>0$ ecuaţia (1) admite o singură soluţie, reală şi fizică; este soluţia cu „+" în relaţia (2).

b) Pentru $Q<0$, din analiza soluţiilor ecuaţiei (2) rezultă că pentru energii ale proiectilului ce îndeplinesc condiţia:

$$-Q\frac{m_B+m_b}{m_B+m_b-m_a}\leqslant E\leqslant -Q\frac{m_B}{m_B-m_a} \tag{4}$$

sînt posibile ambele soluţii definite de relaţia (2). În acest caz, particulele emergente sînt emise într-un con centrat pe unghiul $\theta=0°$, con ce are unghiul maxim de deschidere $2\,\theta_{max}$ cu θ_{max} definit de relaţia:

$$\cos^2\theta_{max}=-\frac{(m_B+m_b)[m_B Q+(m_B-m_a)E_a]}{m_a m_b E_a}. \tag{5}$$

Pentru energii $E_a>-Q\dfrac{m_B}{m_B-m_a}$ numai soluţia cu „+" din relaţia (2) este posibilă.

Se constată, că pentru reacţiile endoenergetice, energia minimă (energia de prag) necesară pentru ca reacţia să se producă este egală cu:

$$E_{a,\,prag}=-Q\frac{m_B+m_b}{m_B+m_b-m_a}\simeq -Q\frac{m_A+m_a}{m_A}. \tag{6}$$

În obţinerea acestei relaţii s-a folosit faptul că la energii mici (nerelativiste) este adevărată relaţia:

$$m_B+m_b-m_a=m_A-Q/c^2\simeq m_A. \tag{7}$$

Relaţia (6) se poate determina şi astfel:

Energia de prag s-ar părea că se poate deduce din condiţia ca particulele B şi b să fie generate, dar fără energie cinetică, adică din relaţia:

$$E_{a,\,prag}=[m_b+m_B-(m_a+m_A)]c^2=-Q. \tag{8}$$

Relaţia (8) nu poate fi adevărată căci implică condiţia ca impulsul total, în sistemul laborator, să fie egal cu zero. Condiţia ca $E_b+E_B=0$, corelată cu faptul că impulsul total este zero este adevărată, prin definiţie, în sistemul centrului de masă (*SCM*). În acest sistem condiţia (8) devine:

$$(E_a'+E_A')_{min}=-Q \tag{9}$$

în care E_a' şi E_A' sînt energiile partenerilor de interacţie în *SCM*. Notînd cu v_c viteza centrului de masă:

$$v_c=\frac{m_a v_a}{m_a+m_A} \tag{10}$$

relaţia (9) devine:

$$(E_a'+E_A')_{min}=\frac{1}{2}m_a(v_a-v_c)^2+\frac{1}{2}m_A(-v_c)^2=E_{a,\,min}\frac{m_A}{m_A+m_a}=-Q. \tag{11}$$

Rezultă pentru energia de prag relaţia:

$$E_{a,\,min}\equiv E_{a,\,prag}=-Q\frac{m_A+m_a}{m_A} \tag{12}$$

relaţie identică cu relaţia (6) pentru cazul nerelativist.

II.4.50. $E_{prag}=M_X c^2\dfrac{M_A+M_B}{M_B}$.

II.4.51. $\theta\simeq 42°30'$.

II.4.52. 3,3 MeV.

II.4.53. $\mathcal{E}^*=S_n\simeq 17{,}177$ MeV; S_n este energia de legătură a neutronului în ^{28}Si.

II.4.54. *a)* $E_{p,\,prag}=1{,}88$ MeV. *b)* Se constată că $-Q\dfrac{M_{Be}}{M_{Be}-M_H}=$ $=1{,}924$ MeV şi ca urmare energia protonilor incidenţi de 1,90 MeV este cuprinsă între valorile 1,88 MeV şi 1,924 MeV, adică este satisfăcută condiţia (4) de la rezolvarea dată la problema II.4.49. Din relaţia (5) (aceeaşi rezolvare) rezultă $\theta_{max}\simeq 47°36'$. *c)* Pentru orice unghi $\theta<\theta_{max}$, neutronii emergenţi vor avea două energii posibile; în acord cu relaţia (2) de la rezolvarea problemei II.4.49 pentru $\theta=30°$ se obţin valorile: $\simeq 3$ keV şi $\simeq 60$ keV.

II.4.55. *a)* $E_\alpha\simeq 11{,}29$ MeV; *b)* $\theta\simeq 87°42'$.

II.4.56. $Q\simeq -1{,}2$ MeV; $E_{\alpha,\,prag}\simeq 1{,}54$ MeV.

II.4.57. $E_\alpha=E_n\dfrac{m_{Be}-m_n}{m_{Be}+m_\alpha}-\dfrac{m_C\cdot m_{Be}}{(m_C+m_n)(m_{Be}+m_\alpha)}\cdot E_{n,\,prag}=2{,}21$ MeV.

II.4.58. $\simeq 6{,}5$ MeV.

II.4.59. $(E_n)_{90°}=E_\alpha\dfrac{m_C-m_\alpha}{m_C+m_n}+Q\dfrac{m_C}{m_C+m_n}=8{,}523$ MeV.

II.4.60. $E=E_0\cos^2\theta$.

II.4.61. $E_0=-\dfrac{MQ}{(M-m)\sin^2\theta}=7{,}7$ MeV cu $m_p=m_n=m$; $m_{Li}=m_{Be}=M$.

II.4.62. $\simeq 7{,}9$ MeV.

II.4.63. $1{,}886\text{ MeV}\leqslant E_p<2{,}056$ MeV.

II.4.64. *a)* $B\simeq 7{,}57$ MeV. *b)* $Q=238(B_f-B)\simeq 197{,}54$ MeV.

II.4.65. $3{,}125 \cdot 10^{18}$ fisiuni/s.

II.4.66. *a)* 207,3 MeV; *b)* $\simeq 5{,}31 \cdot 10^{26}$ MeV $\simeq 8{,}5 \cdot 10^{13}$ J $\simeq 2{,}36 \cdot 10^{7}$ kWh; *c)* $\simeq 3 \cdot 10^{10}$ fisiuni/s.

II.4.67. $Q = Q_a + 2Q_b = 20{,}9$ MeV unde Q_a şi Q_b sînt energiile eliberate în reacţiile *a)* şi respectiv *b)*.

II.4.68. $\simeq 68{,}14 \cdot 10^{10}$ J.

II.4.69. *a)* $p + p \to d + \beta^+ + \nu$; $p + d \to {}^3_2He + \gamma$; ${}^3_2He + {}^3_2He \to {}^4_2He + p + p$. *b)* $Q \simeq 19{,}285$ MeV.

II.4.70. Rezultatul net al ciclului este $4\,{}^1_1H \to {}^4_2He + 2\beta^+$ deci se obţine un atom de ^4He prin fuzionarea a patru atomi de hidrogen prin intermediul nucleelor de carbon, azot şi oxigen, în care carbonul se obţine nealterat; $Q \simeq 25{,}7$ MeV.

II.4.71. $t = \eta M_S \cdot Q \,/\, (16\pi D^2 w \cdot m_p) \simeq 1{,}1 \cdot 10^{18}$ s $\simeq 3{,}44 \cdot 10^{10}$ ani.

II.4.72. $Q_a = 4{,}033$ MeV, $Q_b = 3{,}269$ MeV, $Q_c = 18{,}538$ MeV, $Q_d = 17{,}590$ MeV, $\bar{E}_d \simeq 7{,}238$ MeV.

II.4.73. $E = \dfrac{2V\rho}{108\,000} N_A \bar{E}_d \simeq 3{,}6 \cdot 10^3$ kWh.

RADIOACTIVITATEA NATURALĂ ŞI ARTIFICIALĂ. LEGILE DEZINTEGRĂRII RADIOACTIVE

II.4.74. $A = 216$; $Z = 84$. Izotopul ${}^{216}_{84}Po$.

II.4.75. ${}^{235}_{92}U$.

II.4.76. 8 dezintegrări α şi 6 dezintegrări β^-.

II.4.77. 6 dezintegrări α şi 4 dezintegrări β^-.

II.4.78. α, α, α, β^-, β^-, α, β^-, β^- α.

II.4.79. $N_{dez.} = \dfrac{m}{A} N_A (1 - e^{-\lambda t}) \simeq \dfrac{m}{A} N_A \dfrac{\ln 2}{T} \simeq 3{,}7 \cdot 10^{10}$ dez./s.

II.4.80. $t = 4T_A$.

II.4.81. $T = \dfrac{\ln 2}{\Lambda} \cdot \dfrac{mN_A}{A} = 14{,}61 \cdot 10^{16}$ s.

II.4.82. $t = \dfrac{T}{\ln 2} n \cdot \ln 10 \simeq 3{,}32\, nT$.

II.4.83. $m \simeq 6{,}5 \cdot 10^{-9}$ kg.

II.4.84. $t \simeq 40{,}1$ zile.

II.4.85. $N = 4{,}71 \cdot 10^{16}$ nuclee; Λ : 84,4 μCi.

II.4.86. $\lambda = 2{,}926 \cdot 10^{-5}$ s^{-1}.

II.4.87. $V_\alpha = \wp \dfrac{m}{A} \cdot \dfrac{\ln 2}{T} t \simeq 43$ mm^3.

II.4.88. Numărul de radionuclizi ce se dezintegrează în timpul dt este $dN = \lambda N dt$. Fiecare din cei dN radionuclizi a „trăit" timpul t. Împreună, cei dN radionuclizi au trăit $t \cdot dN = \lambda N(t) t dt$. Cei N_0 radionuclizi iniţiali vor trăi timpul $\int_0^\infty t dN$ şi deci timpul mediu de viaţă τ va fi $\tau = \dfrac{1}{N_0} \int_0^\infty t dN = \lambda \int_0^\infty t e^{-\lambda t} dt = 1/\lambda$. S-a demonstrat, astfel, relaţia de legătură între timpul mediu de viaţă τ şi constanta radioactivă λ.

II.4.89. $\lambda \simeq 1{,}133 \cdot 10^{-5}$ s^{-1}; $\tau \simeq 1{,}02$ zile.

II.4.90. *a)* $N(10\tau) = N_0 e^{-10}$; *b)* $N_{dez} = N_0 \dfrac{e-1}{e^2}$ în care N_0 este numărul iniţial de nuclee.

II.4.91. $e^{\lambda \cdot t}$.

II.4.92. $\simeq 10^{12}$ nuclee.

II.4.93 $\Lambda_i = \lambda_i N_i = \lambda_i \cdot \dfrac{m_i}{A_i} N_A = \lambda_i \dfrac{C_i \cdot M}{A_i} N_A$ în care M este masa preparatului. Contribuţia fiecărui izotop va fi: $\dfrac{C_i}{T_i A_i} \Big/ \sum_{j=1}^{N} \dfrac{C_j}{T_j A_j}$.

II.4.94. $t = -\dfrac{T_U}{\ln 2} \ln \left(1 - \dfrac{m_{Pb}}{m_U} \cdot \dfrac{A_U}{A_{Pb}}\right) \simeq 3 \cdot 10^9$ ani.

II.4.95. Raportul dintre numărul de nuclee de ^{234}U existente în prezent, şi numărul iniţial, este de 10^{-4855}. Aşadar, chiar dacă am presupune că în urmă cu $\simeq 4 \cdot 10^9$ ani, Pămîntul ar fi fost format „numai" din ^{234}U, astăzi n-ar mai fi existat nici un nucleu de ^{234}U. Existenţa actuală se explică prin faptul că ^{234}U rezultă din dezintegrarea ^{238}U, cu care este în echilibru radioactiv, conform procesului: ${}^{238}_{92}U \xrightarrow[4{,}47 \cdot 10^9\ \text{ani}]{\alpha} {}^{234}_{90}Th \xrightarrow[24{,}1\ \text{zile}]{\beta^-} {}^{234}_{91}Pa \xrightarrow[1{,}18\ \text{min.}]{\beta^-} {}^{234}_{92}U \xrightarrow[2{,}48 \cdot 10^5\ \text{ani}]{\alpha}$.

II.4.96. $t = \dfrac{T}{\ln 2} \ln \dfrac{\Lambda_{m_0}}{\Lambda_m} \simeq 2\,593$ ani.

II.4.97. $V = \dfrac{\Lambda_0}{\Lambda} e^{-\frac{\ln 2}{T} t} \simeq 5{,}95$ l.

II.4.98. $t \simeq 4\,223$ ani.

II.4.99. Deoarece viteza de numărare, în condiţii standard, este proporţională cu activitatea specifică rezultă $t = \dfrac{T}{\ln 2} \ln \dfrac{R_0}{R} \simeq 3\,515$ ani.

II.4.100. Ca urmare a echilibrului secular (problema II.4.112) se poate considera că transformările $^{238}U \to {}^{206}Pb$ şi, respectiv, $^{235}U \to {}^{207}Pb$ se produc cu timpii de înjumătăţire T_8 pentru ^{238}U şi T_5 pentru ^{235}U. Deci numărul actual N_6 de nuclee de ^{206}Pb şi N_7 de ^{207}Pb se determină conform relaţiilor: $N_6 = N_8(e^{\lambda_8 t} - 1)$ şi $N_7 = N_5(e^{\lambda_5 t} - 1)$ în care N_8 şi N_5 sînt numărul de nuclee de ^{238}U şi, respectiv, de ^{235}U în compoziţia actuală a minereurilor de uraniu. Se obţine $\dfrac{p_6}{p_7} = \dfrac{p_8}{p_5} \cdot \dfrac{e^{\lambda_8 t} - 1}{e^{\lambda_5 t} - 1}$ din care rezultă $t \simeq 5{,}28 \cdot 10^9$ ani.

II.4.101. *a)* $t = \frac{T}{\ln 2} \ln \frac{\Lambda_{m_0}}{\Lambda_{mh}} = \frac{T}{\ln 2} \cdot \ln 2^4 = 4T = 84$ ani. Deci zăpada a căzut în anul 1 895; *b)* $v = \frac{h}{t} = 10$ cm/an; *c)* se va găsi la adîncimea de 1 050 cm.

II.4.102. $\Lambda_m = \frac{\Lambda}{m} = \frac{N_A}{A} \cdot \frac{\ln 2}{T} \simeq 2{,}3 \cdot 10^9$ dez./s · g $\simeq 62{,}16$ mCi/g $= 62{,}16$ Ci/kg.

II.4.103. $\Lambda_{m_1} = \frac{\lambda N_A}{A_1}$; $\Lambda_{m_2} = \frac{\lambda N_1}{m_1 + m_2} = \frac{\lambda \cdot m_1 N_A}{(m_1 + m_2) A_1} = \Lambda_{m_1} \cdot \frac{m_1}{m_1 + m_2}$; $\Delta\Lambda_m = 1{,}33 \cdot 10^7$ Ci/kg. În aceste relații indicele „1" se referă la izotopul radioactiv $^{45}_{20}$Ca.

II.4.104. $\Lambda_m = \frac{\ln 2}{T} \cdot \frac{N_A}{A_{89}} \cdot \frac{x}{m + x}$; $x \simeq 4{,}6$ µg.

II.4.105. $k_{80} = 1 \bigg/ \left[1 + \frac{p_5}{p_8} e^{t \ln 2 \left(\frac{1}{T_5} - \frac{1}{T_8}\right)}\right] \simeq 84\%$; $k_{50} \simeq 16\%$.

II.4.106. Numărul de nuclee N_j ale unui izotop cu abundența izotopică p_j și numărul de masă A_j, într-un preparat de masa m, care conține n izotopi, este: $N_j = m p_j N_A \bigg/ \left(\sum_{i=1}^{n} p_i A_i\right)$. În cazul problemei $m = \eta M/100$ și N_j reprezintă numărul de nuclee de ^{40}K ($N_j \equiv N_4$). Rezultă $\Lambda = \frac{\ln 2}{T} N_4 \simeq 0{,}155$ µCi și

$\Lambda_m = \frac{\Lambda}{M} \simeq 2{,}6 \cdot 10^{-6}$ µCi/g.

II.4.107. $m = \frac{nAT}{\eta N_A \cdot \ln 2} e^{\frac{\ln 2}{T} t} \simeq 2{,}1$ µg.

II.4.108. $\frac{n\Lambda_0 S}{4\pi R^2} \simeq 1{,}18 \cdot 10^6$ cuante/s. Λ_0 este activitatea unui gram de radiu.

II.4.109. Dacă radiațiile (fotonii) gama au proprietăți gravitaționale uzuale rezultă: $\frac{d(h\nu)}{dr} = -\gamma \frac{m_\gamma M}{r^2} = -\gamma \frac{M}{r^2}\left(\frac{h\nu}{c^2}\right)$ în care γ este constanta atracției universale. Prin integrare avem $\nu_H \simeq \nu_{H+h} e^{g\frac{h}{c^2}}$ în care H este înălțimea la care se găsea inițial absorbantul. Pentru înălțimi uzuale h, $\frac{gh}{c^2} \ll 1$ și deci

$\nu_H \simeq \nu_{H+h}\left(1 + \frac{gh}{c^2}\right)$. Frecvența, deci și energia radiațiilor gama, este mai mare la absorbant în comparație cu energia emisă de sursă. Deci frecvența ν_H emisă de sursa în mișcare trebuie să scadă la valoarea ν_{H+h}. Rezultă $v = \frac{gh}{c} = 65{,}33 \cdot 10^{-8}$ m/s. În rezolvarea acestei probleme s-a folosit relația dedusă la rezolvarea problemei II.2.55.

II.4.110. *a)* Procesul $A \xrightarrow{\lambda_A} B \xrightarrow{\lambda_B} C$ (stabil). Numărul de nuclee de tip A rămase nedezintegrate după trecerea timpului t este $N_A(t) = N_0 e^{-\lambda_A t}$ (1). În intervalul de timp dt un număr de $N_A(t)\lambda_A\, dt$ nuclee de tip A se transformă, prin dezintegrare, într-un număr egal de nuclee de tip B. În același interval de timp un număr $N_B(t)\lambda_B dt$ de nuclee de tip B se dezintegrează. Rezultă că variația numărului de nuclee de tip B în intervalul de timp dt va fi $dN_B = N_A(t)\lambda_A dt - N_B(t)\lambda_B dt$ (2), sau $\frac{dN_B(t)}{dt} + N_B(t)\lambda_B = \lambda_A N_0 e^{-\lambda_A t}$ (3).

Multiplicînd relația (3) cu $e^{\lambda_B t}$ se obține: $\frac{d}{dt}\left[N_B(t) e^{\lambda_B t}\right] = \lambda_A N_0 e^{-(\lambda_A - \lambda_B)t}$ (4),

și ca urmare, legea de variație cerută va fi: $N_B(t) = \frac{\lambda_A N_0}{\lambda_B - \lambda_A}\left(e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t}\right)$ (5).

b) Din condiția $\frac{dN_B(t_M)}{dt} = 0$, rezultă: $t_M = \frac{1}{\lambda_B - \lambda_A} \ln \frac{\lambda_B}{\lambda_A}$ (6).

c) Din relația $\frac{dN_C(t)}{dt} = \lambda_B N_B$ cu $N_B(t)$ dat de relația (5) se obține:

$$N_C(t) = N_0\left(\frac{\lambda_B}{\lambda_A - \lambda_B} e^{-\lambda_A t} + \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} e^{-\lambda_B t} + 1\right) \quad (7).$$

II.4.111. Transcriem relația (5) (problema precedentă) astfel: $N_B(t) = \frac{\lambda_A N_0}{\lambda_B - \lambda_A} \cdot e^{-\lambda_A t}\left[1 - e^{-(\lambda_B - \lambda_A)t}\right]$. Deoarece $\lambda_A = \lambda_B = \lambda$, vom considera $\lambda_B \simeq \lambda_A + x$, în care x, la limită tinde spre zero. Reamintind că $e^{-x} \approx 1 - x$, pentru $x \ll 1$, se obține $N_B(t) \simeq \lambda t N_0 e^{-\lambda t}$. Din condiția $\frac{dN_B(t_M)}{dt} = 0$ rezultă $t_M = 1/\lambda$.

II.4.112. Folosind relațiile (5) și (7) (rezolvarea problemei II.4.110) rezultă: $N_B(t) \simeq \frac{\lambda_A N_0}{\lambda_B - \lambda_A} \cdot e^{-\lambda_A t} \simeq \frac{\lambda_A}{\lambda_B} N_A(t)$ deoarece $e^{-\lambda_B \cdot t} \ll e^{-\lambda_A \cdot t}$. Așadar, după un timp suficient de mare, pentru care condiția $e^{-\lambda_B t} \ll e^{-\lambda_A t}$ este satisfăcută, numărul de nuclee din speciile A și B se găsesc într-un raport constant sau $\Lambda_B(t) = \Lambda_A(t) = \lambda_A N_0 e^{-\lambda_A t} = \Lambda_0 e^{-\lambda_A t}$, adică activitatea substanței derivate este egală cu activitatea substanței generatoare. Dacă, în particular, pe lîngă condiția $\lambda_A \ll \lambda_B$ este adevărată și condiția $\lambda_A \ll 1$ ($T_A \gg 1$) se poate considera că activitatea acesteia este practic constantă într-un interval de timp nu prea lung. [$\Lambda_A(t) = \Lambda_0 e^{-\lambda_A t} \simeq \Lambda_0$ pentru $t \ll T_A$]. În acest caz, activitatea substanței derivate B este constantă în timp. Echilibrul care se stabilește în acest caz se numește „echilibru" secular sau radioactiv.
Variația în timp a nucleelor de tip C va fi: $N_C(t) = N_0(1 - e^{-\lambda_A t})$, deci nucleele de tip C se acumulează cu constanta radioactivă a substanței generatoare A. Situația $\lambda_A \ll \lambda_B$ și $\lambda_A \ll 1$ se realizează în cazul seriilor radioactive

naturale şi deci între membrii seriilor radioactive s-a stabilit echilibru secular. Din aceste motive se poate considera, de exemplu, că în seria care începe cu ^{238}U şi se termină cu izotopul stabil ^{206}Pb, acumularea în timp a nucleelor de ^{206}Pb se face după legea $N_{Pb} = N_{80}(1 - e^{-\lambda_8 t})$ în care N_{80} sînt nucleele existente iniţial de ^{238}U iar λ_8 este constanta radioactivă a ^{238}U.

II.4.113. Pentru procesul ${}^{210}_{83}Bi \xrightarrow[\beta^-]{\lambda_1} {}^{210}_{84}Po \xrightarrow[\alpha]{\lambda_2} {}^{206}_{82}Pb$, în acord cu rezolvarea dată la problema II.4.110, se obţin valorile: $\Lambda_\beta = \lambda_1 N_0 e^{-\lambda_1 t} = \lambda_1 \frac{m}{A} N_A e^{-\lambda_1 t} \simeq 0{,}725 \cdot 10^{11}$ dez./s şi $\Lambda_\alpha = \lambda_2 N_2(t) = \frac{\lambda_1 \lambda_2 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \simeq 1{,}46 \cdot 10^{11}$ dez./s.

II.4.114. $T(^{238}U) = \frac{m_U}{m_{Ra}} \cdot \frac{A_{Ra}}{A_U} \cdot T(Ra) \simeq 4{,}5 \cdot 10^9$ ani.

II.4.115. $t_M = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \ln \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{T_1 \cdot T_2}{(T_1 - T_2)\ln 2} \ln \frac{T_1}{T_2} \simeq 33$ minute.

II.4.116. $\simeq 2{,}78 \cdot 10^6$.

II.4.117. $N_{Rn} = \frac{T(Rn)}{T(Ra)} \cdot \frac{m}{A_{Ra}} N_A$; $V_{Rn} = \mathcal{V} \frac{N_{Rn}}{N_A} = \mathcal{V} \frac{T(Rn)}{T(Ra)} \cdot \frac{m}{A_{Ra}} \simeq 0{,}65$ mm^3.

II.4.118. ^{226}Ra prin dezintegrări succesive α şi β^-, are ca produs final ${}^{206}_{82}Pb$: $^{226}Ra \xrightarrow{\alpha} {}^{222}Rn \to \ldots \to {}^{206}Pb$. $\Lambda(t) = \Lambda_0 e^{-\frac{\ln 2}{T}t} \simeq 13{,}14$ mCi, în care $\Lambda(t)$ este activitatea unui gram de radiu după 10^4 ani. *a)* $\Lambda_{Rn} \simeq 13{,}14$ mCi. *b)* $\Lambda_{RaD} = 13{,}14$ mCi, aceeaşi activitate datorită echilibrului secular; *c)* ^{226}Ra trece în ^{206}Pb prin 5 dezintegrări α şi 4 dezintegrări β^-. Rezultă că activitatea globală a preparatului va fi: $\Lambda_\alpha = 4$ Ci şi $\Lambda_\beta = 3{,}2$ Ci.

II.4.119. *a)* $v_\alpha = \sqrt{\frac{2E}{m_\alpha}} \simeq 1{,}52 \cdot 10^7$ m/s; *b)* $Q = E\left(1 + \frac{m_\alpha}{m_{^{222}Rn}}\right) \simeq 4{,}87$ MeV.

II.4.120. $Q = \frac{m}{A} \cdot N_A(1 - e^{-\lambda t}) \cdot \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_{218}}\right) E$; *a)* $\simeq 51$ J; *b)* $\simeq 12{,}15 \cdot 10^6$ J.

II.4.121. $Q = \frac{m}{A} \cdot N_A \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_{221}}\right) E \frac{e - 1}{e} \simeq 1{,}6 \cdot 10^9$ J.

II.4.122. $Q = \frac{\rho V}{A} \cdot N_A \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_{235}}\right) \cdot (1 - e^{-\lambda t}) E \simeq 11{,}92 \cdot 10^5$ J.

II.4.123. $Q = \frac{\Lambda_0 T}{\ln 2} E \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_{218}}\right) \cdot (1 - e^{-\lambda t})$; *a)* $\simeq 119$ J; *b)* $\simeq 9\,980$ J.

II.4.124. $Q = A \frac{e - 1}{e} \cdot \frac{P}{\ln 2} T \simeq 3{,}296 \cdot 10^{12}$ J.

II.4.125. $v = 3{,}4 \cdot 10^5$ m/s.

II.4.126. $Q_1 = E_1\left(1 + \frac{m_\alpha}{m_{Pb}}\right) = (m_{Po} - m_\alpha - m_{Pb})c^2$; $Q_2 = E_2\left(1 + \frac{m_\alpha}{m_{Pb^*}}\right) = (m_{Po} - m_\alpha - m_{Pb^*})c^2$; $Q_1 - Q_2 = (m_{Pb^*} - m_{Pb})c^2 \simeq E_\gamma = 0{,}8155$ MeV.

II.4.127. 0,783 MeV.

II.4.128. $[(M_C - M_B) - 2m_e] \cdot c^2 = E_\beta + E_B + E_\nu + m_\nu c^2 \geqslant E_{\beta M} + m_\nu c^2$; $m_\nu \leqslant 4 \cdot 10^{-7}$ u.

II.4.129. Pentru procesul ${}^7_4Be + e^- \to {}^7_3Li + \nu$, energia de reacţie $Q = (M_{Be} - M_{Li})c^2 = E_{Li} + E_\nu = \frac{p^2_{Li}}{2M_{Li}} + p_\nu c$. Din conservarea impulsului rezultă $p_\nu = p_{Li} = p$ şi deci: $Q = \frac{p^2}{2M_{Li}} + pc$. Rezolvînd ecuaţia se obţine pentru energia de recul expresia: $\frac{p^2}{2M_{Li}} = M_{Li}c^2\left[1 + \frac{Q}{M_{Li}c^2} - \sqrt{1 + \frac{2Q}{M_{Li}c^2}}\right]$; pentru $\frac{2Q}{M_{Li}c^2} \ll 1$ se obţine $E_{Li} = \frac{p^2}{2M_{Li}} \simeq \frac{1}{2} \frac{Q^2}{M_{Li}c^2} \simeq 56{,}8$ eV.

II.4.130. Din legea de conservare a energiei totale şi a impulsului rezultă: $\mathcal{E}^* = E_{\gamma e} + E_r$; $E_{\gamma e}/c = p = \frac{1}{c}\sqrt{E_r(E_r + 2Mc^2)}$ şi deci $E_r \simeq \frac{\mathcal{E}^{*2}}{2(\mathcal{E}^* + Mc^2)} \simeq \frac{\mathcal{E}^{*2}}{2Mc^2}$; $E_{\gamma e} = \mathcal{E}^* - \frac{\mathcal{E}^{*2}}{2Mc^2}$.

II.4.131. $E_r \simeq \frac{\mathcal{E}^{*2}}{2Mc^2}$; $E_{\gamma a} \simeq \mathcal{E}^* + \frac{\mathcal{E}^{*2}}{2Mc^2}$.

II.4.132. $\Delta E_\gamma \simeq \frac{\mathcal{E}^{*2}}{Mc^2}$.

II.4.133. Viteza de formare a nucleelor radioactive este $\frac{dN}{dt} = q - \lambda N$ sau $dN/(q - \lambda N) = dt$. Integrînd, cu condiţia ca la momentul $t = 0$, $N = 0$, rezultă: $N(t) = \frac{q}{\lambda}(1 - e^{-\lambda t})$; $N(T) = 0{,}5\frac{q}{\lambda} = 0{,}5\, N_{max}$.

II.4.134. $m = \frac{AqT}{N_A \ln 2}\left(1 - e^{-\frac{t \ln 2}{T}}\right) \simeq 1{,}81$ µg.

II.4.135. Din relaţia $\Lambda_m = \frac{q'}{\rho}(1 - e^{-\lambda t})$ rezultă $t \simeq 2{,}9$ ani.

METODE EXPERIMENTALE ÎN FIZICA NUCLEARĂ: SPECTROGRAFE DE MASĂ, ACCELERATOARE DE PARTICULE, DETECTOARE DE RADIAŢII NUCLEARE

II.4.136. Energia cinetică E este: $E = m_0c^2\{(1 - \beta^2)^{-1/2} - 1\} \simeq \frac{m_0v^2}{2}\left[1 + \frac{3}{4}\beta^2\right]$, în care m_0 este masa de repaus a particulei. Din condiţia $\frac{3}{4}\beta^2 \leqslant 0{,}01$ rezultă $v_{lim} \leqslant 3{,}464 \cdot 10^7$ m/s; $E = 0{,}006666\, m_0c^2$; $E_e = 3{,}4$ keV; $E_p = 6{,}255$ MeV.

II.4.137. *a)* $p = q\mathcal{E}t$; $E = q\cdot\mathcal{E}\cdot x$; *b)* $x = \frac{m_0c^2}{q\cdot\mathcal{E}}\left\{\left(1+\frac{q^2\cdot\mathcal{E}^2}{m_0^2\cdot c^2}t^2\right)^{1/2}-1\right\}$

b₁) $q\mathcal{E}t \ll m_0c$ şi $\left(1+\frac{q^2\cdot\mathcal{E}^2}{m_0^2c^2}t^2\right)^{1/2} \simeq 1+\frac{1}{2}\frac{q^2\cdot\mathcal{E}^2t^2}{m_0^2c^2}$ şi deci $x\simeq \frac{1}{2}\frac{q\mathcal{E}}{m}t^2$; este o mişcare uniform accelerată, cu acceleraţia $q\mathcal{E}/m$. *b₂)* $q\cdot\mathcal{E}\cdot t \gg m_0c$ implică $x\simeq ct$; este deci o mişcare (cuasi) uniformă cu o viteză foarte apropiată de viteza luminii.

II.4.138. $v=\frac{\mathcal{E}}{B} = 4\cdot10^5$ m/s.

II.4.139. *a)* $R=\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2Um}{e}}\simeq 30{,}16$ mm; *b)* $\nu=\frac{v}{2\pi R}\simeq 139{,}9$ MHz; *c)* $\sin\beta\simeq\frac{l}{R}$; $\beta\cong 19°22'$; $\delta\cong 1{,}66$ mm.

II.4.140. $OA = 2R\cos\alpha$; $AB = 4R\sin^2\frac{\alpha}{2}\simeq R\alpha^2\simeq 7{,}5$ μm.

II.4.141. $v=\frac{\mathcal{E}}{B}\cdot\frac{R_1}{R_2}$; $m = q\cdot\frac{B^2}{\mathcal{E}}\cdot\frac{R_2^2}{R_1}$.

II.4.142. $R=\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2Um}{q}}$; $\frac{R_1}{R_2}=\sqrt{\frac{m_{35}}{m_{37}}}\simeq 0{,}973$.

II.4.143. $\Delta x = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{2U}{e}}\left(\sqrt{m_7}-\sqrt{m_6}\right)\simeq 0{,}7996$ cm.

II.4.144. $R=\frac{1}{qBC}\sqrt{E(E+2m_0c^2)}$; $\nu = \frac{qBc^2}{2\pi m_0c^2\left(1+\frac{E}{m_0c^2}\right)}$ în care c este viteza luminii. Observaţie: la energii foarte mici $\frac{E}{m_0c^2}\ll 1$ frecvenţa este constantă şi egală cu $\nu_0 = qB/2\pi m_0$, condiţie ce se realizează în cazul ciclotronului. Pentru valori mari ale energiei cinetice, frecvenţa ν scade cînd energia creşte şi ca atare condiţia de „sincronism" (frecvenţa tensiunii generatorului de alimentare este egală cu frecvenţa de rotaţie a particulei) se realizează fie prin variaţia frecvenţei tensiunii de alimentare (principiul folosit la sincrociclotron) fie prin variaţia inducţiei magnetice (principiul sincrotronului).

II.4.145. $\nu=\frac{qB}{2\pi m}$; $\nu_p\simeq 19{,}33$ MHz; $\nu_\alpha\simeq 9{,}66$ MHz.

II.4.146. $\nu=\frac{1}{\pi R}\sqrt{\frac{E}{2m_d}}\simeq 4{,}5$ MHz.

II.4.147. $E = 2neU = 4{,}8$ MeV.

II.4.148. $B=\frac{2\pi m_d\cdot\nu}{e}\simeq 1{,}304$ T; $E=\frac{e^2B^2R_M^2}{2m_d}=10{,}24$ MeV; $U=\frac{E}{e}= 10{,}24$ MV.

II.4.149. $E=\frac{e^2B^2R^2}{2m_p}\simeq 24{,}98$ MeV; $\nu=\frac{eB}{2\pi m_p}\simeq 18{,}4$ MHz.

II.4.150. $v=c\sqrt{1-\frac{10^4}{(\eta+100)^2}}$; $v_1\simeq 0{,}1404c$; $v_2\simeq 0{,}4166\,c$; c — viteza luminii.

II.4.151. $E=\frac{q^2B^2d^2}{8m_N}=97$ MeV. Bariera electrostatică este $B_{el}= 9\cdot10^9\frac{Z_UZ_Ne^2}{R_N+R_U}\simeq 61{,}57$ MeV. Energia incidentă, egală cu $\approx 91{,}6$ MeV, în sistemul centrului de masă, este suficientă pentru a învinge bariera coulombiană.

II.4.152. $L=\sum_{n=1}^{N} v_n\cdot\frac{T}{2}=\frac{1}{2\nu}\sum_{n=1}^{N} v_n$ în care v_n este viteza particulei după ce trece a n-a oară prin spaţiul de accelerare dintre duanţi. Din egalitatea $\frac{mv_n^2}{2}=nqU$ rezultă $L=\frac{1}{\nu}\sqrt{\frac{qU}{2m}}\cdot\sum_{n=1}^{N}\sqrt{n}$. Deoarece numărul total de treceri N prin spaţiul de accelerare este foarte mare ($N=E_{max}/qU$) rezultă că se poate face substituţia $\sum\sqrt{n}\to\int_0^N n^{1/2}dn=\frac{2}{3}N^{3/2}=\frac{2}{3}\left(\frac{2\pi^2m\nu^2R^2}{qU}\right)^{3/2}$ şi deci $L=\frac{4\pi^3m\nu^2R^3}{3qU}$. Rezultă $L_p\simeq 214{,}46$ m; $L_\alpha=2L_p\simeq 428{,}92$ m.

II.4.153. $L=\frac{c}{2\nu}\sqrt{1-\frac{1}{\left(1+\frac{E}{m_pc^2}\right)^2}}$; $L_i\simeq 9{,}78$ cm; $L_f\simeq 37{,}05$ cm.

II.4.154. Lungimea cilindrului n va fi: $L_n=v_n\cdot t_n=v_n\cdot\frac{T}{2}=\frac{v_n}{2\nu}$. Ionii care au traversat al n-lea spaţiu dintre electrozi au energia cinetică $\frac{1}{2}mv_n^2=nqU$. Rezultă $L_n=\frac{1}{\nu}\sqrt{\frac{qU}{2m}}\cdot\sqrt{n}$; $L_1=6{,}7$ cm; $L_{30}=36{,}73$ cm.

II.4.155. $\nu_n=\frac{1}{2L}\sqrt{\frac{2E_n}{m_p}}$. Pentru $E_1=5$ MeV şi $E_2=50$ MeV, rezultă $\nu_1\simeq 2{,}58\cdot10^8$ Hz, $\nu_2\simeq 8{,}16\cdot10^8$ Hz şi $\Delta\nu=5{,}58\cdot10^8$ Hz.

II.4.156. $R\simeq\frac{a^2}{8h}$; $E_t=\sqrt{e^2\cdot B^2\cdot R^2\cdot c^2+m_p^2c^4}\simeq 1\,113{,}7$ MeV; $E=175{,}4$ MeV.

I.4.157. $I = \pi R^2 \Phi \left(\frac{h}{60}\right) npe \simeq 4,27 \cdot 10^{-14}$A.

II.4.158. $N = \frac{c \Delta U}{ne} = 4,085 \cdot 10^4$.

II.4.159. *a)* $I = nNxe = 2,16 \cdot 10^{-13}$ A; *b)* $V = \frac{Nxe}{C} = 1,08$ mV; $A^n = 9\,260$; $n = 3$ etaje.

II.4.160. $t = \frac{C \Delta \theta}{\Lambda E} \simeq 4,317$ h.

I.4.161. Pentru un fascicul colimat, numărul cuantelor care suferă interacție este $I_0(1 - e^{-\mu d})$ în care I_0 este numărul (intensitatea) incident de cuante. Rezultă că eficacitatea este $1 - e^{-\mu d}$.

II.4.162. $I_0 = \frac{I/60}{1 - e^{-\mu d}} = 18$ cuante gama/s.

II.4.163. $U = \frac{nNe}{C} = 16$ V.

II.4.164. $I = 1,6 \cdot 10^{-10}$ A.

II.4.165. Volumul detectorului este $V = \pi R^2 l$. Pentru condiții normale de presiune și temperatură acest volum este $V_1 = \frac{2}{76} V$ și deci numărul de molecule organice de C_2H_5CH va fi $n = \frac{V_1}{\mathcal{V}} N_A \simeq 1,77 \cdot 10^{+20}$. Sarcina $q = 10^{-9}$ C corespunde la $q/e = 0,625 \cdot 10^{10}$ perechi de ioni și deci $N = ne/q \simeq 2,85 \cdot 10^{10}$ impulsuri.

PARTICULE ELEMENTARE

II.4.166. În cazul în care ar avea loc procesul $e^+ + e^- \to \gamma$, legea conservării impulsului nu poate fi îndeplinită. Într-adevăr, în sistemul centrului de masă, impulsul sistemului $e^+ + e^-$ este nul ceea ce ar implica faptul că și impulsul cuantei γ este nul. Acest lucru nu este posibil căci energia cuantei γ este egală, cel puțin, cu energia de repaus a sistemului $e^+ + e^-$.

II.4.167. Nu are loc conservarea impulsului.

II.4.168. $E = 939,6$ MeV.

II.4.169. $E = \sqrt{p^2c^2 + m_p^2c^4} - m_pc^2$; $E_1 \simeq 5,3$ MeV; $E_2 \simeq 432,98$ MeV; $E_3 \simeq 9\,105,6$ MeV.

II.4.170. $K^\circ \to \pi^+ + \pi^-$. *a)* $m_\pi \simeq \frac{m_K}{2\eta} = 272,6\ m_e$; *b)* $\sqrt{1 - \beta^2} = \frac{1}{\eta}$, $v \simeq 2,47 \cdot 10^8$ m/s.

II.4.171. Din legea de conservare a impulsului și a energiei totale: $p_\mu = p_\nu = p$, $m_Kc^2 = pc + \sqrt{p^2c^2 + m_\mu^2c^4}$ rezultă: $p = \frac{(m_K^2 - m_\mu^2)c}{2m_K} = 235,7$ MeV/c;

$$E = \frac{(m_K - m_\mu)^2c^2}{2m_K} = 152,7 \text{ MeV}.$$

II.4.172. Din conservarea impulsului și energiei totale rezultă:

$$m_\Sigma c^2 = \sqrt{p^2c^2 + m_n^2c^4} + \sqrt{p^2c^2 + m_\pi^2c^4};$$

$$p = \frac{1}{2m_\Sigma}\sqrt{(m_\Sigma^2 - m_n^2 - m_\pi^2)^2c^2 - 4m_n^2m_\pi^2c^2} = 192,6 \text{ MeV}/c \quad \text{și}$$

$$E = \frac{(m_\Sigma - m_n)^2c^2 - m_\pi^2c^2}{2m_\Sigma} \simeq 19,53 \text{ MeV}.$$

II.4.173. $X \to p + \pi^-$; $E = \frac{(m_X - m_p)^2c^2 - m_\pi^2c^2}{2m_X}$, de unde rezultă $m_Xc^2 = 1\,115,25$ MeV. Din tabele rezultă că este hiperonul Λ.

II.4.174. Din conservarea impulsului și energiei totale (vezi fig. II.4.174, R):

$$p_\mu^2 = p_\nu^2 + p_\pi^2, \quad E + m_\pi c^2 = p_\nu c + \sqrt{p_\mu^2c^2 + m_\mu^2c^4} \quad \text{rezultă}$$

$$p_\nu c = E_\nu = \frac{(m_\pi^2 - m_\mu^2)c^4}{2(E + m_\pi c^2)} \simeq 22 \text{ MeV}.$$

II.4.175. Conservarea impulsului și energiei pentru procesul $\Sigma^+ \to X + \pi^+$ implică relațiile: $p_X^2 = p_\Sigma^2 + p_\pi^2$; $\sqrt{p_\Sigma^2c^2 + m_\Sigma^2c^4} = \sqrt{p_X^2c^2 + m_X^2c^4} + \sqrt{p_\pi^2c^2 + m_\pi^2c^4}$. Din aceste relații rezultă $m_Xc^2 = \sqrt{m_\Sigma^2c^4 + m_\pi^2c^4 - 2(m_\Sigma c^2 + E_\Sigma)(m_\pi c^2 + E_\pi)} \simeq 940,82$ MeV; este neutronul.

II.4.176. Din conservarea impulsului și energiei totale (fig. II.4. 176, R): $2p_\gamma \cos\frac{\varphi}{2} = p_\pi$; $2E_\gamma = m_\pi c^2 + E_\pi$ rezultă $(m_\pi c^2 + E_\pi)\cos\frac{\varphi}{2} = \sqrt{E_\pi(E_\pi + 2m_\pi c^2)}$, și în final $E_\pi = m_\pi c^2\left(\frac{1}{\sin\frac{\varphi}{2}} - 1\right)$. Pentru $\varphi = 60°$ se obține $E_\pi = E_\gamma = 135$ MeV.

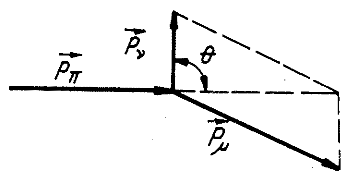


Fig. II.4.174, R

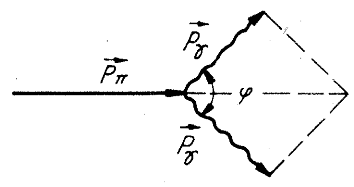


Fig. II.4.176, R

II.4.177. Pentru procesul $e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$ conservarea energiei totale şi a impulsului implică relaţiile: $2m_ec^2 + E = 2E_\gamma$; $p_e = 2p_\gamma \cos\frac{\varphi}{2}$. De aici rezultă

$$\cos\frac{\varphi}{2} = \sqrt{\frac{E}{E + 2m_ec^2}}\,;\ \varphi \simeq 99°.$$

II.4.178. $\beta = \frac{\sqrt{\eta(\eta+2)}}{1+\eta}$, $l = v\cdot\tau = \beta c\frac{\tau_0}{\sqrt{1-\beta^2}} = c\tau_0\sqrt{\eta(\eta+2)} \simeq 15$ m.

II.4.179. $\tau_0 = \frac{lm_0c}{\sqrt{E(E+2m_\pi c^2)}} \simeq 26$ ns.

II.4.180. $l = v\tau = \beta c\tau_0 E_t/m_\mu c^2 \simeq 18$ km.

II.4.181. $\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{m_\mu c^2}{E_t\cdot\tau_0} \simeq 4{,}8\cdot10^4\ s^{-1}$.

II.4.182. $\frac{t}{\tau} = \frac{lA}{c\tau_0\sqrt{1-A^2}}$ cu $A = \frac{m_\pi c^2}{m_\pi c^2 + E}$. Probabilitatea este:

$$P = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \simeq 0{,}424.$$

II.4.183. Principiul de incertitudine afirmă că într-un proces imprecizia în determinarea simultană a poziţiei ΔX şi a impulsului Δp este dată de relaţia $\Delta X\cdot\Delta p \geqslant \hbar$. Vom presupune că mezonii, de masă m, sînt cuantele de schimb ale cîmpului nuclear, cuante ce se propagă cu viteza c. Cînd un mezon este emis de un nucleon şi este absorbit de un altul, coordonata sa — în această trecere — are o nedeterminare egală cu distanţa dintre nucleonii ce interacţionează, adică egală cu raza r de acţiune a forţelor nucleare. Deci $\Delta X \simeq r$ şi $\Delta p \simeq mc$, şi ca urmare $m \geqslant \frac{\hbar}{rc} = \frac{h}{2\pi rc} \simeq 276\ m_e$.

II.4.184. Legile valabile în toate tipurile de interacţiuni sînt: conservarea energiei totale relativiste, a impulsului total, a momentului cinetic, a sarcinii electrice şi barionice.

II.4.185. În interacţiile tari se conservă stranietatea. În interacţiile slabe se conservă numărul (sarcina) leptonic electronic şi miuonic. Numărul leptonic electronic este $l_e = 1$ pentru e^- şi pentru ν_e (neutrinul electronic) şi $l_e = -1$ pentru e^+ şi $\tilde{\nu}_e$. Numărul leptonic miuonic este $l_\mu = 1$ pentru μ^- şi ν_μ (neutrinul miuonic) şi $l_\mu = -1$ pentru μ^+ şi $\tilde{\nu}_\mu$.
Observaţie: în această lucrare nu se face distincţie între neutrinul electronic şi cel miuonic; se va considera că $\nu_e \equiv \nu_\mu \equiv \nu$.

II.4.186. Neutrino şi antineutrino, electronul, pozitronul, protonul, antiprotonul şi fotonul. Fotonul şi neutrinul sînt particule cu masa de repaus nulă; protonul este cel mai uşor barion iar electronul este cel mai uşor lepton cu sarcină electrică.

II.4.187. $Q_x = 0$; $B_x = 0$; $S_x = 1$. Mezonul K° are astfel de numere cuantice.

II.4.188. **Este posibil procesul $\Xi^\circ \rightarrow \Lambda + \pi^\circ$. Celelalte procese nu sînt posi-** bile căci energia de repaus a hiperonului Ξ° ($m_{\Xi^\circ}c^2 = 1\,315$ MeV) este mai mică decît suma energiilor de repaus ale particulelor Σ° şi π° ($m_{\Sigma^\circ}c^2 = 1\,192$ MeV şi $m_{\pi^\circ}c^2 = 135$ MeV) ca şi suma energiilor de repaus pentru $n + K^\circ$ ($m_nc^2 = 939{,}6$ MeV şi $m_{K^\circ}c^2 = 498$ MeV).

II.4.189. Sînt interzise procesele 2) şi 4) deoarece nu se conservă sarcina leptonică şi procesul 8) în care nu se conservă sarcina barionică. În procesul 2) nu are loc nici conservarea energiei.

II.4.190. Procesele 1), 6), 8) şi 10) conservă stranietatea. În procesele 2), 3), 4), 7) şi 9) $|\Delta S| = 1$ şi deci aceste procese se produc cu mică probabilitate. În procesul 5) $|\Delta S| = 2$ şi deci dezintegrarea hiperonului Ξ^- într-un proton şi doi mezoni π^- nu se constată practic.

II.4.191. 1) $\Delta Q = 1$, $\Delta S = -1$; interzis. 2) $\Delta Q = \Delta S = -1$; permis. 3) $\Delta Q = \Delta S = 1$; permis. 4) $\Delta Q = \Delta S = 0$; permis. 5) $\Delta Q = \Delta S = 1$; permis. 6) $\Delta Q = \Delta S = 1$; permis. 7) $\Delta Q = -1$, $\Delta S = 1$; interzis. 8) $\Delta Q = \Delta S = -1$; permis. 9) $\Delta Q = \Delta S = 1$; permis. 10) $\Delta Q = -1$, $\Delta S = +1$; interzis.

II.4.192. Procesele 1) şi 2) se realizează prin interacţiuni tari. Procesele 3) şi 5) se realizează prin interacţiuni electromagnetice iar procesele 4), 6), 7) şi 8) se realizează prin interacţiuni slabe. *Precizare.* Experienţa arată că în fiecare tip de interacţiune intervine o particulă dominantă şi anume: mezonul π în interacţiuni tari, fotonul în interacţiuni electromagnetice şi neutrinul (electronic sau miuonic) în interacţiunile slabe. În exemplele de mai sus excepţie fac procesele 4) şi 6) în care nu are loc conservarea stranietăţii ($\Delta S = 1$) şi deci, nu se pot produce prin interacţiuni tari ci numai prin interacţiuni slabe, cu timpi medii de dezintegrare de ordinul $10^{-10} \div 10^{-8}$ s.

II.4.193. $p - \{uud\}$; $n - \{udd\}$; $\Lambda - \{uds\}$; $\Sigma^- - \{dds\}$; $\Sigma^+ - \{uus\}$; $\Sigma^\circ - \{uds\}$; $\Xi^\circ - \{uss\}$; $\Xi^- - \{dss\}$.

II.4.194. $\Omega^- - \{sss\}$; $\pi^+ - \{u\tilde{d}\}$; $\pi^\circ - \{u\tilde{u}\} - \{d\tilde{d}\} - \{s\tilde{s}\}$; $\pi^- - \{\tilde{u}d\}$; $K^+ - \{u\tilde{s}\}$; $K^\circ - \{d\tilde{s}\}$; $K^- - \{\tilde{u}s\}$.

II.4.195. Antiatomul este format dintr-un antinucleu, format din antiprotoni şi antineutroni şi o pătură de antielectroni (pozitroni).

II.5. ELEMENTE DE FIZICA PLASMEI

DESCĂRCĂRI ELECTRICE ÎN GAZE

II.5.1. $I = I_e + I_i = Sen_eV_e + Sqn_iv_i$, $I = enS(v_e + v_i) = enS(\mu_eE + \mu_iE) = \frac{enS}{d}(\mu_e + \mu_i)U$.

II.5.2. *a)* $E = U + IR + Ir$, $R = \frac{E - U}{I} - r = 19\,200\ \Omega$;

b) $\Delta U = E - U_B = E - (E - Ir) = Ir = 80$ V.

II.5.3. $P = P_{el} - P_{rad} = P_{el}\left(1 - \frac{3}{100}\right) = \frac{97}{100} P_{el}, \quad P' = P_{el} - P'_{rad} =$

$$= P_{el}\left(1 - \frac{23}{100}\right) = \frac{77}{100} P_{el}.$$

$$\Delta P = P - P' = \frac{97 - 77}{100} P_{el} = \frac{20}{100} P_{el} = 8 \text{ J/s}, \quad \Delta W = \Delta P \cdot t = 56 \text{ kWh}.$$

II.5.4. $IR = E - U - IR_e, \quad R = \frac{E - U}{I} - R_e = 11{,}7\ \Omega.$

II.5.5. *a)* Din grafic deducem: $U = 40$ V; $I = 20$ A, deci $R = (E - U)/I = 9\ \Omega$.
b) $I_m = E/R = 24{,}4$ A.

II.5.6. *a)* $E = I_m(R + R_e); \quad R = \frac{E}{I_m} - R_e = 8\ \Omega;$
b) $U = E - I(R + R_e) = 30$ V.

II.5.7. $E = U + IR + I(R_e + r), \ R = \frac{E - U}{I} - (R_e + r), \ I_m = \frac{E}{R_e + R + r}$

II.5.8. $E = IR + U, \ E = I_m R, \ IR + U = I_m R, \ R = \frac{U}{I_m - I} = 12{,}5\ \Omega.$

PLASMA, FUZIUNEA TERMONUCLEARĂ

II.5.9. $p = n_0 kT; \ n_0 = \frac{p}{kT} = 3{,}22 \cdot 10^{21}$ atomi/m³, $n_i = n_e = 10^{17}$ ioni/m³ (ioni simpli),

$$N = n_0 - n_i = 3{,}2199 \cdot 10^{21} \text{ atomi/m}^3; \quad \alpha = \frac{n_0 - N}{n_0} = \frac{n_i}{n_0} = 3{,}11 \cdot 10^{-5}.$$

II.5.10. $n_0 = n_1 + n_2 + N, \quad n_1 + 2n_2 = n_e, \quad \alpha = 1 - \frac{N}{n_0} = \frac{n_1 + n_2}{n_0},$

$$N = n_0(1 - \alpha), \quad n_2 = n_e - n_0\alpha, \quad n_1 = 2n_0\alpha - n_e.$$

II.5.11. $n_0 = n_1 + n_2 + N, \quad n_1 + 2n_2 = n_e, \quad \alpha = 1 - \frac{N}{n_0}, \quad n_0 = \frac{N}{1 - \alpha},$

$$n_2 = n_e - \frac{\alpha N}{1 - \alpha}, \quad n_1 = \frac{2\alpha N}{1 - \alpha} - n_e.$$

II.5.12. $\Delta W = (1{,}0073 + 1{,}0087 - 2{,}0136)\ 931{,}5 = 2{,}24$ MeV.

II.5.13. $\Delta W = (m_H + m_n - m_D)\ 931{,}5 = 2{,}24$ MeV (s-au neglijat energiile de legătură ale electronilor în atomi).

II.5.14. Masa nucleului de heliu este $m_{N,\,He}$: $m_{N,\,He} = m_{He} - 2m_e = 4{,}001507$ u, deci $\Delta W = (2m_p + 2m_n - m_{N,\,He})\ 931{,}5 = 28{,}3$ MeV.

II.5.15. La un act de fuziune defectul de masă este: $\Delta m = 2m_p + 2m_n - m_{N,\,He} = 0{,}0305$ u.

$$\frac{\Delta m}{m_{inițială}} = \frac{\Delta m}{2(m_p + m_n)} = \frac{30{,}5 \cdot 10^{-3}}{4{,}0320} = 7{,}5 \cdot 10^{-3} = \frac{X(\text{kg})}{1 \text{ kg}}$$

$$X = 7{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}; \ \Delta W = Xc^2 = 67{,}5 \cdot 10^{13} \text{ J} = 1{,}87 \cdot 10^8 \text{ kWh}.$$

II.5.16. $\Delta W = 17{,}58$ MeV, $\frac{\Delta m}{m_D + m_T} = \frac{m_D + m_T - m_n - m_{He}}{m_D + m_T} = 1 - \frac{m_n + m_{He}}{m_D + m_T} =$
$= 0{,}003754; \ 0{,}003754 = \frac{\Delta m}{m_D + m_T} = \frac{X(\text{kg})}{1 \text{ kg}}, \ X = 0{,}003754 \text{ kg} = 3{,}75 \cdot 10^{-3}$ kg,
$\Delta W(1 \text{ kg}) = Xc^2 = 3{,}375 \cdot 10^{16} \text{ J} = 93{,}7 \cdot 10^8$ kWh.

Partea a treia

PROBLEME RECAPITULATIVE

ENUNȚURI

III.1. O bobină cu rezistența $R = 10\ \Omega$ este plasată într-un calorimetru. Se aplică bobinei tensiunea $u = 200\sqrt{2}\sin 100\ \pi t$ (V). Căldura disipată de bobină în intervalul de timp $t = 5$ min este $Q = 597{,}7$ J. Să se scrie expresia pentru intensitatea curentului i.

III.2. Un bec electric de putere $P = 100$ W și tensiune nominală $U = 120$ V se montează la o rețea de curent alternativ cu tensiunea U' mai mare decît tensiunea de lucru a becului. Pentru ca acesta să nu se ardă se montează în serie cu el o bobină ideală. Știind că factorul de putere al circuitului astfel format este $\cos\varphi = 0{,}545$, să se determine: *a)* impedanța Z a circuitului; *b)* reactanța X_L a circuitului; *c)* tensiunea U' a rețelei de curent alternativ.

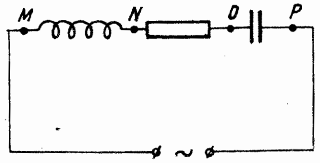


Fig. III.3

III.3. În circuitul serie *RLC* din figura III.3 se cunosc tensiunile $U_{MN} = 30$ V, $U_{NO} = 10$ V și $U_{OP} = 15$ V. Să se stabilească regimul reactiv, capacitiv sau inductiv al circuitului, tensiunea U_{MP} și defazajul φ al circuitului.

III.4. Un circuit de curent alternativ este format dintr-o bobină cu rezistența $R = 10\ \Omega$ și inductanța $L = 0{,}1$ H, în serie cu un condensator cu capacitatea $C = 1\ \mu$F. Tensiunea sursei de alimentare este $U = 12$ V. Să se determine: *a)* frecvența ν_0 a tensiunii sursei pentru care intensitatea este maximă; *b)* intensitatea efectivă maximă $I_{0,\ max}$ în acest caz; *c)* factorul de calitate Q al circuitului; *d)* regimul reactiv al circuitului; dar pentru o frecvență mai mare sau mai mică? Să se construiască diagrama fazorială pentru fiecare caz.

III.5. Să se calculeze numărul de spire necesar unei bobine dintr-un circuit oscilant cu capacitatea $C = 9$ nF pentru a putea recepționa unde electromagnetice cu lungimea de undă $\lambda = 2\,512$ m, știind că bobina are un miez cu permeabilitatea $4\pi \cdot 10^{-15}$ H/m, o lungime de 4 cm și raza secțiunii transversale de 1 cm.

III.6. Un radioreceptor captează unde cu lungimea de undă $\lambda = 600$ m. Circuitul său oscilant are o bobină cu inductanța proprie $L = 0{,}1$ H, iar rezistența totală a acesteia este de $R = 30\ \Omega$. Tensiunea folosită este de 6 V. Se cere: *a)* frecvența undei captate; *b)* capacitatea condensatorului; *c)* intensitatea curentului în aparat.

III.7. Indusul unui alternator trifazat stea, pentru care frecvența este $\nu = 50$ Hz și turația $n = 500$ rot/min, are bobinajul cu $N = 432$ spire. Cunoscînd că inducția în întrefier este $B = 0{,}6$ T, că aria suprafeței unei spire este $S = 640\ \text{cm}^2$ și că inducția este considerată constantă în dreptul unui pol și zero în fiecare interval polar, se cer: *a)* numărul de poli $2p$ ai alternatorului; *b)* t.e.m. efectivă E a alternatorului trifazat.

III.8. O cădere de apă cu înălțimea $h = 15$ m și debit volumic $D_v = 3\ \text{m}^3/\text{s}$ acționează o turbină hidraulică cuplată cu un alternator monofazat cu opt poli inductori. Rotorul alternatorului se rotește cu $n = 750$ rot/min. La bornele alternatorului se leagă o bobină. Cunoscînd că tensiunea la bornele alternatorului este $U = 220$ V și că factorul de putere pentru bobină este $\cos\varphi = 0{,}8$, se cer: *a)* frecvența ν a curentului produs de alternator; *b)* puterea alternatorului P_a cînd acesta debitează pe bobină, știind că randamentul turbinei este $\eta_t = 80\%$, iar al alternatorului $\eta_a = 90\%$; *c)* intensitatea curentului I prin bobină; *d)* raportul L/R pentru bobină.

III.9. Se dă o lentilă convergentă de distanță focală $f = 60$ cm și două surse punctiforme plasate simetric în jurul focarului drept, la distanța $d = 20$ cm de acesta. Se cer: *a)* distanța dintre imaginile punctelor luminoase; *b)* raportul măririlor liniare.

III.10. O lentilă convergentă formează pentru un obiect real o imagine reală egală cu obiectul pe un ecran aflat la $d = 40$ cm de obiect. *a)* Să se afle distanța focală a lentilei. *b)* Se acolează o a doua lentilă, iar sistemul optic centrat echivalează cu o lentilă convergentă ce formează pentru obiectul amintit o imagine reală de două ori mai mică decît obiectul pe un ecran așezat la $d' = 45$ cm de centrul sistemului. Se cer: distanța focală a sistemului; distanța focală și natura lentilei acolate.

III.11. O prismă optică cu indicele de refracție n are ca secțiune principală un triunghi dreptunghic în care $A = 90°$; $B = 75°$ (fig. III.11). *a)* O rază cade sub unghiul de incidență i pe fața AB, se refractă prin prismă și ajunge pe fața BC în punctul I'. Cu ce condiție, referitoare la i și n, unghiul dintre II' și BC este de 45°? *b)* Cu ce condiție raza II' se reflectă total pe fața BC?

III.12. O sursă luminoasă pornește vertical în sus, urcînd uniform accelerat de la baza unui strat de apă ($n = 1{,}33$) cu grosimea $e = 10$ cm. Accelerația mișcării este $a = 1\ \text{m/s}^2$, viteza inițială nulă, iar unghiul de incidență $i_0 = 45°$ (fig. III.12). Se cere: *a)* să se exprime sinusul unghiului de refracție în funcție de timp; *b)* după cît timp de la începutul mișcării apare reflexia totală?

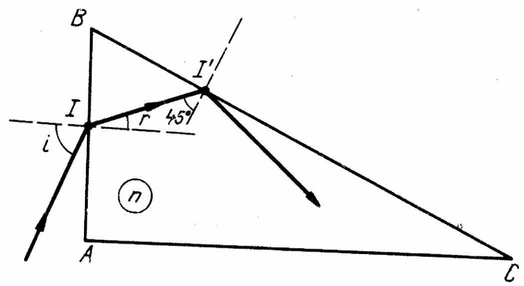


Fig. III.11

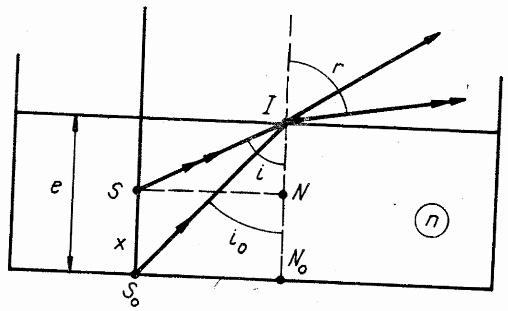


Fig. III.12

III.13. O sursă luminoasă emite lumină cu lungimea de undă $\lambda = 500$ nm. Fasciculul luminos paralel emis cade normal pe o rețea de difracție. Se cer: *a)* numărul fotonilor incidenți pe rețea în timp de 1 minut, dacă puterea sursei este $P = 20$ W; *b)* constanța rețelei de difracție, dacă maximul de difracție de ordinul al doilea se formează sub unghiul $\varphi = 30°$; *c)* distanța dintre

maximul central (de ordinul zero) și maximul de ordinul doi, pe un paravan pe care figura a fost proiectată cu ajutorul unei lentile cu convergența $C = 2$ dioptrii. *d)* Se înlocuiește paravanul cu o celulă fotoelectrică de cesiu al cărui prag fotoelectric este $\lambda_0 = 660$ nm. Să se determine lucrul de extracție și viteza cu care este emis un electron.

III.14. Un fascicul de lumină monocromatică este divizat în două. Primul fascicul cade perpendicular pe o rețea de difracție avînd $N = 500$ trăs./mm, al doilea cade pe o celulă fotoelectrică. Să se determine: *a)* lungimea de undă λ_1, dacă maximul de difracție de ordinul doi se obține sub un unghi de 30°; *b)* numărul total de maxime de difracție date de rețea, pentru radiația $\lambda_2 = 450$ nm; *c)* să se verifice valoarea constantei lui Planck, știind că pentru stoparea electronului tensiunea aplicată este de 0,69 V pentru radiația $\lambda_2 = 450$ nm și de 0,415 V pentru λ_1; *d)* care este energia cinetică E_c a electronilor emiși de celulă pentru $\lambda = 500$ nm, dacă $L = 2{,}3$ eV.

III.15. Electronii emiși de un catod metalic al unei celule fotoelectrice, sub acțiunea unei radiații cu lungimea de undă $\lambda_1 = 1{,}36 \cdot 10^{-7}$ m sînt stopați de o tensiune inversă $U_{s1} = 6$ V între anodul și catodul celulei, iar cei emiși de același catod, sub acțiunea radiației cu lungimea de undă $\lambda_2 = 1{,}065 \cdot 10^{-7}$ m sînt stopați de o tensiune inversă $U_{s2} = 8{,}53$ V. Se cere să se calculeze: *a)* constanta lui Planck; *b)* energia necesară pentru extracția unui electron din metalul catodului fotocelulei; *c)* frecvența de prag proprie catodului fotocelulei; *d)* numărul de linii pe mm al unei rețele de difracție, dacă radiația cu lungimea de undă $\lambda = 1{,}36 \cdot 10^{-7}$ m este observată în spectrul de ordinul al doilea sub un unghi de 30°; *e)* diferența de drum dintre două radiații cu lungimea de undă $\lambda_1 = 1{,}36 \cdot 10^{-7}$ m pentru ca, într-un punct de întîlnire al acestora, să se formeze o bandă luminoasă.

III.16. Pe suprafața unei plăcuțe, aflată într-o cameră Wilson, cad radiații X. Camera Wilson se află într-un cîmp magnetic de inducție $B = 0{,}02$ T, iar electronii de recul, apăruți în efectul Compton, descriu traiectorii cu raza de curbură $R = 2{,}4$ cm. Determinați energia minimă a fotonilor radiației X pentru care se pot obține astfel de electroni de recul și lungimea de undă corespunzătoare.

III.17. Undeva în spațiul cosmic, un electron se apropie de un proton. Se consideră energia totală a electronului la distanța infinit de mare de proton egală cu zero. Se cere lungimea de undă (λ) a undei asociate electronului: *a)* la distanța $r = 1$ m de proton; *b)* la distanța $r' = 0{,}5 \cdot 10^{-10}$ m de proton (λ'); *c)* știind că r' este de ordinul de mărime al razei orbitei electronului în starea fundamentală a atomului de hidrogen, să se compare λ' cu r'.

III.18. În problema precedentă, trebuie să se țină seama că electronul la distanța $0{,}5 \cdot 10^{-10}$ m de proton formează atomul de hidrogen și ca atare se eliberează energia de legătură egală cu 13,6 eV. Se cere lungimea de undă a undei asociate electronului în acest caz.

III.19. Un fascicul de lumină monocromatică, paralel, trecînd printr-o diafragmă prevăzută cu o fantă îngustă dreptunghiulară situată normal pe direcția fasciculului, formează franje de difracție pe un ecran. Să se afle energia și impulsul fotonilor, dacă se știe că primul minim apare într-o direcție care formează cu normala la ecran unghiul $\varphi = 6°$; lărgimea fantei este $b = 5$ mm.

INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI

III.1. $i = 1{,}4\sqrt{2}\sin(100\pi t - 85°57'27'')$ A.

III.2. *a)* $Z = 264{,}22\ \Omega$; *b)* $X_L = 221{,}53\ \Omega$; *c)* $U' = 220{,}18$ V.

III.3. $U_{MN} > U_{NO}$, regim inductiv; $U_{MP} = 18$ V; $\varphi = 56°18'35''$.

III.4. *a)* $\nu_0 = 500$ Hz; *b)* $I_{0,max} = 1{,}2$ A; *c)* $Q = 31{,}4$, $\varphi = 0$, $\varphi > 0$, $\varphi < 0$.

III.5. $N = \lambda\sqrt{l/\pi\mu C}/2\pi C r = 14$ spire.

III.6. *a)* $\nu = 5 \cdot 10^5$ Hz; *b)* $C = 10^{-12}$ F; *c)* $I = 0{,}2$ A.

III.7. *a)* $2p = 12$ poli; *b)* $E_f = 4{,}44\dfrac{pn}{60}\dfrac{N}{3}BS = 1\,227$ V;
$E = \sqrt{3E_f} = 2\,125$ V.

III.8. *a)* $\nu = 50$ Hz; *b)* $P'_a = \eta_t \eta_a P_t = \eta_t \eta_a D_v g h = 254$ kW; *c)* $I = P_a/U = 115{,}58$ A; *d)* $L/R = \cos\varphi/2\pi\nu = 2{,}54$ mH / Ω.

III.9. *a)* Pentru sursa mai apropiată de centru, avem: $\dfrac{1}{x_1} - \dfrac{1}{x_2} = \dfrac{1}{f}$, deci $x_2 = 120$ cm.

Pentru cealaltă sursă avem: $\dfrac{1}{x'_1} + \dfrac{1}{x'_2} = \dfrac{1}{f}$, $x'_2 = 240$ cm, deci: $\Delta x = x_2 + x'_2 = 360$ cm; *b)* $\beta_1 = \dfrac{x_2}{x_1} = 3$; $\beta_2 = \dfrac{x'_2}{x'_1} = 3$ deci $\beta_1 = \beta_2$.

III.10. *a)* $x_1 + x_2 = d$, $x_1 = x_2 = 20$ cm, $\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} = \dfrac{1}{f_1}$ deci $f_1 = 10$ cm
b) $x_2 = d' = 45$ cm, $x_1 = 2x_2 = 90$ cm,
$\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} = \dfrac{1}{F}$, $F = 30$ cm; c) $\dfrac{1}{f_1} + \dfrac{1}{f_2} = \dfrac{1}{F}$, $f_2 = -15$ cm (divergentă)

III.11. *a)* Din figura dată în enunțul problemei avem: $\widehat{BI'I} = 45°$, $\widehat{BII'} = 60°$ deci $r = 30°$, iar $\sin i = n \sin 30° = \dfrac{n}{2}$ reprezintă condiția cerută
b) pentru producerea reflexiei totale este necesar ca $\sin 45° < \dfrac{1}{n}$, rezultă $n > \sqrt{2}$.

III.12. *a)* Din figura dată în enunțul problemei avem: $x = at^2/2$, $SI = \sqrt{(e-x)^2 + e^2}$, deci $\sin r = \dfrac{ne}{\sqrt{e^2 + \left(e - \dfrac{at^2}{2}\right)^2}}$; *b)* reflexia totală apare pentru $\sin r = 1$, deci $t = \sqrt{\dfrac{2e}{a}\left(1 - \sqrt{n^2 - 1}\right)} = 0{,}12$ s.

III.13. *a)* $n = \frac{E}{h\nu} = \frac{Pt}{hc/\lambda} = 3\cdot10^{21}$; *b)* $(a+b)\sin\varphi = k\lambda$, $(a+b) = \frac{k\lambda}{\sin\varphi} = 2\cdot10^{-6}\ \text{m} = 2\ \mu\text{m}$; *c)* $\operatorname{tg}\varphi = \frac{x}{f} = xC$, $x = \frac{\operatorname{tg}\varphi}{C} = 0{,}29$ m.
d) $L = hc/\lambda_0 = 3\cdot10^{-19}\ \text{J} = 1{,}875$ eV.

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_0},\quad v = \sqrt{\frac{2hc(\lambda_0-\lambda)}{m\lambda\lambda_0}} = 4{,}6\cdot10^5\ \text{m/s}.$$

III.14. *a)* Din condiţia de maxim: $\frac{1}{N}\sin\varphi = k\lambda_1$, $\lambda_1 = \frac{\sin\varphi}{kN} = 500$ nm; *b)* $k = \frac{\sin\varphi}{N\lambda_2}$. Pentru $\varphi = 90°$ avem $k = 4$. De o parte şi de alta faţă de maximul central (de ordinul zero) se găsesc cîte 4 maxime, deci numărul total de maxime va fi 9; *c)* $hc/\lambda_1 = L + eU_{s1}$, $hc/\lambda_2 = L + eU_{s2}$ deci $h = \frac{e(U_{s1}-U_{s2})\lambda_1\lambda_2}{c(\lambda_2-\lambda_1)} = 6{,}6\cdot10^{-34}$ J·s; *d)* $E_c = (hc/\lambda) - L = 0{,}29\cdot10^{-19}\text{J} = 0{,}18$ eV.

III.15. *a)* $h = \frac{e(U_{s2}-U_{s1})\lambda_1\lambda_2}{c(\lambda_1-\lambda_2)} = 6{,}625\cdot10^{-34}$ J·s; *b)* din prima ecuaţie $L = hc/\lambda_1 - eU_{s1} = 5\cdot10^{-19}\ \text{J} = 3{,}13$ eV; *c)* $\nu_0 = L/h = 7{,}55\cdot10^{14}$ Hz; *d)* în condiţia de maxim: $(a+b)\sin\varphi = k\lambda$, introducem notaţia: $(a+b) = \frac{1}{N}$; $\frac{\sin\varphi}{N} = k\lambda$, $N = \frac{\sin\varphi}{k\lambda} = 1{,}84\cdot10^6\ \frac{\text{linii}}{\text{mm}}$; *e)* utilizăm condiţia de maxim: $\Delta = k\lambda = k\cdot1{,}36\cdot10^{-7}$ m unde $k = 0, 1, 2, 3, \ldots$

III.16. Pentru că ne interesează energia minimă a fotonilor pentru care se obţin electroni de recul cu un anumit impuls, trebuie să analizăm cazul ciocnirii centrale pentru care fotonul transmite electronului de recul impulsul maxim. Aplicăm legile de conservare a energiei şi impulsului:

$$E_f + E_0 = E_f' + \sqrt{E_0^2 + p^2c^2} \quad \text{şi} \quad \frac{E_f}{c} = -\frac{E_f'}{c} + p.$$

Din legea conservării impulsului obţinem: $E_f' = pc - E_f$.
Introducînd ultima relaţie în legea conservării energiei rezultă:

$E_f = \frac{pc - E_0 + \sqrt{E_0^2 + p^2c^2}}{2}$. Dar $mv^2/R = Bev$, $mv = BeR = p$, deci:

$$E_f = \frac{BeRc - E_0 + \sqrt{E_0^2 + (BeRc)^2}}{2} = 83\ \text{keV},$$

$$\lambda = \frac{hc}{E_f} = \frac{2hc}{BeRc - E_0 + \sqrt{E_0^2 + (BeRc)^2}} = 15\ \text{pm}.$$

III.17. Dacă socotim electronul şi protonul ca un sistem izolat, energia totală se conservă:

$$E_c + \left(-\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\right) = 0 \text{ deci } E_c = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}.$$

Lungimea de undă de Broglie va fi:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE_c}} = \frac{h}{\sqrt{\frac{2me^2}{4\pi\varepsilon_0 r}}} = \frac{h}{e}\sqrt{\frac{2\pi\varepsilon_0 r}{m}}.$$

a) $\lambda = 32{,}4$ μm; *b)* $\lambda' = 2{,}28\cdot10^{-10}$ m; *c)* $\frac{\lambda'}{r'} = 4{,}56$.

III.18. Potrivit legii conservării energiei:

$E_c + \left(-\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\right) + L = 0$, unde L este energia de legătură, deci $E_c = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} - L$ şi

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE_c}} = \frac{h}{\sqrt{2m\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} - L\right)}} = 3{,}15\cdot10^{-10}\ \text{m}.$$

III.19. Diferenţa de drum, corespunzătoare razelor emise de marginile fantei sub unghiul φ, este $\delta = b\sin\varphi$; cum $\delta = \frac{\lambda\varphi}{2\pi}$ avem $\frac{\lambda\varphi}{2\pi} = b\sin\varphi$. Primul minim se produce cînd $\varphi = 2\pi$ deci $\lambda = b\sin\varphi$. Energia unui foton este $\varepsilon = h\nu = h\frac{c}{\lambda} = \frac{hc}{b\sin\varphi} = 2{,}37$ meV iar impulsul fotonului $p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{b\sin\varphi} = 1{,}27\cdot10^{-30}$ kg·m/s.